

UNIVERSITY OF ARIZONA



39001004849876

J'ai l'honneur de vous offrir, de la part des Directeurs de la Société hollandaise des Sciences, le Volume Treizième (en deux fascicules) des

ŒUVRES COMPLÈTES DE CHRISTIAAN HUYGENS

publiées par cette Société.

Veuillez m'obliger par un avis de réception et agréer l'assurance de ma considération la plus distinguée.

J. P. LOTSY,

Secrétaire Perpétuel.

ŒUVRES COMPLÈTES

DE

CHRISTIAAN HUYGENS.

ŒUVRES COMPLÈTES

DE

CHRISTIAAN HUYGENS

PUBLIÉES PAR LA

SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES

TOME TREIZIÈME

DIOPTRIQUE

1653; 1666; 1685—1692.

FASCICULE I 1653; 1666.



LA HAYE
MARTINUS NIJHOFF
1916

DIOPTRICA.

I.

1653; 1666.

DIOPTRICA.

1653; 1666; 1685—1692.



Avertissement.

APERÇU GÉNÉRAL DE LA GENÈSE DE LA DIOPTRIQUE.

L'histoire de la genèse du manuscrit de la Dioptrique de Huygens, tel que ce manuscrit nous est parvenu en feuilles détachées de deux ou quatre pages (166 p. en tout), est très compliquée. Les parties les plus anciennes furent composées en 1652, lorsque l'auteur avait 23 ans, mais Huygens y a ajouté, changé et supprimé à plusieurs reprises jusque dans les dernières années de sa vie.

Déjà en décembre 1653 ¹⁾, un premier „Tractatus de refractione et telescopijs” était achevé, comportant 108 pages numérotées (en noir); on le reconstitue encore facilement presque en entier ²⁾ à l'aide de cette pagination. Il aurait été divisé en trois livres, dont le premier „De refractione planarum et sphaericarum superficierum, et lentium”, constitue le contenu principal du „Liber I” de la „Pars prima”, p. 3—141 du présent Tome; le second, portant le titre „De apparenti augmento vel decremento eorum, quæ per refractionem conspiciuntur”, est reproduit aux p. 173—233 de ce même Tome; le troisième,

¹⁾ Voir la lettre à Kinner von Löwenthorn du 16 déc., p. 261 du T. I. „Tractatus meus de refractione et Telescopiis ad finem jam perductus est”.

²⁾ À l'exception toutefois du début, qui, tel que nous le donnons, est d'une date bien postérieure, remplaçant la leçon que nous reproduisons dans l'Appendice I, p. 143—145 du présent Tome, laquelle peut-être avait été précédée à son tour par une préface, qui nous est inconnue. Voir encore la note 2, p. 2 du présent Tome et le § 1 du Premier Complément, p. 737.

qui a subi le plus de changements, est représenté par les p. 245 — 269 et traite des télescopes.

Ajoutons que, quelques jours seulement après qu'il eut donné à Tacquet la description de son traité projeté et partiellement achevé ¹⁾, Huygens entreprit de nouvelles recherches ²⁾, relatives cette fois à la théorie de l'arc-en-ciel, et se proposait de les inférer dans ce traité ³⁾. Il ne l'a pas fait; mais elles nous ont été conservées et nous les reproduisons comme Appendice II, au „Liber I” mentionné ci-dessus.

Pendant les douze années suivantes (1654 — 1665) Huygens s'occupe de temps à autre de la Dioptrique et plusieurs fois il est sur le point d'en commencer la publication. Le 5 janvier 1654 il en apprend l'achèvement à Grégoire de Saint-Vincent; mais il se propose de l'améliorer et de l'augmenter encore. À cet effet il veut laisser son manuscrit quelque temps en repos pour pouvoir l'examiner, quand la première ardeur de l'invention sera passée, comme si se fût l'ouvrage d'un autre; ensuite il ne tardera pas à le faire paraître ⁴⁾. Le 1^{er} avril 1654,

¹⁾ Voir sa lettre à Tacquet du 10 décembre 1652, p. 204 du T. I, où on lit: „Ego quidem duos jam libros super ea re penè perscriptos habeo quibus et tertius accedet; prior est de refractione planarum et sphaëricarum superficierum, et lentium, alter de apparenti augmento vel decremento eorum, quæ per refractionem conspiciuntur. In hoc præcipuum est, quod datis positione et figura unâ duabus vel quocunque lentibus, objecto et oculo, ostendi quo augmento vel diminutione illud conspici debeat, item an erectum an inversum. In illo, datis iisdem, utrum distincta sit futura visio an confusa. Præterea ostendi quomodo radios ad datum punctum tendentes ad aliud datum punctum congregare possimus ope superficiei sphaëricæ, idque accuratè, sicut Cartesius per curvas lineas suas effecit. Cujus quidem principia sequor in demetiendis refractionibus.” Etc.

²⁾ La pièce en question (voir les p. 146 — 153 du présent Tome) porte la date du 22 déc. 1652.

³⁾ Comparez sa lettre du 9 août 1653 à Kinner von Löwenthorn, où on lit (p. 238 du T. I): „In tractatu meo dioptrico regulas tradidi quibus de Iride doctrina perficitur. Unam quæ datâ proportionem refractionis (scis quorum sinuum rationem designem) expeditè computare docet, angulum sub quo iris cerni debeat. aliam quæ hoc angulo dato proportionem illam exhibet, quam vel maximè utilem inveni ad inveniendam exactissime in vitro et alia quavis pellucente materia refractionis quantitatem, paratis ad hoc ex quaque materia cylindrulis sphaëculisve, solique expositis atque ita notato angulo sub quo iris in vitrea aliave pluvia conspici deberet. Verum hæc ex tractatu ipso quandoque te percepturum planius spero”. Or, dans le manuscrit de la „Dioptrica”, tel que nous le connaissons, on ne trouve rien de semblable; tandis que la description de la portée des règles en question correspond parfaitement au contenu de la pièce mentionnée dans la note précédente.

⁴⁾ Voir la p. 265 du T. I: „Dioptricarum Tractationem absolvi. neque tamen ita absolutus est quin tempore concesso auctior evadere possit aut certe limatior. Itaque seposui nunc tantisper donec refrigerato inventionis amore velut alienum inspicere revertar. Postea vero editionem non differam, siquidem a plurimis eam desiderari comperio, quorum lectione et comprobatione præcipuum mihi laboris præmium parari arbitror.” Voir encore la lettre à

il s'informe si Elsevier accepterait d'en entreprendre l'impression aussitôt que lui, Huygens, fera de retour d'un voyage de quelques mois en France ⁵⁾. Le 25 octobre 1654, van Schooten lui propose de joindre son traité à une réimpression, projetée par Louis Elsevier, d'une traduction latine du Discours de la Méthode avec la Dioptrique et les Météores de Descartes ⁶⁾; mais Huygens y voit des inconvénients ⁷⁾. En mars 1655, il mande à Colvius qu'il espère bientôt publier son traité, où l'on trouvera aussi l'explication de certains microscopes d'un grossissement merveilleux ⁸⁾. Le 12 octobre 1657, il en annonce l'apparition prochaine à de Sluse ⁹⁾, le 11 septembre 1659 à Chapelain ¹⁰⁾, les 22 septembre et 30 octobre de la même année à Grégoire de Saint-Vincent ¹¹⁾ et à Kinner von Löwen-thurn ¹²⁾, le 16 septembre 1661 à Moray ¹³⁾, auquel il écrit en octobre 1662 que

Lipstorp du 7 mars 1654, p. 276 du T. I: „Ex quo dira ista febris me reliquit, reversus sum ad studia mihi jucundissima absolvique de Refractionibus tractatum, ita tamen ut secundis curis omnino etiam nunc indigeat. Caterum dum ille sepositus quiescit aliud mihi sese inventum obtulit, erutis è veritatis puteo circuli proprietatibus eximijs, quas nemo antea inspexit,” où la dernière phrase se rapporte aux travaux préparatoires de l'ouvrage „De circuli magnitudine inventa” (reproduit p. 113—181 du T. XII).

⁵⁾ Voir la p. 280 du T. I. Le voyage n'eut lieu qu'en juin 1655.

⁶⁾ Voir la p. 301 du T. I.

⁷⁾ Voir la p. 303 du T. I: „Dioptrica mea non existimo cum Cartesij operibus conjuncto volumine edenda; non enim video quare sic magis ad hominum manus perventura sint. Imo contra minus divenditum iri ea ratione vereor: quis enim vel tantillum curiosus aut geometriæ amans non pridem Cartesij libros possidet? At horum nemo fere novam editionem empturus est. Ita lectoribus cariturus essem quos maxime contingere mihi exoptaverim. Jam hoc quoque molestum quod Amstelodamum concedere opus foret, atque ad tempus non exiguum. Alia igitur occasione in lucem ista edere est animus”.

⁸⁾ Voir les p. 321—322 du T. I. C'est vers cette époque que Christiaan Huygens et son frère Constantyn, d'après la Lettre N^o. 213 (p. 318 du T. I) de Constantyn Huygens, père, à Colvius, commencèrent à fabriquer des microscopes. Toutefois Huygens n'a pas donné suite alors à cette intention de traiter les microscopes dans sa Dioptrique. Ce qu'on trouvera sur ce sujet dans la „Pars tertia” de la Dioptrique est d'une date bien postérieure; même la copie de Niquet, dont nous parlerons plus loin, ne contient encore rien sur les microscopes. Comparez encore la note 2 de la p. 674 du présent Tome.

⁹⁾ Voir la p. 66 du T. II: „Sed et alia plurima hujus generis referre possem, ex libro quem de materia hac ante quadriennium dicavi, Demonstrationibus omnibus Euclidea methodo elaboratis, nisi sponte tibi obventura scirem”.

¹⁰⁾ Voir la p. 481 du T. II.

¹¹⁾ „Hisce duobus inventis” [il s'agit de l'„Horologium” et du „Systema Saturnium”] „quæ moram non ferebant in publicum editis ad absolvenda Dioptrica me accinxi atque ea intra annum saltem tibi me exhibiturum spondeo, ni fata obstant” (p. 485 du T. II).

¹²⁾ „Si quid tamen publici juris faciam, Dioptrica præcedere oportet, nec tam diu ea pressissem nisi Saturnium Systema incidisset quod ejusmodi erat ut moram ferre non posset” (p. 503 du T. II).

¹³⁾ „De sorte que je me suis proposé d'estre un peu plus diligent pendant ces longues soirées qui

la Dioptrique serait déjà prête pour être imprimée sans l'affaire des Longitudes ¹⁾. Toutefois, en février 1663, il s'excuse de nouveau auprès de ce dernier du lent acquittement de ses promesses, faites au sujet de la Dioptrique et d'autres travaux, à cause de tant de choses qui l'interrompent dans ses études ²⁾. Enfin en décembre 1664, il exprime encore une fois son intention de procéder à l'impression de la Dioptrique ³⁾.

Jusqu'ici il s'agit toujours de la Dioptrique telle qu'elle fut conçue et rédigée, en substance, en 1652 et 1653. Quoique Huygens, comme on l'a vu, ait bientôt senti le besoin de la réviser et que ce fût même là, sans doute, l'obstacle principal à une publication immédiate, les changements et les additions qu'il y avait apportés n'étaient pas d'une importance capitale ⁴⁾. Mais il en fut autrement en 1665, lorsqu'il reprit plus systématiquement ses recherches sur l'aberration sphérique, dont les premières dataient de 1653 ⁵⁾.

Sur ce sujet il fait bientôt des découvertes qui lui semblent si importantes ⁶⁾ qu'il se jette avec toute l'ardeur dont il est capable dans cette voie nouvelle qui s'ouvre devant lui. En quelques semaines, probablement, il compose la partie de la Dioptrique qui s'occupe de la théorie de l'aberration sphérique et des règles qu'il en déduit pour trouver l'ouverture de l'objectif d'une lunette de longueur donnée et le grossissement qu'elle peut supporter. Nous avons reproduit cette partie dans la „Pars secunda. De aberratione radiorum a foco” ⁷⁾.

vont venir, que je n'ay esté cet esté, et ce pour mettre au net et donner au public 3 ou 4 ensemble des traitez que j'ay escrit, parmy lesquels sont cette Dioptrique, et les regles du mouuement dont vous me demandez tousjours de nouuelles” (p. 320 du T. III).

¹⁾ Voir la p. 244 du T. IV.

²⁾ Voir la p. 306 du T. IV.

³⁾ Voir le sommaire de sa lettre du 11 décembre 1664 à Constantyn Huygens, père (p. 161 du T. V).

⁴⁾ Cela résulte de l'inspection du manuscrit, où l'on peut déchiffrer encore presque partout la rédaction primitive, là où elle a été remplacée par une autre plus récente.

⁵⁾ Comparez la note 4 de la p. 83 du présent Tome.

⁶⁾ Voir l'„εὑρηκα” du 6 août 1665 dans l'Appendice I à la deuxième Partie de la Dioptrique, p. 367 du Tome présent, la lettre à de Sluse du 11 septembre de la même année (p. 477 du T. V) et, pour plus de détails, la partie de cet Avertissement (pp. LII—LXII et LXVI—LXXXII) qui traite plus particulièrement de ces recherches de 1665 sur l'aberration sphérique.

⁷⁾ Voir les p. 273—353 du présent Tome.

Vers cette même époque les travaux scientifiques de Huygens furent interrompus par son départ pour la France et par son installation à Paris comme membre de l'Académie des Sciences et pensionnaire du roi Louis XIV. C'est au début de ce séjour à Paris, en 1666 ou 1667, que, sous la direction de Huygens lui-même, une copie de la Dioptrique fut prise par le jeune Niquet que le Ministre Colbert avait adjoint, en même temps que Couplet, Richer, Pivert et de la Voyer, „aux Géomètres et Physiciens conformés de l'Académie pour les aider dans leurs travaux”⁸⁾.

Cette copie nous a été conservée⁹⁾ et nous fait connaître l'état dans lequel le manuscrit se trouvait alors. Elle contient toute la première et toute la deuxième Partie de la Dioptrique et s'arrête précisément là où cette dernière finit.

Ce n'est qu'en avril 1668 que Huygens reprend ses travaux de dioptrique¹⁰⁾. Il s'agit maintenant pour lui de vérifier par l'expérience les prévisions de la théorie

⁸⁾ Voir E. Maindron „Histoire de l'Académie Royale des Sciences, depuis son établissement en 1666, Paris Baillié et Cie, 1888”. D'après la liste des membres, publiée par le même auteur dans son ouvrage „L'ancienne Académie des Sciences, Paris, Tignol, 1895”, il s'agirait d'Honorat Niquet, Jésuite, qui mourut en 1667; mais cela est extrêmement improbable, puisque ce Jésuite, dont on connaît plusieurs ouvrages de théologie, fut admis au noviciat en 1602 à l'âge de dix-sept ans et qu'il était donc en 1666 un homme très âgé. Sur le Niquet qui a fait la copie, nous n'avons pu trouver aucun renseignement biographique. Nous pouvons apporter seulement que son nom paraît dans la liste des personnes auxquelles Huygens envoya, en 1673, son „Horologium oscillatorium” (voir la p. 321 du T. VII).

⁹⁾ Sur une feuille qui doit servir de titre à cette copie on lit de la main de Huygens: „Dioptrica Chr. Hugenij descripta manu Vⁱ. Niqueti” et ensuite: „Ex his plurima inducenda. In prioribus Propositionibus demonstrationes minus exactæ sufficissent. Omnia hæc succinctius tractare propositum est, quæ secundam dioptrices partem facient. Prior continebit quæ de luce et refractionum causis et de Crystallo Islandico scripsi”. Enfin, toujours de la même main mais peut-être d'époques différentes, „Initium mutavi in meo manuscripto”. La copie fut faite probablement à l'occasion de nouveaux projets de publication dont on reconnaît les traces dans les lettres du 22 juin 1666 et du 19 novembre 1667 au Prince Léopold de Medicis: „Ad me quidem quod attinet, sicut a plurimis annis studium hoc” [la dioptrique] „adamavi, ita neque in posterum desistere est animus; et spero propediem lucem visura, quæ in hoc genere commentatus sum, neque non praxin ipsam hujus artis novis meditationibus experimentisque nostris aliquid opis sensuram” (p. 55 du T. VI); „De cæteris vero scriptis meis ut paucis Celsitudinem Tuam edoceam, eæ sunt primum de Refractionibus tractatus seu Dioptrica, quem librum jam diu edidisse debueram sed varijs rebus occupatus ex quo huc in Galliam commigravi promissis stare nequivi. Figurarum tamen maximam partem jam incisam habeo, brevique typographis sum traditurus” (p. 162 du T. VI).

¹⁰⁾ Voir sa lettre à Constantyn Huygens, frère, du 20 avril 1668, p. 209 du T. VI, et celle du 11 mai 1668, p. 216 du même Tome.

de l'aberration sphérique à l'aide de laquelle il croit avoir trouvé le moyen de compenser l'aberration sphérique de l'objectif par celle de l'oculaire ¹⁾; mais cette vérification n'apporte que des désappointements. Aussitôt il s'aperçoit que ce sont les effets de couleur qui empêchent la réalisation de ses prévisions ²⁾. Toutefois il ne désespère pas encore entièrement de leur valeur pratique ³⁾, et il reprend même avec une nouvelle ardeur ses calculs théoriques lorsque le 1 février 1669 l'idée lui vient de sa „lens composita hyperbolicæ æmula” formée de deux lentilles très rapprochées l'une de l'autre qui constituent ensemble l'objectif d'une lunette ⁴⁾.

Ajoutons que ces recherches de 1669 n'ont jamais été incorporées dans le manuscrit de la Dioptrique. Nous les réunissons dans les Appendices VI—VIII à la deuxième Partie, p. 408—432 du Tome présent. Pendant cette même année Oldenburg, auquel Huygens avait envoyé le 6 février 1669 ⁵⁾ l'anagramme de sa découverte du 1 février, ne cesse de le presser de faire paraître sa Dioptrique ⁶⁾. Huygens s'excuse par la diversité et la quantité de ses occupations ⁷⁾; mais il est à présumer que l'incertitude où il se trouvait sur la valeur de ses dernières découvertes n'a pas moins contribué à empêcher pendant cette époque l'achèvement de son Traité.

¹⁾ Voir la Prop. IX de la deuxième Partie de la Dioptrique, p. 318—331 du Tome présent.

²⁾ Voir sa lettre très importante du 7 juin 1668 à son frère, p. 220 et 221 du T. VI: „J'ay depuis ma dernière essayé la moitié du concave de vostre façon avec l'objectif que vous m'aviez donné auparavant,” [ces verres avaient été fabriqués sur les mesures données par Christiaan Huygens] „et je trouve qu'il fait assez bien quand l'ouverture n'est que de la grandeur ordinaire. . . mais en decouvrant tout le verre je vois un peu de couleurs ce qui me fait croire qu'il y a un inconvenient de ce costé là, qui provient de l'angle que font les 2 surfaces de l'objectif vers les bords. qui cause nécessairement des couleurs, de sorte qu'en faisant des verres hyperboliques l'on trouueroit la mesme chose. . . Ce sera tousjours quelque chose d'avoir montré qu'il n'y a pas plus à esperer de ces figures”, etc.

³⁾ Voir là-dessus ses lettres à son frère Constantyn du 22 juin 1668: „Ne manquez pas je vous prie a m'achever ce petit verre que vous scavez, s'il ne fait pas l'effect qu'il devoit l'on scaura du moins que c'est en vain de tenter ce moyen, et mesme celui des verres hyperboliques dont on n'est pas desabusé jusqu'a present” (p. 222 du T. VI), du 12 octobre (p. 266) et du 30 novembre de la même année (p. 299 du T. VI).

⁴⁾ Voir la suscription de l'Appendice VI à la deuxième Partie, p. 408 du présent Tome.

⁵⁾ Voir la lettre N°. 1700, p. 354 du T. VI et l'Appendice de la p. 355 du même Tome.

⁶⁾ Voir ses lettres du 18 mars 1669 (p. 389 du T. VI), du 8 avril 1669 (p. 416), du 11 novembre 1669 (p. 520 du T. VI) et enfin celle du 31 janvier 1670 (p. 5 du T. VII).

⁷⁾ „Je vous suis fort obligé de ce que vous m'exhortez de haster l'Edition de ma Dioptrique. Je souhaiterois de m'y pouvoir appliquer avec un peu plus d'assiduité, mais la diversité, et

Vers 1672 et 1673 cette incertitude s'est dissipée et la théorie de la dioptrique va apparaître à Huygens sous un jour nouveau. Dans la première de ces années il prend connaissance de l'hypothèse de Newton sur la composition de la lumière blanche et des conséquences qu'elle entraîne au sujet de l'aberration dans les lentilles des rayons de différentes couleurs. Après quelques hésitations ⁷⁾ il en reconnaît pleinement la justesse, et la signification fondamentale qu'elle a pour les questions de dioptrique dont il s'est occupé. Il s'aperçoit ainsi que les règles, qu'il avait formulées pour déterminer le diamètre de l'objectif et le grossissement compatibles avec une lunette de distance focale donnée, n'ont pas la valeur qu'il leur a supposée. Il les supprime du manuscrit de sa Dioptrique avec une partie de ses travaux sur l'aberration sphérique ⁸⁾ et c'est d'abord à l'expérience seule qu'il veut avoir recours pour les remplacer ⁹⁾.

En attendant, la célèbre théorie ondulatoire de la lumière a pris naissance dans l'esprit de Huygens, qui se propose en conséquence de publier une Dioptrique d'une portée plus étendue traitant de cette théorie et de ses applications diverses,

quantité des occupations que j'ay m'est un grand obstacle" (p. 391 du T. VI; lettre du 30 mars 1669).

⁷⁾ On peut consulter à ce propos sa lettre à Oldenburg du 1 juillet 1672 (p. 186 du T. VII), ainsi que celles d'Oldenburg à Huygens du 28 juillet 1672 (p. 207—208), de Huygens à Oldenburg du 27 septembre 1672 (p. 228—229) et du 14 janvier 1673 (p. 242—244), d'Oldenburg à Huygens du 17 avril 1673 (p. 264) avec l'Appendice (p. 265—267), de Huygens à Oldenburg du 10 juin 1673 (p. 302) et enfin celle d'Oldenburg du 7 juillet 1673 (p. 324) avec l'Appendice I (p. 325—332, toujours du même Tome).

⁸⁾ Il s'agit des „Rejecta ex dioptriciis nostris”, que nous publions ici (p. 315—353) pour la première fois et à la place qu'ils occupaient dans le manuscrit. Outre la discussion des règles en question ils contiennent la description de l'invention de septembre 1665, qui consiste à faire compenser, dans une lunette hollandaise, l'aberration de l'objectif par celle de l'oculaire concave (voir plus loin les pp. LIX—LXII).

⁹⁾ Consultez la lettre de Huygens à Colbert (p. 350 du T. VII) du 9 août 1673, où l'on trouve: „Mais il y a une certaine propriété et défaut dans les refractions, qu'on a remarqué depuis peu, qui trouble ce raisonnement et fait que les grands verres des lunettes ne peuvent pas souffrir tant d'ouverture qu'on leur donnoit dans le precedent calcul. Et comme la clarté depend de la grandeur des ouvertures, elles deviendroient trop obscures si on les vouloit faire grossir suivant la determination de la table susdite” [la table des „Rejecta” p. 351—353], „de sorte qu'au lieu qu'une lunette de 60 pieds devoit grossir les objets 241 fois l'on trouue qu'elle ne peut aller qu'à 180 ou 200 fois au plus.

Il en faudra venir de mesme a l'experience pour determiner l'effect de plus longues parce que le raisonnement en cecy n'estant plus fondé sur un certain principe l'on ne scauroit dire avec assurance quels doivent estre leurs effects quand par ex. elles seront de 100, 150 ou 300 pieds”.

Plus loin (p. XI) on verra que Huygens a repris en 1684 les mêmes questions, maintenant sur la base de la théorie des couleurs de Newton.

où le contenu du manuscrit qu'il a préparé trouvera sa propre place et où de plus il ajoutera son explication des parélies et couronnes¹⁾ ainsi que ses considérations sur le lieu que nous assignons aux images formées par les lentilles et les miroirs au moyen de la vision binoculaire, ou autrement²⁾. L'ébauche d'un tel ouvrage, écrite probablement en 1673³⁾, nous a été conservée et sera reproduite dans un des Compléments que nous donnerons vers la fin du Tome présent⁴⁾.

Ensuite, en 1677, il découvre l'explication de la double réfraction du cristal d'Irlande, qui est considérée par Huygens comme la plus belle confirmation de sa théorie nouvelle de la lumière⁵⁾. Devant elle ses travaux antérieurs sur la dioptrique ont dû lui sembler d'une importance secondaire. Par conséquent, il se résout à faire précéder la publication de ces derniers par celle d'un traité qui contiendra la théorie ondulatoire de la lumière avec ses applications principales, mais sans entrer dans les détails de la dioptrique proprement dite, la théorie des lentilles et des lunettes. C'est là l'origine du „Traité de la lumière”, qui, il est vrai, n'a paru qu'en 1690, mais qui, à l'exception de quelques parties de moindre importance, avait été achevé déjà en 1678 et avait été lu en 1679 à l'Académie des Sciences à Paris⁶⁾.

¹⁾ Cette idée de joindre à sa Dioptrique ses travaux sur les „Parelies et Couronnes” n'a d'ailleurs jamais été abandonnée par Huygens. On la retrouve dans ses projets de 1684 (p. 753), de 1690 (p. 757) et de 1692 (p. 772) et dans une lettre à Leibniz du 26 mars 1691, p. 58 du T. X: „La demonstration des Parelies sera dans ma dioptrique à laquelle je vay travailler cet estè, sans m'en laisser détourner par d'autres speculations”.

Ajoutons que, dès 1684, Huygens a de plus eu l'intention d'insérer dans sa Dioptrique la description d'un niveau à lunette qu'il avait inventé (voir la note 1 de la p. 2 et les pp. 753, 772 et 774), des calculs sur l'arrangement des diaphragmes qui doivent empêcher la lumière qui tombe sur les parois du tube d'une lunette de pénétrer dans l'œil de l'observateur (voir les pp. 752 et 774) et la description de ses lunettes sans tube (voir les pp. 752, 753 et 774).

Enfin, vers 1692, il énonce le dessein d'y insérer des considérations sur la lunette catoptrique de Newton (voir la p. 775).

²⁾ Voir à propos de cette insertion, projetée en 1673 et mentionnée de nouveau en 1692, les pp. 745, 771, 775 et 776.

³⁾ D'après le lieu qu'elle occupe au livre D des „Adversaria”.

⁴⁾ Voir le § 2, p. 738, du Premier Complément.

⁵⁾ Voir sa lettre à Colbert du 14 octobre 1677 (p. 36 et 37 du T. VIII) et surtout la note 2 ajoutée à cette lettre.

⁶⁾ Voir la préface du „Traité de la lumière”, où Huygens rapporte les causes qui en ont retardé la publication. On peut consulter encore là-dessus les pp. 166, 198, 214, 245 et 272 du T. VIII, d'où il résulte qu'en 1679 et 1680 Huygens était toujours sur le point de faire imprimer ce Traité, comme il le fut de même en 1687 d'après les pp. 133, 163, 164 et 167 du T. IX.

⁷⁾ D'après les travaux dans le livre F des „Adversaria” que nous avons reproduits dans l'Appendice VIII, p. 621, à la Troisième Partie de la Dioptrique.

Enfin, en 1684⁷⁾, Huygens reprend les recherches sur les règles concernant l'ouverture de l'objectif et le grossissement des lunettes en les basant cette fois sur la théorie des couleurs de Newton. En avril 1685⁸⁾ on trouve dans sa correspondance la première mention des nouvelles règles auxquelles il est parvenu et qui diffèrent, en effet, entièrement des précédentes⁹⁾. Et c'est probablement cette même année que fut écrite la préface „De Telescopijs”¹⁰⁾ et presque tout ce que nous avons rassemblé dans la partie de la „Pars Tertia: De telescopijs et microscopijs” qui traite des télescopes¹¹⁾.

Après la publication, en 1690, du „Traité de la lumière”, Huygens se propose de nouveau de travailler à sa Dioptrique; mais, comme il l'écri à Leibniz le 11 juillet 1692¹²⁾ „Il y a bien des choses à demesler dans cette Dioptrique, et il s'en est offert toujours de nouvelles, jusqu'à cette heure, qu'il me semble d'avoir tout pénétré, quoy que je n'aye pas encor achevé de tout écrire”.

En effet, les traces de ces nouveaux travaux se trouvent dans les „Adversaria” de cette époque¹³⁾. Mais cette fois encore ils n'aboutissent pas à la publication de la Dioptrique. D'abord Huygens a l'intention de la faire paraître en français comme „seconde partie” du „Traité de la lumière”. Il y donne même un commencement d'exécution, mais il finit par y renoncer¹⁴⁾. Ensuite il ébauche un projet: „de Ordine in Dioptriciis nostris servando”¹⁵⁾ et pour achever la préparation de l'ouvrage projeté il numérote, de 1 à 165, en grands

⁸⁾ Voir la lettre du 23 avril 1685 (p. 6 et 7 du T. IX) à Constantyn Huygens, frère.

⁹⁾ D'après les anciennes règles le diamètre de l'objectif devait être proportionnel à la puissance $\frac{3}{4}$ de sa distance focale, et la distance focale de l'oculaire à la puissance $\frac{1}{4}$ de celle de l'objectif; d'après les nouvelles règles il s'agirait de la puissance $\frac{1}{2}$ dans les deux cas.

¹⁰⁾ L'ébauche d'une autre préface se trouve à la p. 197 du livre F des Adversaria; nous la reproduisons dans l'Appendice I, p. 586, à la Troisième Partie. Consultez aussi l'Appendice II, p. 588.

¹¹⁾ Voir les p. 443—511 du présent Tome.

¹²⁾ Voir la p. 296 du T. X.

¹³⁾ Voir l'Appendice IV, p. 240, à la Première Partie, Livre deuxième; les §§ 11—14, p. 613—619, de l'Appendice VI à la Troisième Partie; l'Appendice IX, p. 629, et le § 12, p. 694, de l'Appendice X à cette même Partie.

¹⁴⁾ Voir le § 7, p. 754, du Premier Complément, qui avait porté (voir la note 4 de la p. 754) la suscription: „Commencement de ma seconde partie de la Dioptrique en françois pour la joindre à la première qui est en cette mesme langue. Ce dessein est changé car elle demeurera en Latin”. Comparez encore la note 9 de la p. vii de cet Avertissement.

¹⁵⁾ Voir le § 8, p. 770, du Premier Complément.

chiffres rouges, les feuilles du manuscrit de la Dioptrique dans l'ordre des matières qu'il se propose de suivre dans la rédaction définitive.

C'est cette pagination en rouge qui a été suivie en principe par De Volder et Fullenius dans leur édition des „Opuscula postuma”¹⁾; publication qui leur avait été confiée par le testament olographe de l'auteur. Quelquefois seulement ils s'en sont écartés, là, où elle n'avait pas été faite assez soigneusement par l'auteur, qui naturellement comptait s'en affranchir quand le besoin s'en ferait sentir au cours de la nouvelle rédaction.

Cette manière d'agir des éditeurs des Oeuvres posthumes semble, en effet, assez logique, mais elle a l'inconvénient de rapprocher, et d'entremêler même, des parties écrites à des époques très différentes²⁾ et sous des points de vue divers; elle n'est donc pas propre à faire connaître le développement dans l'esprit de Huygens de ses idées sur la dioptrique. C'est surtout la dernière partie traitant des télescopes qui en a souffert dans l'édition de De Volder et Fullenius, où des fragments, qui datent de 1653, surgissent sans transition dans le texte qui est généralement de 1685 ou de 1692. Et il est clair que les vues de Huygens sur la meilleure construction et les mérites de différentes sortes de télescopes ont dû changer et s'approfondir notablement dans cet intervalle de plus de trente ans. De plus, avec cet arrangement, les „Rejecta ex dioptriciis nostris”, omis entièrement par les éditeurs des Oeuvres posthumes³⁾, ne peuvent pas trouver leur propre place, c'est-à-dire immédiatement après la partie avec laquelle primitivement ils avaient fait corps.

Sans doute, si Huygens avait pu accomplir le dessein qu'il s'était formé, il aurait réécrit toutes les parties anciennes⁴⁾ et créé de cette façon une œuvre

¹⁾ Christiani Hugonii Zelemii, dum viveret, Toparchae Opuscula Postuma, quæ continent Dioptricam. Commentarios de Vitris Figurandis. Dissertationem de Corona & Parheliis. Tractatum de Motu. De Vi Centrifuga. Descriptionem Automati Planetarii. Lugduni Batavorum, Apud Cornelium Boutesteyn, 1703.

²⁾ Voir, à la fin de cet Avertissement, la Table de Concordance de l'édition de De Volder et Fullenius avec la présente édition où l'ordre chronologique est suivi.

³⁾ Ils en font mention dans leur préface; mais seulement pour en motiver l'omission dans le texte.

digne de lui sous tous les rapports; mais puisque cette voie n'a pu être suivie, il semblait préférable de conserver dans notre publication autant que possible l'ordre chronologique, de manière à faire distinguer clairement les travaux des trois époques différentes: 1652—1653, 1665—1666 et 1684—1692, pendant lesquelles les diverses parties de la Dioptrique ont été composées presque entièrement.

Seulement, là où Huygens a apporté dans son manuscrit des changements qui sont souvent d'une date de beaucoup postérieure à celle de la première rédaction, nous avons cru le mieux respecter l'intention de l'auteur en donnant partout dans le texte la rédaction la plus récente, sauf à reléguer dans les notes les leçons plus anciennes et à imprimer en italiques dans le texte latin, afin de les mieux faire ressortir, les passages en question, dans le cas où ils datent d'une époque très différente de celle des autres parties du texte.

Après avoir donné cet aperçu général sur la genèse de la Dioptrique nous en analyserons avec plus de détails les différentes parties.

PREMIÈRE PARTIE: LE TRAITÉ DE 1653 DE LA RÉFRACTION ET DES TÉLESCOPES.

Livre premier: De la réfraction due aux surfaces planes et sphériques et aux lentilles.

Introduction.

Les premières pages de la Dioptrique, jusqu'à la Prop. I (p. 13), peuvent être considérées comme une introduction au traité projeté „de la réfraction et des télescopes.” Pour en connaître la rédaction primitive, on doit commencer

4) Voir p. e. l'annotation citée dans la note 9 de la p. VII.

par l'Appendice I (p. 143—145) et poursuivre la lecture à la p. 9, là où les italiques finissent.

Après avoir formulé la loi fondamentale de la réfraction, qu'il attribuait alors à Descartes ¹⁾, Huygens fait suivre la description de quelques méthodes pour déterminer l'indice de réfraction, qui lui ont paru être les plus commodes et d'une précision suffisante.

Ainsi, pour déterminer (p. 9) l'indice de réfraction d'un liquide, Huygens fait usage d'un vase cylindrique de verre rempli du liquide. En plaçant ce cylindre de telle manière que l'axe soit perpendiculaire à la direction des rayons solaires on voit se former une ligne focale. Ensuite, après avoir mesuré la distance qui sépare cette ligne du vase, et le rayon du cylindre, on peut calculer l'indice de réfraction à l'aide de la Prop. XIII, p. 79—81 du Tome présent ²⁾.

Un autre procédé rapide (p. 11) pour déterminer l'indice du verre ou du cristal consiste dans l'emploi d'une lentille planconvexe formée de la substance en question. La Prop. IX (p. 35) permet alors de calculer l'indice au moyen du rayon de courbure de la surface convexe et de la distance focale ³⁾.

Un troisième procédé (p. 11—13) dépend de la mesure de l'amplitude de l'arc-en-ciel produit par une petite sphère solide de la matière en question. Descartes avait appris à calculer le diamètre de l'arc-en-ciel ordinaire en partant de la valeur connue de l'indice de réfraction de l'eau de pluie ⁴⁾. Huygens, charmé de l'idée ingénieuse sur laquelle reposait cette invention, avait élaboré ⁵⁾ une

¹⁾ Voir la note 1 de la p. 9 du présent Tome. Nous n'entrerons pas ici dans une discussion sur l'originalité de la loi de Descartes et sur la priorité de Descartes ou de Snellius; nous rappellerons seulement que l'assertion de Huygens, qu'on trouve (p. 7—9) dans la rédaction nouvelle qui a remplacé celle de l'Appendice mentionné, a été une des principales causes qui ont fait naître des contestations à ce sujet. De même, nous n'ajouterons rien ici à propos des autres parties de l'aperçu historique qui appartient à cette nouvelle rédaction et qui nous semble suffisamment éclairci par les notes qu'on y trouve ajoutées.

²⁾ L'Appendice V, p. 156, fait connaître une application de cette méthode à la détermination de l'indice d'une dissolution saturée de sel ordinaire. Elle date du 19 septembre 1664.

³⁾ Une extension de cette méthode, datée février 1667, se trouve dans l'Appendice VII, p. 160. Maintenant Huygens emploie une lentille biconvexe et apprend à calculer l'indice à l'aide des rayons de courbure, de la distance focale et de l'épaisseur de la lentille.

⁴⁾ Voir la note 3 de la p. 146. Descartes ne s'était nullement occupé (comme Huygens l'assure à la p. 153) du problème inverse de calculer l'indice au moyen du diamètre de l'arc-en-ciel. Sa méthode y serait d'ailleurs très peu favorable.

⁵⁾ Voir l'Appendice II de 1652, p. 146—153.

meilleure méthode qui permettrait en même temps de résoudre le problème inverse, c'est-à-dire, de calculer l'indice à l'aide de la valeur connue du diamètre de l'arc. C'est, en effet, à l'aide de la solution de ce dernier problème qu'il déterminait l'indice de réfraction du verre en se „servant d'une petite sphère solide de cette substance, et en observant à l'aide de cette sphère que le rayon d'un arc-en-ciel pour une pluie de verre si jamais une telle pluie venait à tomber, serait de $21^{\circ} 45' ''^6$).

D'ailleurs Huygens jugeait inutile d'ajouter à ces méthodes d'autres ⁷⁾ plus exactes mais plus laborieuses, parce que, comme il le dit, il ne lui semblait pas „qu'il y eût aucune nécessité de chercher la valeur numérique de l'indice de réfraction avec une grande précision, et parce que cette valeur est un peu différente pour diverses sortes de verres ou d'eaux” ⁸⁾.

Détermination du foyer d'une lentille et des images des points situés sur l'axe optique.

Après la discussion des méthodes qui peuvent servir à mesurer la réfraction d'une substance transparente, Huygens prépare par ses trois premières propositions ⁹⁾ et par ses définitions des „points de concours ou de dispersion” ¹⁰⁾ son attaque des deux problèmes principaux qu'il s'est proposé de résoudre dans le premier livre: la détermination des foyers des lentilles et celle des lieux où se forment les images d'objets dont la position est donnée.

Ce qui nous frappe avant tout dans cette partie de la Dioptrique, c'est la grande rigueur que Huygens s'est imposée. Elle se montre déjà dans sa définition des points que nous venons de nommer. Huygens a reconnu aussitôt que lorsqu'une

⁶⁾ Voir encore l'Appendice III de 1658, p. 154, où il est question d'une sphère de cristal, donnant lieu à un arc-en-ciel assez différent en amplitude de celui que produit une sphère en verre, et la lettre à Petit du 30 janvier 1659, p. 328 du T. II, où Huygens décrit la technique de l'observation de l'arc-en-ciel pour le verre.

⁷⁾ Voir, à ce propos, l'Appendice IV, p. 155, qui donne le dessin et la description d'un simple appareil pour déterminer, dans le cas du verre, tous les angles correspondants d'incidence et de réfraction, et par suite aussi l'indice de réfraction.

⁸⁾ Voir la p. 11 du présent Tome.

⁹⁾ Voir les p. 13—17.

¹⁰⁾ Voir les p. 17—19.

surface réfringente plane ou sphérique, ou bien une lentille, reçoit un rayon parallèle à l'axe ou issu d'un point donné de cette ligne, le lieu d'intersection du rayon réfracté avec l'axe tend vers une position limite déterminée, à mesure qu'on diminue l'écart entre le rayon incident et l'axe. C'est cette position limite qu'il a toujours en vue quand il parle du point de concours ou de dispersion, et, dans la démonstration détaillée et patiente de ses premiers théorèmes, on trouve toujours tous les raisonnements qui sont nécessaires pour faire ressortir cette propriété des foyers. Ce n'est que peu à peu qu'il se permet d'abréger un peu ses considérations à ce point de vue.

Dans les Prop. IV—VII (p. 19—27) il s'agit de la situation des images dans le cas d'une surface réfringente plane, les rayons étant supposés former de petits angles avec la perpendiculaire à la surface. Ensuite, après avoir déterminé dans les Prop. VIII—XI (p. 33—41) les foyers pour une seule surface sphérique, Huygens considère dans la Prop. XII (p. 41—79) la situation de l'image d'un point lumineux produite par une telle surface. En traitant de ces questions il se sert d'un mode d'expression (voir la Définition de la p. 41) qui lui permet d'énoncer les théorèmes d'une manière tout-à-fait générale et d'embrasser tous les cas des points lumineux et des images, réels et virtuels.

Les Prop. XIV—XVII (p. 81—93) sont consacrées à la détermination des foyers de lentilles de différentes formes. On y trouve calculées exactement les distances de ces points aux surfaces de la lentille, et Huygens n'oublie pas d'appeler l'attention sur la différence des distances des deux foyers d'une même lentille à cette lentille, lorsque les surfaces sont de courbures inégales. Il ajoute cependant que cette différence disparaît si l'on néglige l'épaisseur de la lentille, comme il va le faire dans la plupart des théorèmes qui suivent.

Cela posé, il réussit, dans la Prop. XX (p. 99—109), à établir une règle générale, qui s'applique à toutes les espèces de lentilles et à toutes les situations du point lumineux.

Cette règle, ainsi que celle qu'il a donnée dans la Prop. XII (p. 41) pour l'image produite par une seule surface réfringente, est présentée sous une forme très remarquable qu'on ne retrouve guère dans les traités modernes. En faisant intervenir ce qu'on appelle maintenant le premier foyer, Huygens peut dire que, dans le cas d'une seule surface réfringente, les distances du point lumineux à ce foyer, à la surface même, à son centre de courbure et à l'image forment une proportion géométrique. Pour une lentille la règle est plus simple encore; ici les

trois distances du point lumineux au premier foyer, à la lentille et à l'image sont en proportion continue.

En ce qui concerne la direction dans laquelle on doit prendre la distance du point lumineux à l'image, déterminée par ces propositions, Huygens énonce une règle qui revient à dire que, dans les proportions qu'il introduit, chaque ligne doit avoir le signe algébrique qui correspond à la direction qu'elle possède à partir du point lumineux.

Pour montrer la connexion qu'il y a entre les deux propositions et pour juger de leur degré de généralité, on peut les considérer comme des cas spéciaux d'un théorème qu'on déduit dans la théorie d'un système centré de surfaces réfringentes sphériques. Concevons un point lumineux quelconque situé sur l'axe du système, et soient a , b , c et d les distances de ce point au premier foyer, au premier point principal, au premier point nodal et à l'image. On aura alors :

$$a : b = c : (d - \Delta),$$

où Δ est la distance du premier point principal au second.

Or, cette dernière distance s'annule dans les deux cas traités par Huygens, et on retrouve la Prop. XII en remarquant que, dans l'hypothèse d'une seule surface réfringente, les points principaux coïncident avec le point où elle est coupée par l'axe, tandis que les points nodaux se confondent avec le centre de courbure. Quant à la règle établie dans la Prop. XX pour une lentille dont on néglige l'épaisseur, elle se déduit également du théorème général, puisque dans ce cas les points principaux et nodaux se trouvent à l'intersection de la lentille avec son axe.

Pour compléter cette partie de notre résumé du contenu du Premier Livre du Traité de la réfraction et des télescopes, nous devons parler encore des Prop. XIII, XVIII, XIX et XXI. La première (p. 79—81) traite de la détermination du foyer d'une sphère solide, ou si l'on veut, de la ligne focale d'un cylindre droit de révolution. Elle a pour but de déduire le théorème dont Huygens se sert dans sa première méthode pour la détermination de l'indice de réfraction ³⁾. Dans la Prop. XVIII (p. 95) il suppose donnés la distance focale d'une lentille et le rayon de courbure de l'une des surfaces; il en déduit la courbure de l'autre. La

³⁾ Voir la p. XIV de cet Avertissement.

Prop. XIX (p. 97) montre comment on peut trouver une lentille planconvexe ou une lentille à surfaces également courbées qui soit équivalente à une lentille convexe quelconque. Enfin la Prop. XXI (p. 109—111) apprend à placer en un lieu donné une surface sphérique, ou une lentille, capable de réunir en un point déterminé les rayons qui correspondent à un autre point donné.

Signalons encore un résultat obtenu par Huygens dès le commencement de ses études de dioptrique. Il se rapporte au cas particulier où une surface réfringente sphérique produit une image *exacte* d'un point lumineux ¹⁾. Si la surface est donnée, ainsi que l'indice de réfraction n du second milieu par rapport au premier (d'où les rayons proviennent), on peut toujours indiquer une position du point lumineux, pour laquelle les rayons après la réfraction se réunissent exactement même point. En effet, si r est le rayon de courbure, il suffit que la distance du point lumineux réel ou virtuel à la surface soit égale à $a = (n + 1)r$; la distance de l'image à la surface est alors donnée par $b = \left(1 + \frac{1}{n}\right)r$. À la condition, bien entendu, que les trois lignes r , a et b aient la même direction comptée à partir de la surface réfringente. La démonstration de ce théorème pour les quatre cas qu'on peut distinguer, la surface pouvant être convexe ou concave, et la valeur de n supérieure ou inférieure à l'unité, se trouve aux pages 63, 69—71, 73—75, et 79 ²⁾.

Si Huygens avait publié les propositions que nous venons de mentionner à l'époque, vers 1653, où il les a obtenues, il aurait eu la priorité incontestable de la plupart d'entre elles. Il connaissait alors à fond l'œuvre dioptrique de Kepler,

¹⁾ Voir la note 3, p. 49 du Tome présent; mais remplacez dans la troisième ligne d'en bas les mots „partant d'un point donné” par „correspondant à un point donné”. Ajoutons que d'après la lettre de Huygens à De Sluse du 7 septembre 1657 (voir la p. 55 du T. II) la même découverte avait été faite par Roberval à une époque qui nous est inconnue, et que vers 1690 Huygens a donné une analyse algébrique menant au même résultat; voir l'Appendice I, p. 783, au Premier Complément.

²⁾ Voir les Fig. 27 (p. 63), 31 (p. 68), 34 (p. 72) et 40 (p. 77). Dans toutes ces figures l'arc BA représente la surface réfringente, qui est convexe par rapport à la matière la plus dense dans les deux premières, et concave dans les deux autres. Dans les Fig. 27 et 34, D indique le point lumineux, virtuel dans la première figure, réel dans l'autre, et S l'image; dans les Fig. 31 et 40, les rôles des points D et S sont intervertis. Pour l'application à la construction de lentilles qui ne présentent pas d'aberration sphérique, consultez les p. 65—67.

dans laquelle il n'avait trouvé que quelques résultats sur la situation des foyers dans des cas particuliers ³⁾; il avait été devancé à son infu ⁴⁾ par Cavalieri sur ce même sujet quant aux cas généraux ⁵⁾; mais les propositions importantes XII (p. 41) et XX (p. 99) sur la situation des images étaient alors entièrement nouvelles, autant quant au fond que quant à la forme.

³⁾ Dans la „Dioptrice” de 1611, ouvrage cité à la p. 6 du T. I, on retrouve, comme Prop. XXXIV et XXXV (p. 10—12 de l'ouvrage de Kepler), les Prop. VIII (p. 33) et IX (p. 37) de Huygens qui se rapportent au foyer d'une seule surface sphérique. Il est vrai que Kepler ne connaissait pas la loi des sinus; mais la proportionnalité des angles, qu'il admet pour les cas où ces angles sont plus petits que 30°, suffit évidemment pour la détermination des foyers et des images. De plus, si Kepler ne traite que le cas du verre, où $n = \frac{3}{2}$, on doit remarquer que ses raisonnements peuvent être étendus facilement au cas d'une valeur quelconque de l'indice de réfraction.

Quant aux foyers des lentilles, Kepler n'a su obtenir des résultats précis que dans quelques cas spéciaux parmi lesquels se trouve celui d'une lentille biconvexe dont les deux courbures sont égales (voir sa Prop. XXXIX, p. 14). Huygens, au contraire, (et de même Cavalieri comme nous le verrons immédiatement) apprend à calculer les foyers de toutes les espèces de lentilles, de celles qui sont biconvexes, ou biconcaves et de celles qui sont convexes d'un côté, et concaves de l'autre; voir les Prop. XVI (p. 85) et XVII (p. 89). Toutefois nous devons ajouter que Kepler avait trouvé par induction un théorème remarquable équivalent à la solution générale du problème des foyers; voir la p. 771 avec la note 9, d'où il s'ensuit qu'en 1692 Huygens se proposait de mentionner ce théorème dans la rédaction définitive de sa Dioptrique. Consultez encore à ce propos les notes 4 de la p. 277 et 5 de la p. 323.

⁴⁾ Cela résulte clairement de la manière dont il communiqua, en nov. et déc. 1652, à van Gutschoven (T. I, p. 192) et à Tacquet (T. I, p. 204) sa construction générale du foyer d'une lentille biconvexe en ajoutant dans sa lettre à Tacquet: „quomodo in lente inæqualium convexorum punctum concursus radiorum parallelorum inveniri possit frustra quæsit Keplerus”. Depuis, avant la fin de décembre 1654, Huygens a pu prendre connaissance des „Excercitationes geometricæ sex, auctore F. Bonaventura Cavalerio” de 1647 (l'ouvrage cité dans la note 3, p. 131 du T. I), qui lui furent prêtées par van Schooten (voir la p. 313 du T. I). C'est la dernière de ces „Excercitationes”, qui traite „de quibusdam proportionibus miscellaneis”, douze en nombre, dont la troisième est intitulée „de perspicillorum focus” et contient (p. 458—495) la détermination des foyers de toutes les espèces de lentilles.

Ajoutons que plus tard Huygens annota à propos des „Centuria Problematum Opticorum” d'Eschinardi qui parurent en 1666: „Illam de foco lentis compositæ a Cavalerio sumsit”; voir la p. 324 du T. VI.

⁵⁾ Voici la „règle approximative unique et générale” par laquelle Cavalieri résume, à la p. 462 de l'ouvrage mentionné dans la note précédente, les résultats obtenus: „Ut aggregatum ex semidiametris convexitatum vel cavitatum (sed convexis, vel cavis, in eandem partem vergentibus, ut eorundem differentia) ad semidiametrum convexitatis, vel cavitatis, radios parallelas aspicientis: ita duplum reliquæ semidiametri est ad distantiam foci ab ipsa lente”. Elle est presque identique, même dans la forme, avec celle qu'on trouve à la p. 89 du présent Tome pour le cas d'une lentille de verre dont on néglige l'épaisseur. Remarquons toutefois que les résultats de Huygens sont plus généraux en ce que l'épaisseur de la lentille y est prise en considération; voir les notes 2, p. 86 et 6, p. 87.

Il en était déjà autrement lorsque, en septembre 1669, il envoya à la Société Royale de Londres une série d'anagrammes qui contenaient ses principales découvertes avec le but de s'en réserver la priorité¹⁾. De ces anagrammes le troisième se rapporte aux propositions prémentionnées. Elles y sont indiquées par la paraphrase: „Tertia proportionalis in lente, quarta proportionalis in superficie simplici dat punctum correspondens”. Les „Lectiones Opticæ”²⁾ de Barrow étaient alors sous presse³⁾. Dans cet ouvrage, écrit sous les auspices de Newton⁴⁾, on retrouve la détermination des foyers d'une lentille sphérique quelconque d'épaisseur finie, et de même celle de l'image d'un point lumineux situé sur l'axe de la lentille⁵⁾; c'est-à-dire les deux principales inventions du Livre I. Toutefois le procédé est bien différent, quoiqu'il soit également rigoureux chez les deux auteurs et qu'ils partent de la même définition des foyers et des images comme points limites⁶⁾. Barrow était, en effet, un mathématicien de talent et il a composé un livre élégant⁷⁾ dont

¹⁾ Voir les p. 486 et 487 du T. VI.

²⁾ Voir l'ouvrage cité dans la note 14, p. 505 du T. VI; mais remarquons qu'une édition de 1661 n'a jamais existé et que celle de 1674, mentionnée dans cette note, est entièrement conforme, page pour page, à la première édition de 1669, si l'on excepte le titre qui dans la première édition est le suivant: „Lectiones XVIII Cantabrigiæ in Scholis publicis habitæ in quibus opticonum phenomenon genuinæ rationes investigantur, ac exponuntur. Annexæ sunt Lectiones aliquot Geometricæ, ab Isaäco Barrow Socio Collegii S. Trinitatis, Matheseos Professore Lucasiano, necnon Societatis Regiæ Sodale. Londini Typis Gulielmi Godbid, & prostant venales apud Johannem Dunmore & Octavianum Pulleyn juniorem. MDCLXIX”.

³⁾ Consultez les pp. 389, 505 et 534 du T. VI.

⁴⁾ Voir l'„Epistola ad Lectorem”, où on lit: „Quorum unus” [amicorum] „D. Isaacus Newton, collega noster (peregrinæ vir indolis ac insignis peritiæ) exemplar revisit, aliqua corrigenda monens, sed & de suo nonnulla penû suggerens, quæ nostris alicubi cum laude innexa cernes”.

⁵⁾ Dans la „Lectio XIV”, p. 96—104. Comparez encore la note 1 de la p. 782 du présent Tome.

⁶⁾ Ainsi les cas particuliers où les rayons qui partent d'un point donné ou s'y réunissent correspondent exactement, après leur réfraction, à un autre point pouvaient échapper aussi peu à Barrow qu'à Huygens, et ils y attachent un intérêt égal. Voir, chez Barrow, le § IX de la „Lectio XI”, p. 77 et le § XVII de la „Lectio XIII”, p. 91.

⁷⁾ Voici l'opinion de Huygens lui-même, exprimée dans sa lettre du 22 janvier 1670 à Oldenburg (p. 2 du T. VII). „J'ay eu le traité de Dioptrique de Monsieur Barrow, qui fait voir également le savoir et l'ingénuité de son auteur, mais quoy qu'il semble avoir espuisé toute cette matière vous verrez quelque jour que ce que j'en ay écrit est encore tout différent”. En effet, il n'y a rien dans le livre de Barrow qui corresponde au contenu des Livres II et III du „Traité de la réfraction et des télescopes”, ni aussi à la „deuxième Partie” de la „Dioptrique” où l'aberration sphérique est traitée; partie qui en 1670 était complètement achevée.

les raisonnements peuvent être suivis plus facilement par un lecteur moderne que ceux de Huygens. Mais comme physicien il ne peut pas être considéré comme étant son égal. Tandis que Huygens a toujours en vue les propriétés des lentilles qui intéressent spécialement les observateurs, Barrow s'arrête longuement à toutes sortes de constructions qui se rapportent à des rayons faisant un angle fini avec la normale à la surface réfringente ⁸⁾ et ne donne à la considération des lentilles que quelques pages vers la fin de son livre. Il est vrai que, comme nous l'avons dit, il en détermine les foyers et qu'il énonce une règle générale qui apprend à construire l'image d'un point lumineux sur l'axe.

Cette règle de Barrow, qui lui avait été communiquée par un de ses amis ⁹⁾, peut être exprimée comme il suit :

Soient L le point lumineux situé sur l'axe de la lentille, A_1 et A_2 les points d'intersection de cette ligne avec la première et la seconde surfaces, C_1 et C_2 les centres de courbure de ces surfaces, A_1B_1 , A_2B_2 , C_1D_1 et C_2D_2 des perpendiculaires à l'axe, situées dans un même plan. Tirez une ligne droite quelconque par le point L et soient α et β les points d'intersection de cette ligne avec A_1B_1 et C_1D_1 . Prenez ensuite sur C_1D_1 un point γ tel que $C_1\gamma = C_1\beta : n$ (n étant l'indice de réfraction) et joignez α et γ . La ligne ainsi obtenue coupe la droite A_2B_2 en un point δ et la droite C_2D_2 en un point ϵ . Si, sur la dernière ligne, on fait $C_2\eta = n.C_2\epsilon$, la ligne tirée par les points η et δ déterminera sur l'axe la situation de l'image de L ¹⁰⁾.

⁸⁾ Voici toutefois une de ces constructions (§ II de la „Lectio” XI, p. 75) qui mérite bien d'être signalée et qui, en même temps, peut servir d'exemple de la portée des méthodes de Barrow: Soient, dans une section méridienne, C le centre d'une surface sphérique réfringente, et AC le rayon de la sphère qui a la direction d'un rayon incident arrivant au point B de la surface. Déterminons sur l'„axe” AC deux points F et G tels que $AF : CF = n$ et $GF : CG = n$, F se trouvant au dehors de l'intervalle AC , et G entre C et F . Décrivons ensuite avec G comme centre un cercle qui passe par le point F . Alors, si le prolongement de BC coupe ce cercle au point H , et si l'on prend sur l'axe, à partir du centre C , et vers le côté du point F une longueur $CJ = CH$, le rayon réfracté passera par le point J .

Cette construction fait voir immédiatement que F est la position limite vers laquelle le point d'intersection J tendra si le rayon incident se rapproche de plus en plus de l'axe, ce que Huygens démontre (p. 33—35 du présent Tome) par un raisonnement assez laborieux.

⁹⁾ Voir le § II de la „Lectio” XIV, p. 103.

¹⁰⁾ Outre cette règle générale Barrow donne au même paragraphe (p. 97—102) des constructions différentes pour tous les cas qui peuvent se présenter. Ces constructions sont loin d'être aussi simples et élégantes que la construction unique de la Prop. XX de Huygens.

On comprend tout de suite cette règle en remarquant que le résultat est indépendant de l'inclinaison initiale de la ligne $L\alpha$ par rapport à l'axe, et que, si cette inclinaison est infiniment petite, on n'a fait autre chose que de suivre pas à pas la marche d'un rayon lumineux issu du point L.

La construction est donc exacte et parfaitement générale, s'étendant au cas d'une épaisseur finie de la lentille, mais elle a le défaut d'être bien compliquée, ce qui provient surtout de ce qu'on a fait intervenir deux fois l'indice de réfraction. Huygens, au contraire, a eu le mérite de formuler dans la Prop. XX ¹⁾ une règle, applicable, il est vrai, seulement au cas d'une lentille d'épaisseur négligeable, mais qui fait dépendre la situation de l'image de celle de certains points fixes situés sur l'axe de la lentille, sans qu'il soit nécessaire de se servir chaque fois de nouveau de l'indice de réfraction. Ainsi il a fait pour une lentille unique, de faible épaisseur, ce que Gauss et d'autres physiciens ont fait pour un système optique quelconque.

C'est grâce à cette forme donnée par lui à la détermination de l'image que Huygens a pu arriver à la notion importante des lentilles équivalentes ²⁾, notion qui a échappé à Barrow. Signalons encore la simplification considérable que Huygens a atteint, au point de vue pratique, par l'introduction du centre optique, dont il fera question bientôt, et par la manière dont il se sert de ce point dans le cas d'une épaisseur négligeable de la lentille. Or, le traité de Barrow ne contient rien relatif à ces sujets.

Une autre date importante est celle de 1703, date de la publication de la *Dioptrique* de Huygens, comme œuvre posthume. À cette époque la détermination des foyers et des images des lentilles ne présentait plus aucune difficulté aux physiciens. Pour le montrer nous citerons en premier lieu le théorème suivant qu'on rencontre dans la „*Dioptrica nova*” ³⁾ (1692) de Molyneux : „As the difference

¹⁾ Voir la p. 99 du présent Tome.

²⁾ Voir la p. 109 du présent Tome.

³⁾ Voir, sur le titre complet, la note 11 de la p. 260 du T. X. En avril 1692 Huygens écrit (voir la p. 279 du T. X) à Fatio Duillier à propos de cet ouvrage : „Je trouve qu'il” [Molyneux] „explique mieux les effets des Telescopes que jusqu'icy personne n'a fait. Au reste il y a peu de ce que contient mon Traité sur cette matière”. Ajoutons qu'on trouvera au § 3 (p. 826—844) du Quatrième Complément une critique détaillée de l'ouvrage de Molyneux, où le sujet des foyers et des images est discuté à la p. 827.

between the distance of the object and focus is to the focus or focal length; so the distance of the object from the glass to the distance of the respective focus or distinct base from the glass" ⁴⁾); où ces dernières expressions indiquent l'image. En second lieu nous renvoyons à un article de Halley ⁵⁾ dans les „Phil. Transactions" de Novembre 1693 où, sans négliger l'épaisseur de la lentille, il détermine la distance de l'image à l'une des faces par une formule algébrique unique qu'il applique à tous les cas possibles, en choisissant les signes des grandeurs suivant l'usage moderne ⁶⁾).

Il est donc clair qu'ici, comme souvent ailleurs, l'influence que les découvertes de Huygens auraient pu avoir sur le développement de la science a été de beaucoup amoindrie et presque anéantie par leur publication tardive; toutefois on ne doit pas oublier l'influence occulte, dont on ne saura jamais la vraie étendue, que les communications par lettres à des hommes compétents et les communications verbales, sans doutes nombreuses, à Londres et surtout à Paris ⁷⁾, ont pu exercer.

⁴⁾ Si nous employons les notations de la note 1 de la p. 98 du présent Tome on a donc $(p - f)$:

: $f = p : p'$, d'où la formule usuelle: $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$ se déduit aisément.

Le théorème est donné à la p. 42 de l'ouvrage de Molyneux pour le cas d'une lentille biconvexe, et $p > f$; mais aux pp. 48, 63 et 68 les modifications nécessaires pour les autres cas sont indiquées.

⁵⁾ Voir aux p. 960—969 du Vol. XVII l'article: „An Instance of the Excellence of the Modern Algebra, in the Resolution of the Problem of finding the Foci of Optick Glasses universally". À remarquer que les „Foci" de Halley comprennent aussi bien les images que les foyers proprement dits.

Voici, dans les notations de la note 2 de la p. 86, la formule en question, arrangée pour le cas d'une lentille biconvexe, où p représente la distance de l'objet à la surface antérieure, q celle de l'image à la surface postérieure:

$$q = \frac{\frac{n}{n-1} R_1 R_2 p - R_2 p e + \frac{1}{(n-1)} R_1 R_2 e}{n(R_1 + R_2)p - \frac{n}{n-1} R_1 R_2 - (n-1) p e + R_1 e}$$

⁶⁾ Nous pourrions mentionner encore les „Fragmens de Dioptrique par Monsieur Picard", oeuvre posthume qui parut en 1693 dans les „Divers Ouvrages de Mathématique et de Physique. Par Messieurs de l'Académie Royale des Sciences" (p. 375—412). Les règles pour la détermination de l'image dans les différents cas y sont mises (p. 383) sous une forme qui, pour la lentille biconvexe, conduit immédiatement à l'équation: $p' = \frac{f^2}{p-f} + f$. De même on y trouve (p. 392—394) des règles pour la détermination des foyers, eu égard à l'épaisseur de la lentille.

⁷⁾ Comparez à ce propos le début du § 5 (p. 752) du premier Complément à cette Dioptrique.

Images des points hors de l'axe optique. Centre optique. Relation entre les diamètres de l'objet et de l'image.

Jusqu'à la Prop. XXII (p. 111) Huygens s'est borné à la considération des points lumineux situés sur l'axe de la lentille; dans cette proposition et les deux suivantes il s'occupe de points qui se trouvent à une petite distance de cet axe, de l'image d'un objet placé dans un plan perpendiculaire à cette ligne, et de la propriété du centre optique ¹⁾. La situation de ce dernier point est indiquée dans la Prop. XXIII (p. 119—123) pour les différents genres de lentilles. Du reste, dans les cas où l'épaisseur est négligée, Huygens peut considérer une ligne droite tirée par le centre optique comme le chemin suivi par un rayon qui traverse la lentille sans subir aucune réfraction. De cette manière il arrive aisément à la Prop. XXIV (p. 123) qui fait connaître la proportionnalité approximative, alors déjà bien connue ²⁾, des dimensions de l'objet et de l'image à leurs distances à la lentille. Pour une détermination plus exacte du rapport de ces dimensions le centre optique ne pourrait servir, puisque la correction à apporter au rapport des distances à ce point, pour en déduire celui des dimensions de l'objet et de l'image, est du même ordre de grandeur que quand on prend par exemple les distances au milieu ou aux faces de la lentille, c'est-à-dire, de l'ordre du rapport de l'épaisseur aux rayons de courbure. Huygens le fait bien, et il indique le moyen d'arriver à une meilleure approximation en se servant du point V de la Fig. 97, p. 124. Il est clair qu'en construisant de même un point U, qui divise LR dans la même proportion que LD est divisée par le point V, le rapport des dimensions se trouvera égal à VH : UE ³⁾ et, en effet, ce rapport représente le grossissement avec une approximation qui va jusqu'au carré de l'épaisseur. Or, comme nous l'avons indiqué dans la note 4 de la p. 124, la détermination précise

¹⁾ Cette propriété aussi se retrouve dans la „Dioptrica nova” de Molyneux; voir les p. 25—28 de cet ouvrage.

²⁾ Elle avait déjà été énoncée par Hérigone en 1634 dans le Tome V de l'ouvrage cité dans la note 4 de la p. 202 de notre T. I. On y lit à la p. 155 comme Propos. XVII: „Diametri picturae & rei visae eandem fere inter se habent proportionem quam earum distantiae à lente.”

³⁾ C'est-à-dire, dans les notations de la note 3, p. XXII, $VH : UE = \left(q + \frac{R_2}{(R_1 + R_2)n} d \right) : \left(p + \frac{R_1}{(R_1 + R_2)n} d \right)$.

des sommets des triangles IVG et KUF n'aurait présenté aucune difficulté à Huygens. Si en conséquence cela lui avait paru désirable, il aurait pu donner la mesure précise du grossissement de l'objet par la lentille, et la méthode suivie aurait été celle de l'emploi des points nodaux introduits en 1845 par Moser et Listing⁴⁾. En effet, le sommet du „triangle formé derrière la lentille” n'est autre que l'un de ces points et la construction du point V en donne la position approximative.

Indice de réfraction relatif.

Dans la Prop. XXV (p. 125—129), qui est publiée ici pour la première fois, Huygens énonce la règle pour la détermination de l'indice de réfraction relatif de deux milieux. Elle y est basée sur l'observation qu'une plaque plan-parallèle interposée entre deux corps transparents ne change pas la direction dans laquelle un rayon donné pénètre dans le second corps. En partant de cette observation Huygens peut démontrer facilement que l'indice relatif est égal au quotient des indices des deux corps par rapport à l'air⁵⁾. Plus tard Huygens a écarté du manuscrit de la Dioptrique cette proposition; sans doute parce qu'alors il préférerait renvoyer, là où il avait besoin de la règle, c'est-à-dire à l'occasion de la construction de lentilles propres à la vision sous l'eau⁶⁾, au „Traité de la lumière”, où elle est déduite à l'aide des principes de la théorie ondulatoire de la lumière.

Structure de l'œil. Lentilles pour les myopes et les presbytes. Lentilles pour la vision sous l'eau.

Vers la fin du Livre que nous venons d'analyser, Huygens s'occupe (p. 129—135) de la structure de l'œil et de la théorie de la vision, sujets sur lesquels

⁴⁾ Voir l'ouvrage de J. B. Listing: Beitrag zur physiologischen Optik. Göttingen, 1845, p. 10. Après y avoir défini ses points nodaux, Listing ajoute: „Die beiden Punkte welche Moser (Repertorium der Physik, Bd. V. S. 372) ersten und zweiten Hauptpunkt des Auges nennt, sind von den durch Gauss eingeführten Hauptpunkten wesentlich verschieden und mit den hier sogenannten Knotenpunkten identisch”.

⁵⁾ La règle était connue de Picard (voir la p. 398 de l'article cité dans la note 6 de la p. XXIII). En se basant sur elle il démontre que „la refraction qui se fait de l'air à l'eau au travers d'un verre mince quoy que courbe, est tout de mesme que si elle se faisoit immédiatement de l'air à l'eau.”

⁶⁾ Voir les p. 139—141.

nous préférons revenir plus loin à l'occasion de quelques pièces d'une date postérieure. Enfin il conclut en donnant (p. 135—141) des règles claires et précises pour trouver les formes des lentilles „qui portent secours aux yeux des vieillards et des myopes” et qui „permettent de voir clairement aux personnes placées sous l'eau”.

Ici encore il y a occasion de comparer les solutions fournies à un même problème par Huygens et par Barrow, qui, lui aussi, a donné des règles pour la construction des verres pour les myopes et les presbytes ¹⁾. Or, Barrow a cru devoir avoir recours au cas particulier „de l'image exacte”, dont nous avons parlé plus haut ²⁾. En effet, il est clair qu'une lentille, comme celle dessinée par Huygens à la p. 65 du présent Tome, peut être utile aux presbytes puisqu'elle agit de telle sorte que les rayons qui proviennent du point B semblent provenir du point A. Et de même la lentille représentée à la p. 64 peut être profitable aux myopes. À part cette restriction de Barrow, la solution de Huygens pour les presbytes ne diffère pas, en principe, d'avec la sienne. Pour Huygens, comme pour Barrow, il s'agit de faire paraître l'objet qui se trouve en un lieu donné (le point C de la fig. 101, p. 137) en un autre lieu (le point B de cette même figure) plus convenable au presbyte. Mais comme Huygens n'attache pas d'intérêt ici à avoir affaire au cas de l'image exacte et qu'il possède la notion des lentilles équivalentes, sa solution peut être bien plus simple, puisque pour lui il ne s'agit que de trouver la distance focale; après quoi une lentille de fabrication facile, planconvexe ou biconvexe à courbures égales, peut être choisie. Pour les myopes, au contraire, la solution de Huygens a pour but de projeter les objets qui se trouvent à l'infini sur un plan situé à la plus grande distance à laquelle le myope „voit distinctement un objet qu'on approche de lui”; ce qui ne serait pas possible si on voudrait se servir du cas de l'image exacte.

¹⁾ Voir les p. 102—103 de l'ouvrage mentionné plus haut à la p. XX.

²⁾ Voir la p. XVIII de cet Avertissement. La construction suivant Barrow (p. 102 de son ouvrage) des lentilles qui se trouvent dans ce cas est différente de celle de Huygens, mais elle conduit au même résultat. Il est remarquable qu'il y ait encore une troisième construction très simple qui mène au même but. C'est celle qui est communiquée par de Sluse à Huygens dans sa lettre du 4 octobre 1657, p. 63 du T. II.

Ajoutons encore, pour éviter des malentendus, que les exemples numériques ajoutés par Barrow sont basés sur une autre valeur de l'indice de réfraction du verre que celle dont Huygens s'est servi. Tandis que Huygens suppose $n = \frac{3}{2}$, Barrow prend $n = \frac{5}{3}$ (voir la p. 96 de son ouvrage).

*Appendices au premier Livre. Arcs-en-ciel
primaire et secondaire. Détermination des rayons de courbure d'une lentille donnée.
Points de concours des rayons parallèles après deux
réfractions et une réflexion aux surfaces d'une lentille. Points de confusion.*

La portée de l'Appendice I, qui constitue la leçon primitive du début du Livre I, a été indiquée à la p. XIV. De même pour les Appendices III, IV, V et VII il suffit de renvoyer respectivement aux notes 6, 7, 2 et 3 des p. XIV—XV.

Les Appendices II, VIII et IX traitent de l'arc-en-ciel. Ici on peut de nouveau comparer le travail de Huygens à un travail analogue qu'on trouve aux p. 83—85 des „Lectioes Opticæ” de Barrow. À cet effet nous nous référons à la figure de la p. 149 du présent Tome où la ligne brisée PFDKO représente le chemin suivi par un rayon de soleil dans la goutte d'eau sphérique. Or, Descartes avait fait la remarque que les rayons qui produisent le phénomène de l'arc-en-ciel sont ceux pour lesquels l'angle $ORP = NKO$ se trouve dans le voisinage de sa valeur maximum, puisqu'alors la lumière est plus concentrée dans la direction OK que dans toute autre qui en diffère sensiblement et que par suite l'angle NKO représente le demi-diamètre de l'arc-en-ciel. Il ne s'agit donc que de trouver la valeur maximum de cet angle. Descartes y avait réussi en calculant une table qui en donne les valeurs pour dix-neuf valeurs différentes du rapport de GF au rayon de la sphère ³⁾. Huygens dans l'Appendice II commence par démontrer qu'on a $OKN = 2 DAB$ ⁴⁾; ensuite, par une belle application de la règle de Fermat pour les maxima et minima, il trouve la valeur de AG ⁵⁾ pour laquelle AL devient un minimum et, par conséquent, l'angle DAB un maximum qu'on peut calculer à l'aide des valeurs des angles MAF et FAD, dont la détermination ne présente plus de difficultés. Enfin il s'occupe du problème inverse ⁶⁾, celui de déterminer l'indice de réfraction, le diamètre de l'arc étant supposé connu.

La genèse de la solution rapportée par Barrow est plus compliquée. Dans une

³⁾ Comparez la note 4 de la p. 147 du présent Tome.

⁴⁾ Voir la p. 147.

⁵⁾ C'est-à-dire, $AG = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}} AM$; voir la p. 149.

⁶⁾ Voir les p. 150—153.

lettre datée du 24 nov. 1667 ¹⁾, de Sluse fit savoir à Oldenburg, le secrétaire de la Société Royale de Londres, que, si la théorie de Descartes était juste, il pourrait aisément déterminer pour un liquide quelconque le diamètre de l'arc-en-ciel qui lui appartient. À cet effet il suffirait de faire tomber des rayons parallèles sur une sphère de ce liquide, enfermée dans du verre, ce qui ne ferait pas de différence sensible, et d'observer la partie de la surface postérieure, illuminée par dedans. L'angle sous lequel cette partie est vue du centre de la sphère ferait égal au semi-diamètre de l'arc-en-ciel. De plus, pour un indice de réfraction donné, il savait construire cet angle, et le problème était plan ²⁾.

Barrow, ayant reçu communication de cette lettre par Oldenburg ³⁾, ne manqua pas d'entreprendre la solution du problème. Or, il est clair d'abord que l'angle mentionné par de Sluse n'est autre que le double de l'angle BAD de la figure de la p. 149 dans le cas où cet angle a sa valeur maximum. Il s'agissait donc de trouver les conditions de ce cas. Alors, évidemment, l'idée ingénieuse est venue à Barrow que, pour que ce cas se présentât, il suffisait que le point D coïncidât avec le point de la caustique pour lequel FD est la tangente ⁴⁾, c'est-à-dire, avec la limite du point d'intersection avec un rayon voisin; limite que Barrow savait construire pour un rayon quelconque ⁵⁾. C'est, en effet, sur ces deux principes que la solution et la démonstration, entièrement géométriques, de Barrow sont fondées. D'ailleurs sa construction est identique avec celle de Huygens, puisque, comme celle-ci, elle revient à évaluer GA à

$$\sqrt{\frac{n^2-1}{3}} \cdot AM \text{ } ^6).$$

¹⁾ Elle a été reproduite par le Paige au N°. 83 de sa publication de la Correspondance de René François de Sluse, citée dans la note 1, p. 493 du T. VI.

²⁾ C'est-à-dire, résoluble à l'aide du compas et de la règle.

³⁾ Voir le § XIV de la „Lectio XII” des „Lectioes opticae” (p. 84), où l'on lit : „Ex hinc apparet (id quod ab eximio D. Slusio monitum amicus mihi communicavit) potuisse Cartesium sine tabularum confectione suum Iridis angulum determinare”.

⁴⁾ Pour s'en convaincre, on peut supposer qu'un rayon parallèle à MC exécute un mouvement continu de gauche à droite. Alors au moment où l'arc BD atteindra sa valeur maximum le point D sera stationnaire, c'est-à-dire, que deux rayons consécutifs se couperont dans ce point.

⁵⁾ Voir le § IX de la „Lectio XII” (p. 83).

⁶⁾ Voir le § XI de la même „Lectio” (p. 83).

⁷⁾ Comparez la note 12, p. 166.

⁸⁾ Voir les p. 408—412 de l'ouvrage mentionné dans la note 6 de la p. XXIII de cet Avertissement.

⁹⁾ Consultez sur ces points et sur leur détermination expérimentale la note 1 de la p. 170.

Vers la même époque où Barrow élaborait ses „Lectiones Opticæ”, Huygens attaqua, en mars 1667, dans les Appendices VIII et IX (p. 163—169), le problème plus difficile de calculer le diamètre de l’arc-en-ciel secondaire. Malheureusement, quoiqu’il fût arrivé à une équation qui contient la véritable solution, il n’a pas su distinguer entre celle-ci et les solutions fausses introduites dans le cours du calcul⁷⁾. Ainsi on peut dire qu’à cette occasion Huygens a échoué devant le port.

Il nous reste encore à dire quelques mots sur les Appendices VI et X. Huygens y considère les rayons qui, après avoir pénétré dans une lentille, sont réfléchis à la surface postérieure, et subissent une seconde réfraction en sortant par la surface antérieure. L’Appendice VI (p. 157—159), de 1666, traite des foyers de ces rayons, c’est-à-dire, des points de concours ou de dispersion pour des rayons de cette espèce qui tombent sur la lentille dans la direction de l’axe. Huygens détermine ces foyers et fait voir comment on peut calculer les rayons de courbure des deux faces de la lentille en mesurant la distance à la lentille des deux foyers en question qu’on obtient en faisant tomber sur la lentille des rayons parallèles à l’axe arrivant alternativement de l’un et de l’autre côté. Ces deux problèmes ont été traités d’une manière analogue dans les „Fragments de Dioptrique” de Picard⁸⁾ sous l’en-tête „Des foyers qui se font par reflexion & par refraction tout ensemble” et il est probable que cette coïncidence n’est pas accidentelle.

Dans l’Appendice X (p. 170—171), de 1690, Huygens s’occupe de deux autres points remarquables qui se présentent dans les systèmes de ces mêmes rayons et qu’il appelle les points de confusion⁹⁾. Ce sont les points où l’objet coïncide avec son image formée après les deux réfractions et la réflexion à la surface postérieure. Après en avoir calculé la situation il montre comment on peut se servir de ces points pour trouver les rayons de courbure de la lentille.

Livre deuxième: De la grandeur apparente des objets vus par réfraction.

*Définition de Huygens du grossissement d’un système de lentilles.
Cas d’une seule et de deux lentilles.*

Le Livre deuxième du „Traité de la réfraction et des télescopes” est consacré à

l'étude de l'agrandissement ou de la diminution des objets, produit par un système optique placé devant l'œil, c'est-à-dire, à la détermination du rapport entre les grandeurs angulaires sous lesquelles un objet est vu avec et sans le système réfringent. En considérant ce rapport, qu'il trouve en comparant les dimensions que présente dans les deux cas la projection observée de l'objet sur un plan fixe, par exemple sur un plan qui coïncide avec une des surfaces réfringentes, Huygens a suivi une idée heureuse qui lui a permis d'arriver à des résultats d'une grande généralité. C'est de faire le calcul pour une position quelconque de l'œil sans se préoccuper de la question de savoir si, dans cette position de l'œil, l'objet ou l'image peuvent être vus distinctement ¹⁾. En effet, en se figurant l'œil réduit à un point unique, on peut définir la grandeur angulaire comme étant l'angle entre les lignes tirées vers ce point à partir des extrémités de l'objet ou de l'image. Du reste, Huygens justifie ce procédé en faisant remarquer ²⁾ qu'on peut toujours obtenir une vision distincte, sans que la grandeur apparente en soit changée, en plaçant tout près de l'œil un diaphragme à ouverture très étroite, ou bien une lentille convenablement choisie.

Cela posé, et en supposant toujours que l'œil se trouve sur l'axe optique d'un système centré et que l'objet soit placé en un point de cet axe dans un plan qui lui est perpendiculaire, Huygens parvient à exprimer l'agrandissement ou la diminution par les rapports de certaines distances, comptées suivant l'axe du système. Ces considérations, dans lesquelles, bien entendu, les grandeurs apparentes sont toujours supposées infiniment petites, se rapportent à des positions de l'œil et de l'objet, arbitrairement choisies sur l'axe; elles font savoir aussi si l'objet sera vu dans la situation droite ou renversée.

Pour une lentille convexe le problème est résolu dans les Prop. II (p. 175) et III (p. 181), où l'œil est supposé se trouver successivement entre la lentille et son foyer et au delà de la distance focale. Ensuite dans la Prop. IV (p. 185) Huygens s'occupe du cas d'une lentille concave et dans la Prop. V (p. 187—197) de l'agrandissement ou de la diminution produit par une combinaison de deux lentilles.

¹⁾ D'ailleurs cette conception était familière aux contemporains de Huygens. On la rencontre dans l'„Optica Promota” de Gregory (1663), comme dans la „Dioptrica nova” de Molyneux (1692) (comparez la note 5 de la p. 831 du présent Tome). On la retrouve même, en principe, déjà dans la „Dioptrice” de Kepler (1611) aux Prop. XXC—XXCIV, p. 35—42.

²⁾ Voir la Prop. I, p. 173—175, et l'Appendice I, p. 235—236.

Une proposition générale de Huygens, valable pour un système centré quelconque, pourvu que les indices du premier et du dernier milieu soient égaux.

Tandis que pour plus de détails sur les propositions qui la précèdent au Livre deuxième, nous pouvons renvoyer au texte ³⁾, il nous faut particulièrement appeler l'attention sur la Prop. VI (p. 199), qui doit être considérée comme un des plus beaux théorèmes de la physique théorique et qui contient le germe d'un développement ultérieur de la plus haute importance.

Dans cette proposition Huygens nous apprend que la valeur de l'agrandissement ou de la diminution, pris dans le sens qu'il y attache, ne change pas si l'on échange entre elles les positions de l'œil et de l'objet; ce qu'il a pu exprimer en disant que la grandeur angulaire sous laquelle un objet est vu à travers un système optique reste la même si l'on intervertit les positions de l'œil et de l'objet; puisque, en effet, l'objet est vu en l'absence du système optique sous la même grandeur dans les deux cas.

Huygens énonce ce théorème pour un nombre quelconque de lentilles; mais en vérité il s'applique également à chaque système centré de surfaces sphériques réfringentes dans lequel le premier et le dernier milieu ont le même indice de réfraction ⁴⁾. On peut même arriver à la théorie générale d'un tel système en se basant sur la relation découverte par Huygens. C'est ce que Bosscha a fait ressortir dans un article de 1896, dans les *Archives néerlandaises* ⁵⁾, d'où nous avons emprunté quelques remarques dans la note 1 de la p. 198 du présent Tome. Il convient d'y ajouter encore ce qui suit.

Considérons un système quelconque centré qui est traversé par des rayons lumineux dont tous les points se trouvent à une distance infiniment petite de l'axe et sont contenus dans un même plan passant par cet axe. Soit O un point fixe quelconque de l'axe, et introduisons deux axes de coordonnées, l'un OX coïnci-

³⁾ Voir toutefois au sujet de l'historique de ces propositions les p. XLIII—XLIV de cet Avertissement.

⁴⁾ On trouvera dans la note 1, p. 198 du présent Tome, une démonstration, fondée sur la considération directe de la marche des rayons dans un tel système où l'indice de réfraction varie continuellement.

⁵⁾ Voir les p. 391—395 du T. XXIX de la 1^e Sér.

dant avec l'axe du système et dirigé dans le sens de la propagation de la lumière, l'autre OY perpendiculaire à OX. Alors chaque rayon lumineux qui entre dans le système, ou qui en sort, peut être déterminé par deux grandeurs, à savoir l'angle infiniment petit φ qu'il fait avec OX et la distance η de l'origine O du point d'intersection du rayon avec OY; ces deux grandeurs pouvant avoir l'une et l'autre le signe positif ou négatif, où nous prendrons pour direction positive des φ celle qui correspond à une rotation par un angle droit de OX vers OY.

Si alors φ_1 et η_1 sont ces „coordonnées” pour un rayon incident, et φ_2 et η_2 celles du rayon émergent correspondant, on démontre facilement qu'il doit y avoir deux relations de la forme:

$$(1) \quad \varphi_2 = a\varphi_1 + b\eta_1, \quad \eta_2 = c\varphi_1 + d\eta_1,$$

où a, b, c, d sont des constantes qui caractérisent le système optique et qui suffisent à en déterminer l'action.

Évidemment, si ces constantes pouvaient avoir toutes les valeurs possibles, le système aurait quatre paramètres arbitraires et pour déterminer son action dans tous les cas il serait nécessaire d'introduire quatre points cardinaux indépendants les uns des autres. Or, en réalité, un système tel que celui que nous considérons maintenant, c'est à-dire, dans lequel le premier et le dernier milieu ont le même indice, produit un effet qu'on peut déterminer au moyen de *trois* points cardinaux, p. e. les deux points principaux et l'un des foyers. Il en résulte qu'il doit exister une relation universelle entre les coefficients a, b, c, d . Cette relation, qui a été découverte par Lagrange ¹⁾, a la forme simple

$$(2) \quad ad - bc = 1.$$

Si on la joint aux équations (1), on peut trouver tous les théorèmes généraux sur la réfraction et sur la formation des images dans le système supposé.

¹⁾ Voir, dans les „Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres. Année 1778. Berlin 1780, Classe de Mathématique”, p. 162—180, l'article: „Sur la Théorie des Lunettes”. À vrai dire la relation en question n'y est indiquée que pour chaque réfraction en particulier; mais il est connu aujourd'hui que, quand cette relation est remplie pour une série de transformations linéaires, elle l'est de même pour la transformation unique qui peut les remplacer toutes à la fois. Ajoutons que dans le § 15, p. 176 de l'article cité, la relation est donnée sous la forme $ad - bc = \pm 1$; mais le double signe provient d'une erreur qui fut corrigée par Lagrange à la p. 4 du Mémoire que nous aurons l'occasion de citer un peu plus loin; voir la note 3 de la p. XXXIX.

Ce qui précède, nous permet d'indiquer la portée du théorème de Huygens. En effet, son résultat est équivalent à celui qui fut obtenu par Lagrange; il donne lieu à la relation (2) et inversement peut en être déduit ²⁾. La théorie générale du système optique peut donc aussi être obtenue par la combinaison des formules (1) avec le théorème de Huygens. Et c'est ce qui fut établi par Boffcha à la place citée plus haut.

Tandis donc qu'il y a équivalence entre les règles de Lagrange et de Huygens, on est arrivé plus tard à des extensions de ces règles à des cas plus généraux. D'abord on a montré que si les indices de réfraction n_1 et n_2 du premier et du dernier milieu sont inégaux, il faut remplacer la relation (2) par

$$(3) \quad ad - bc = \frac{n_1}{n_2};$$

auquel cas le théorème de Huygens prend la forme suivante: Si γ_1 est l'angle sous

²⁾ Considérons deux points P et Q quelconques, situés à des distances infiniment petites de l'axe OX et ayant pour coordonnées x_P et y_P et x_Q et y_Q ; la coordonnée x_Q étant supérieure à x_P . Soient P_0 et Q_0 les projections de ces points sur l'axe.

Il y a un rayon déterminé qui passe par P avant son entrée dans le système optique et par Q après l'avoir parcouru. En effet, les conditions auxquelles un tel rayon doit satisfaire, s'expriment par les équations:

$$y_P = \phi_1 x_P + \eta_1, y_Q = \phi_2 x_Q + \eta_2,$$

lesquelles, combinées avec les formules (1) du texte, permettent de calculer $\phi_1, \eta_1, \phi_2, \eta_2$. On trouve:

$$\phi_1 = \frac{bx_Q y_P + dy_P - y_Q}{bx_P x_Q + dx_P - ax_Q - c}, \phi_2 = \frac{bx_P y_Q + (ad - bc)y_P - ay_Q}{bx_P x_Q + dx_P - ax_Q - c}.$$

Si dans la deuxième de ces équations on pose $y_P = h, y_Q = 0$, on aura l'angle γ_Q , sous lequel un objet de la grandeur h , situé en P_0 , est vu quand l'œil se trouve au point Q_0 ; seulement, il faut changer le signe si l'on veut que γ_Q soit positif quand l'image est droite et négatif dans le cas contraire.

Pareillement — en remarquant que la marche des rayons peut être renversée — on peut déduire de la formule pour ϕ_1 l'angle γ_P sous lequel l'objet de grandeur h sera vu du point P_0 . Il faut pour cela poser $y_Q = h, y_P = 0$ dans cette formule sans qu'il y ait lieu de changer le signe.

Les valeurs qu'on obtient, à savoir:

$$\gamma_Q = -\frac{(ad - bc)h}{bx_P x_Q + dx_P - ax_Q - c}, \gamma_P = -\frac{h}{bx_P x_Q + dx_P - ax_Q - c},$$

satisfont à la relation:

$$\gamma_Q : \gamma_P = ad - bc;$$

ce qui nous fait voir que le théorème de Huygens ($\gamma_P = \gamma_Q$) et celui de Lagrange ($ad - bc = 1$) reviennent au même.

lequel on voit un objet quand cet objet se trouve dans le dernier milieu et l'œil dans le premier, et γ_2 l'angle correspondant après invertissement de l'objet et de l'œil, on aura :

$$(4) \quad n_1 \gamma_1 = n_2 \gamma_2 \text{ } ^1);$$

théorème qui équivaut à son tour à la relation (3) ²⁾.

Ensuite on peut abandonner la restriction que le système doit être symétrique autour d'un axe, et considérer au lieu de cela une distribution quelconque de matière transparente, en supposant seulement qu'en chaque élément de volume cette matière soit isotrope, et que, par conséquent, les propriétés puissent y être caractérisées par un seul indice de réfraction n . Dans cette théorie on peut admettre aussi bien des changements continus de cet indice d'un point à un autre que des transitions brusques à des surfaces de séparation de différents milieux; dans le cas le plus général les rayons lumineux suivront des lignes courbes qui sont brisées aux points où elles traversent de telles surfaces. Soient maintenant A_1 et A_2 deux points quelconques, tels pourtant qu'il n'y ait qu'un seul rayon allant de A_1 vers A_2 ou vice versa, c'est-à-dire tels que A_2 ne soit pas „une image” de A_1 . Soit L ce rayon et plaçons en A_1 et en A_2 deux portions de plans infiniment petites $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$ dont les normales font les angles aigus θ_1 et θ_2 avec la direction de L en A_1 et en A_2 . Concevons le cône de rayons partant de A_1 et atteignant des points de la circonférence de $d\sigma_2$; soit $d\omega_1$ l'ouverture de ce cône à son sommet A_1 . Si, pareillement, un cône de rayons à ouverture $d\omega_2$, issu du point A_2 , s'étend sur l'élément $d\sigma_1$ après avoir traversé le système, et si n_1 et n_2 sont les indices de réfraction pour les matières qui se trouvent en A_1 et en A_2 , on aura

$$n_1^2 \cos \theta_1 d\sigma_1 d\omega_1 = n_2^2 \cos \theta_2 d\sigma_2 d\omega_2. \quad (5)$$

Ce théorème a été énoncé il y a quelques années par Straubel ³⁾, mais il avait

¹⁾ La relation découle immédiatement des deux dernières formules de la note 1, p. 199. En effet, les grandeurs γ_1 et γ_2 peuvent être censées représenter toutes deux la hauteur de l'objet dans les deux positions. On a donc alors: $n_1 \left(\frac{du}{dx} \right)_1 = -n_2 \left(\frac{dy}{dx} \right)_2$, où $\left(\frac{du}{dx} \right)_1 = \gamma_1$, $-\left(\frac{dy}{dx} \right)_2 = \gamma_2$.

²⁾ Cela se déduit aisément de calculs analogues à ceux de la note 2, p. XXXIII.

³⁾ Voir la p. 115 de l'article: „Über einen allgemeinen Satz der geometrischen Optik und einige Anwendungen”, *Physikalische Zeitschrift*, T. IV, (1903).

été préparé et démontré pour des cas plus ou moins particuliers par plusieurs physiciens parmi lesquels nous pouvons citer Hamilton, Clausius et Kirchhoff. Si dans le cas d'un système symétrique autour d'un axe, on donne à $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$ la forme de cercles perpendiculaires à cet axe et ayant leurs centres sur cette ligne, on en revient, en faisant pour le moment abstraction du signe, à l'équation (4) ⁴⁾ et pour le cas où $n_1 = n_2$ au théorème de Huygens. Seulement la partie du théorème qui se rapporte à la position droite ou renversée dans laquelle l'objet est vu au travers du système réfringent ne peut pas être déduite de la relation (5), c'est-à-dire du théorème de Straubel ⁵⁾.

On voit donc qu'il y a lieu de chercher un théorème général qui embrasse les deux parties que nous venons de distinguer dans le théorème de Huygens. Et, en effet, on peut établir pour un système transparent isotrope quelconque une formule qui contienne des éléments linéaires et qui satisfasse à cette condition; formule que nous mentionnerons ici parce qu'elle montre l'étroite connexion existant entre le résultat obtenu par Huygens et les théories modernes.

Concevons, à cet effet, de nouveau deux points quelconques non-conjugués A_1 et A_2 et désignons encore par L le rayon lumineux qui les unit. Menons aux extrémités de ce rayon les tangentes A_1T_1 et A_2T_2 , la première correspondant à la direction de A_1 vers A_2 , et la seconde à celle de A_2 vers A_1 . Soit ensuite V_1 un plan quelconque passant par A_1T_1 , et soit A_1P_1 une ligne de ce plan, perpendiculaire à A_1T_1 ; soit de même V_2 un plan quelconque passant par A_2T_2 , et enfin A_2P_2 une droite, située dans le plan V_2 , perpendiculaire à A_2T_2 . Des points sur les lignes A_1P_1 et A_2P_2 peuvent être déterminés alors par leurs distances h_1 ou h_2 aux points A_1 ou A_2 , ces distances étant prises avec le signe positif ou négatif suivant que les points se trouvent sur les lignes A_1P_1 ou A_2P_2 ou sur leurs prolongements par A_1 ou A_2 . D'une manière analogue on peut déterminer la direction d'une ligne située dans le plan V_1 ou dans le plan V_2 et passant par A_1 ou A_2 par l'angle ε_1 ou ε_2 , supposé infiniment petit, qu'elle fait avec A_1T_1 ou A_2T_2 ; cet angle étant appelé positif si la ligne dévie de A_1T_1 ou de A_2T_2 du côté de A_1P_1 ou de A_2P_2 , et négatif dans le cas contraire.

Cela posé, considérons un point lumineux situé sur A_1P_1 et déterminé par la

⁴⁾ Puisque, en posant $\theta_1 = \theta_2 = 0$, et en identifiant les éléments $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$ à de petits cercles dont l'aire égale $h_1^2\pi = h_2^2\pi$, on aura $d\omega_1 = \gamma_1^2\pi$ et $d\omega_2 = \gamma_2^2\pi$; donc $n_1\gamma_1 = \pm n_2\gamma_2$.

⁵⁾ À cause de l'ambiguïté du signe, signalée dans la note précédente.

coordonnée infiniment petite h_1 ; représentons nous ensuite le rayon lumineux qui se propage vers le point A_2 , et projetons sur le plan V_2 la tangente en A_2 de ce rayon; soit ε_2 l'angle infiniment petit formé par cette projection et A_2T_2 . Réciproquement, un rayon issu d'un point lumineux situé sur A_2P_2 à la distance h_2 de A_2 , arrivera au point A_1 dans une direction déterminée, et la projection de cette direction sur le plan V_1 y fera un certain angle ε_1 avec la tangente A_1T_1 . On peut démontrer que les grandeurs que nous venons d'introduire satisfont à l'équation

$$(6) \quad n_1 h_1 \varepsilon_1 = n_2 h_2 \varepsilon_2 \text{ } ^1).$$

Or, cette équation, qui pour un système centré où $n_1 = n_2$, amène immédiatement, et sans ambiguïté de signe, le théorème de Huygens, suffit pour arriver à la formule (5), et il apparaît que la formule (6), plus générale, a une forme bien peu différente de celle du théorème de Huygens, dont la deuxième partie, celle dans laquelle il est question de la position droite ou renversée de l'image, revient à la règle suivante qui est évidente d'après la formule que nous venons d'indiquer: Si h_1 et h_2 ont le même signe algébrique, il en sera de même de ε_1 et ε_2 .

Quant à la démonstration des théorèmes généraux que nous avons cités dans ce qui précède, elle repose sur la notion de la longueur optique d'une ligne tirée dans un système de matières transparentes, cette longueur étant définie par l'expression

$$L = C \int n ds,$$

où ds est un élément de la ligne et C une constante choisie arbitrairement. On peut poser en principe que parmi toutes les lignes qui unissent deux points non-conjugués A_1 et A_2 donnés, le rayon lumineux est celle pour laquelle L est un

¹⁾ Voir, sur cette formule et sur son extension à des milieux biréfringents, un article de notre collaborateur M. H. A. Lorentz „Sur une formule générale de l'optique”, *Annali di Matematica*, Sér. 3, T. 20 (1913), p. 185—192, et *Archives du Musée Teyler*, Sér. 3, T. 2 (1914), p. 156—164.

minimum; cela suffit pour trouver tout ce qui a été dit. Nous n'insisterons pas ici sur ce fait, mais il convient de faire remarquer que le principe, qui a été énoncé pour la première fois et pour un cas simple par Fermat ²⁾, a une signification bien différente dans les deux théories de la lumière qui se sont disputé si longtemps la victoire. Dans le système de l'émission l'indice n est proportionnel à la vitesse de la lumière v ; on peut donc écrire $L = \int v ds$, et le principe que L devient minimum, n'est autre chose que le principe de moindre action appliqué au mouvement des corpuscules projetés par les corps lumineux. Dans cet ordre d'idées les théorèmes généraux de l'optique se rattachent à d'autres résultats qu'on déduit des principes fondamentaux de la mécanique; ils présentent alors une étroite analogie, par exemple, avec le théorème de Liouville, qui est d'une si grande utilité dans les théories moléculaires modernes.

Si, au contraire, on se place au point de vue de la théorie ondulatoire, il faut tenir compte de ce que l'indice n est inversement proportionnel à la vitesse v . On peut donc poser :

$$L = \int \frac{ds}{v}$$

et le principe en question se confond avec celui du parcours dans un temps minimum. Or, la manière la plus simple dont on puisse arriver à ce dernier, pour les cas généraux, consiste à se représenter la propagation des ondes de la manière enseignée par Huygens. Il faut se figurer que chaque point qui est atteint par le mouvement lumineux, devient lui-même un centre de vibration secondaire; en un mot, il faut appliquer ce qu'on appelle communément le „principe de Huygens”.

Ainsi non seulement Huygens a donné déjà en 1653, au commencement de sa carrière scientifique, le premier énoncé d'un théorème de grande valeur, mais encore dans son dernier chef-d'œuvre, son *Traité de la Lumière*, il a exposé les idées qui en ont permis la généralisation ³⁾.

²⁾ Consultez les pièces N°. 990 et N°. 992 aux pages 75 et 81 du T. IV et aussi la lettre de Huygens à son frère Louis du 8 mars 1662, p. 71 du même Tome.

³⁾ Le théorème même du temps minimum n'a pas été deviné par Huygens. Tout au contraire, quand dans son *Traité de la Lumière* (p. 39 de l'édition originale citée dans la note 8, p. 276 du T. IX) il parle de la propriété, découverte par Fermat, „qu'un rayon de lumière pour aller

L'application la plus frappante que Huygens ait faite de son théorème sur l'interversion de l'œil et de l'objet se trouve dans le troisième Livre du *Traité de la réfraction et des télescopes*¹⁾, où il démontre que le grossissement d'une lunette est égal au rapport du diamètre de l'objectif à celui de l'anneau oculaire, c'est-à-dire, de l'image de l'objectif formée par les autres lentilles. En effet, pour le prouver, il suffit de s'imaginer que l'œil qui, avant l'interversion, se trouvait au même endroit que l'anneau oculaire²⁾, soit transporté à la distance quasi infinie, où se trouvaient les objets qu'on regarde par la lunette, et que l'objet occupe cet anneau; alors l'image de cet objet occupera à son tour l'objectif et il est clair que le grossissement (qui n'a pas changé par l'interversion) sera égal au rapport des deux diamètres qui sont vus par l'œil d'une distance si grande que leur distance mutuelle peut être négligée.

Or, cette règle, découverte par Huygens, pour le grossissement d'une lunette quel que soit l'arrangement des lentilles, pourvu seulement qu'il existe un anneau oculaire réel, constitue un cas particulier des plus importants de la règle générale suivante pour le grossissement produit par les instruments optiques. Soient d le diamètre de l'objectif d'un télescope ou d'un microscope, d' celui de ce qu'on appelle maintenant la pupille de sortie, c'est-à-dire, de l'image de l'ouverture de l'objectif produite par les autres lentilles du système, h la grandeur angulaire sous laquelle l'objet serait vu directement par un œil placé au centre de l'objectif, et

d'un point à un autre, quand ces points sont dans des diaphanes différents, se rompt en sorte à la surface plane qui joint ces deux milieux, qu'il emploie le moindre temps", il considère évidemment cette propriété comme un fait isolé, cessant d'être valable pour une surface courbe de séparation. D'un autre côté il savait que, dans le cas où les points A_1 et A_2 sont des images exactes l'un de l'autre, les chemins divers que la lumière peut suivre pour arriver de l'un de ces points à l'autre sont parcourus en des temps égaux et il a fondé sur cette propriété une belle construction pour „trouver les lignes que requiert un costé du verre, lorsque l'autre est d'une figure donnée.... qui soit faite par la révolution de quelque ligne courbe donnée"; voir les p. 113—118 de l'édition citée du *Traité de la Lumière*.

¹⁾ Voir les pp. 255—257 et 261 et surtout la note 1 de la p. 256 du présent Tome.

²⁾ Placer l'œil en cet endroit n'est nullement nécessaire; mais puisque les lunettes sont supposées par Huygens avoir été construites de manière que les rayons parallèles, qui y entrent, redeviennent parallèles à la sortie, il est clair que le grossissement ne change pas avec la position de l'œil, puisque les dimensions de l'image formée sur la rétine restent invariables. On peut donc, sans aucun inconvénient, pour le besoin de la démonstration, supposer que l'œil est placé à l'endroit où l'anneau oculaire se forme. Comparez encore la Prop. XIII, p. 233.

h' l'angle sous lequel il est vu à l'aide de l'instrument quand l'œil se trouve au centre de la pupille de sortie; on a alors

$$h' : h = d : d',$$

de sorte que le grossissement est donné par le rapport des diamètres d et d' . Cette dernière règle a été énoncée pour la première fois par Lagrange³⁾, qui y attachait beaucoup d'importance. En effet, Lagrange s'exprime à ce sujet en ces termes: „Comme il y a en mécanique la loi générale des vitesses virtuelles, par laquelle on peut connaître l'augmentation de force produite par une machine, sans connaître la nature ni la construction de la machine, mais par le simple rapport des vitesses simultanées du point où est appliqué la puissance et du point auquel cette puissance est transmise par la machine, de même on peut dire qu'il y a en optique une loi analogue, par laquelle, sans connaître la disposition intérieure d'un télescope ou d'un microscope, on peut juger de la force par le simple rapport du diamètre de l'ouverture de l'objectif au diamètre de l'ouverture de l'oculaire” [c'est-à-dire à celui de la pupille de sortie].

On voit quel charme avait pour Lagrange le théorème qu'il avait découvert. Or, en ce qui concerne le télescope, ce théorème était déjà connu par Huygens et pour le microscope il se déduit très facilement du théorème de Huygens⁴⁾.

3) Voir ses „Recherches sur plusieurs points d'Analyse relatifs à différens endroits des Mémoires précédens”, p. 3—12 de la „Classe de Mathématique” des „Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres depuis l'Avènement de Frédéric Guillaume III au Trône”. Année 1803. Berlin 1805.

4) Soient, à cet effet, h'' l'angle sous lequel l'objet est vu, sans l'intervention de l'instrument, du centre de la pupille de sortie où l'œil est censé se trouver, d' la distance de ce centre à l'objet et d la distance du centre de l'objectif à l'objet; alors le grossissement suivant la définition de Huygens égale $h' : h''$. Or, après l'intervention, l'œil, placé à l'endroit où se trouvait l'objet, voit la pupille de sortie sous l'angle $d' : d$, et son image, qui se confond avec l'objectif, sous l'angle $d : d$; on a donc d'après le théorème de Huygens:

$$h' : h'' = (d : d') : (d' : d).$$

Mais on a évidemment:

$$h'' : h = d : d',$$

et l'on arrive au théorème de Lagrange par la multiplication de ces deux proportions.

Ajoutons, que Huygens, dans la troisième Partie de la Dioptrique, donne une définition

Il nous reste à dire quelques mots sur la manière dont Huygens a démontré son théorème et sur l'historique de ce théorème. Dans sa démonstration Huygens se borne aux cas d'une lentille unique et de deux lentilles; puis il ajoute simplement: „Et lorsqu'on veut considérer trois ou plusieurs lentilles, on pourra donner une démonstration semblable à celle qui précède". Du reste, la démonstration (p. 201—207) revient à un calcul direct du grossissement dans les deux cas en négligeant l'épaisseur des lentilles. Cette démonstration ne peut pas être considérée comme satisfaisante, ni même, à cause de cette dernière hypothèse, comme entièrement convaincante¹⁾. Elle n'offre aucunement la beauté et l'élégance des procédés modernes. On n'en doit pas moins admirer la sagacité avec laquelle Huygens a su trouver un tel théorème avec les moyens dont il disposait.

L'historique du théorème est bientôt faite. Le 16 déc. 1653 Huygens le communique²⁾ à Kinner von Löwenthurn comme une des principales découvertes qu'il se propose de publier bientôt dans son *Traité de la réfraction et des télescopes*. En septembre 1669³⁾, il l'inclut parmi les anagrammes, envoyés à la Société Royale de Londres, qui contenaient les découvertes principales, dans la forme suivante: „Si oculus et visibile invicem loca permutent, manentibus interpositis lentibus quotcunque, eadem qua prius magnitudine, similique situ illud conspicietur". Quand, enfin, le théorème est publié en 1703, on ne fait pas en apprécier la portée; il est oublié bientôt, ou ignoré, et ce n'est que dans les derniers

bien plus pratique du grossissement d'un microscope en mesurant ce grossissement par le rapport des angles sous lesquels l'objet est vu à l'aide de l'instrument et par un œil nu placé à la distance de la vision distincte.

Une autre application intéressante de son théorème par Huygens lui-même se rencontre au § 17 de l'Appendice IX à la troisième Partie de la *Dioptrique* (p. 656—657), où il démontre que, lorsque dans un microscope à deux lentilles on intervertit l'oculaire et l'objectif, le grossissement ne change pas, pourvu que dans les deux cas l'objet soit placé de manière à rendre parallèles entre eux à la sortie du microscope les rayons émanant d'un point de l'objet. Or, le raisonnement, dont Huygens se sert à cette occasion, s'applique également au cas d'un système centré quelconque où l'on placerait l'objet alternativement à gauche et à droite du système, mais toujours de manière que la condition que nous venons d'énoncer soit satisfaite. En effet, si A et B représentent les points où l'on doit mettre l'objet à gauche et à droite du système, on peut, puisque le grossissement ne dépend pas de la situation de l'œil, placer d'abord l'objet en A et l'œil en B et ensuite l'objet en B et l'œil en A et il faut alors, d'après le théorème, que le grossissement soit le même dans les deux cas.

¹⁾ On pourrait même douter si Huygens aurait jugé son théorème applicable dans les cas où l'épaisseur des lentilles est prise en considération.

²⁾ Voir la p. 261 du T. I.

³⁾ Voir la p. 487 du T. VI.

temps qu'on a appelé l'attention sur son importance capitale et sur la place qu'il mérite d'occuper parmi les théorèmes généraux de la dioptrique ⁴⁾).

Théorèmes sur le grossissement d'une lentille unique, comme fonction des distances entre la lentille, l'objet et l'œil.

Les Prop. VII (p. 207) et VIII (p. 219) ont respectivement pour sujet la manière dont le grossissement, produit par une lentille convexe ou par une lentille concave, varie avec sa position quand l'objet et l'œil occupent des positions données E et D. Il s'ensuit que dans le premier cas l'image peut être droite ou renversée selon les circonstances; si elle est droite lorsque la lentille se trouve à mi-distance entre l'œil et l'objet, elle fera, pour cette position de la lentille, plus grande que pour toute autre; si elle est renversée pour cette position de la lentille, elle s'agrandira quand on déplace la lentille. Dans le cas de la lentille concave l'image est toujours droite et elle est minimum quand la lentille se trouve à mi-distance. Dans le cours du raisonnement Huygens compare le grossissement pour deux positions α et β de la lentille également éloignées du milieu de la ligne DE; il applique son théorème sur l'interversion de l'œil et de l'image et en conclut que le grossissement doit être le même dans les deux cas; „en effet”, dit-il, „transporter la lentille de α en β équivaut à laisser la lentille elle-même à sa place, mais à faire changer de position l'œil placé en D et l'objet placé en E” (p. 209).

Dans les Prop. IX (p. 220) et X (p. 222) Huygens considère successivement l'influence sur le grossissement du déplacement de l'objet et de celui de l'œil. Par une application du théorème de l'interversion, le second de ces problèmes est ramené immédiatement au premier où l'on demande le changement causé par le déplacement de l'objet. Nous citons à ce dernier propos, en premier lieu le

⁴⁾ Voir les deux derniers alinéas de la note 7 de la p. 504 du présent Tome et surtout l'article de J. Bosscha mentionné à la p. XXXI. Ajoutons que par suite de l'inadvertance de Robert Smith, que nous avons signalée dans la note citée, il était à craindre que dans les traités modernes la priorité du théorème ne fût pas reconnue à son premier auteur. En effet, dans l'ouvrage de M. James P. C. Southall „The principles and methods of geometrical optics”, New-York, Macmillan, 1910, le théorème est mentionné à l'article 152 (p. 195), comme si la priorité en appartenait à Smith.

renversement de l'image se produisant lorsque l'objet passe par le point qui est conjugué avec l'œil, la valeur numérique du grossissement augmentant indéfiniment tant que l'objet se rapproche de ce point et diminuant après qu'il a été dépassé, et en second lieu la grandeur invariable de l'image lorsque l'œil est situé au foyer de la lentille.

Les trois dernières propositions du Livre deuxième.

Le Livre deuxième du Traité de la réfraction et des télescopes se termine par trois propositions dont la première (p. 225—229), qui est avant tout une critique des idées de Descartes sur la théorie du télescope, fait connaître le grossissement d'une lunette dans l'hypothèse où tout l'espace entre l'objectif et l'oculaire serait rempli d'une substance du même pouvoir réfringent que celui de ces lentilles.

Les deux propositions qui suivent sont d'une date inconnue mais bien postérieure à celle des autres propositions du Livre deuxième ¹⁾. La Prop. XII (p. 231) démontre que l'œil placé sur l'axe d'un système centré de lentilles, qui se trouve entre lui et un objet rencontré par l'axe, apercevra toujours une partie finie de cet objet, excepté dans le cas où l'œil serait placé justement au point qui est conjugué avec celui où se trouve l'objet. La Prop. XIII (p. 233) est d'une grande utilité dans la théorie des instruments optiques, comme nous en avons déjà donné des exemples dans la note 2 de la p. XXXVIII et dans le dernier alinéa de la note 4 qui commence à la p. XXXIX ²⁾. Elle dit, que, dans le cas où les rayons sortant d'un point unique de l'objet sont rendus parallèles par les réfractions qu'ils ont subies dans un système centré, la grandeur de l'image est indépendante de la position de l'œil ³⁾.

¹⁾ Voir à ce propos, quant à la Prop. XIII, la p. XLIV qui suit.

²⁾ Voir de même les pp. 445 et 457.

³⁾ Voici encore comment Huygens a formulé en 1691, dans une annotation, p. 69 du Manuscrit G, qui nous avait échappé, les conséquences de ce théorème, combiné avec la Prop. VI sur l'invertissement de l'œil et de l'objet: „Si per quotlibet lentes te distinctè (hoc est radijs parallelis ad oculum venientibus) conspiciam; quocunque intervallo a lente mihi proxima discedens eadem magnitudine semper te videbo, et tu me eadem semper magnitudine, sed et æquale augmentum sit utrimque. Tu vero non semper distincte me conspicias”.

⁴⁾ Voir la note 1 de la p. XXX.

⁵⁾ On peut comparer à ce propos les Prop. II et III de Huygens (pp. 175 et 181), qui se rap-

Historique des sujets traités dans le Livre deuxième.

Nous avons déjà donné à la p. XL l'historique du théorème le plus important de ce Livre. En outre nous avons fait observer ⁴⁾ que la conception du grossissement selon Huygens se retrouve dans la „Dioptrice” de Kepler. Dans cet ouvrage de 1611 le cas d'une seule lentille, convexe ou concave, est traité d'une manière générale qui cependant n'aboutit pas à des règles précises pour la valeur du rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie ⁵⁾. Plus tard Gregory dans son „Optica Promota” de 1663 ⁶⁾ et Molyneux à son instar dans la „Dioptrica nova” de 1692 ⁷⁾, font dépendre la détermination de cette valeur de celle du lieu et de la grandeur de l'image de l'objet formée par la lentille, appelée „basis distincta” par Molyneux. Quant à Barrow, il ne consacre au problème en question qu'une demi-page où il n'entre dans aucun détail ⁸⁾.

Au sujet du cas de deux lentilles considéré par Huygens dans la Prop. V (p. 187—197) nous signalons en premier lieu les cas spéciaux du télescope à oculaire concave (p. 193) ou convexe (p. 197), dont la discussion constitue très probablement la première démonstration rigoureuse du théorème d'après lequel le grossissement d'une telle lunette est égal au quotient des distances focales des deux lentilles; théorème que Molyneux, encore en 1692 ⁹⁾, quand il en donnait la démonstration, pouvait appeler „the great Proposition asserted by most Dioptrick Writers, but hitherto *proved* by none (for as much as I know)”, en ajoutant:

portent au cas d'une lentille convexe, avec les Prop. XXC „Omnis per convexam lentem erecta imago visibilis rei, est necessariò major justo”, et XXCIV „Oculus, quo longius extra punctum concursus abierit, hoc eversa videt minora” (pp. 35 et 40 de la „Dioptrice”), et de même la Prop. IV de Huygens (p. 185), qui traite du cas d'une lentille concave avec la Prop. XCVI „Visibilia per cavas lentes repræsentantur minora”, p. 49 de la „Dioptrice”.

⁶⁾ Il s'agit de la Prop. 45, p. 60 de l'ouvrage cité dans la note 6 de la p. 330 du T. IV.

⁷⁾ Voir, au présent Tome, les pp. 827 et 831 du § 3 du quatrième Complément, où Huygens examine le contenu de la „Dioptrica Nova”.

⁸⁾ Voir l'„Exemp. V” de la „Lectio XV” p. 106 des „Lectiones opticae”. Barrow s'y borne à tracer dans deux figures la route des rayons partant de l'œil et réfractés par une lentille plan-convexe pour montrer que l'objet peut être aperçu agrandi ou diminué selon les cas. Ensuite il fait suivre: „Et hoc quidem pacto nulla non lens pro varia vel objecti vel oculi positione, objecti speciem aliam exhibet ac aliam; nunc dilatat, tunc contrahit; modò rectam dat, mox inversam; subinde propiùs adducit, nonnunquam longiùs admovet. Singulos casus ad examen facilè rediges hoc ad specimen aciem mentis intendendo”.

⁹⁾ Voir la note 12 de la p. 827 du présent Tome.

„they offer indeed Experiments and Methods of Tryal to confirm the Truth thereof, but proceed no further”¹⁾. Quant au problème lui-même, généralisé pour le cas de n lentilles centrées sans épaisseur, il a trouvé sa solution définitive dans un beau théorème de Cotes, publié par Robert Smith, qui avait accès à l'œuvre posthume de Cotes mort en 1716, dans son „Compleat system of opticks”²⁾. Pour le cas de trois lentilles convexes on peut énoncer ce théorème comme suit: soient Ω la position de l'œil, A, B, C, celles des trois lentilles, a , b , c , leurs distances focales, O la position de l'objet, alors le grossissement est exprimé par le quotient:

$$\Omega O : \left[\Omega O - \frac{\Omega A \times AO}{a} - \frac{\Omega B \times BO}{b} - \frac{\Omega C \times CO}{c} + \frac{\Omega A \times AB \times BO}{ab} + \frac{\Omega A \times AC \times CO}{ac} + \frac{\Omega B \times BC \times CO}{bc} - \frac{\Omega A \times AB \times BC \times CO}{abc} \right];$$

on voit combien cette solution générale est plus élégante que celle qui fut donnée par Huygens à la p. 189 pour le cas de deux lentilles, et elle amène immédiatement la Prop. VI de Huygens (p. 199) sur l'invertissement de l'œil et de l'objet.

Il nous reste encore à dire quelques mots sur l'historique de la Prop. XIII (p. 232) d'après laquelle le grossissement est indépendant de la position de l'œil toutes les fois que les rayons partant d'un même point de l'objet sont convertis à la sortie du système optique en un faisceau de rayons parallèles. Cette proposition utile est presque évidente; ce qui n'empêche pas qu'elle semble avoir échappé longtemps

¹⁾ Molyneux (voir la p. 832 du présent Tome) cite à ce propos les travaux de Cherubin, Kepler, Galilée, Fabri et de Huygens lui-même qui avait annoncé à la p. 4 de son „Systema Saturnium” qu'il donnerait la démonstration du théorème dans sa Dioptrique. D'ailleurs plusieurs passages de la Dioptrique témoignent quelle importance Huygens, ainsi que Molyneux, attachait à cette démonstration; voir les pp. 187 (note 4), 441, 747 et 757.

²⁾ Consultez la p. V de la préface et les p. 111—114 du texte de l'ouvrage „A Compleat System of Opticks in Four Books, viz. a Popular, a Mathematical, a Mechanical, and a Philosophical Treatise. To which are added Remarks upon the Whole by Robert Smith LL. D. Professor of Astronomy and Experimental Philosophy at Cambridge and Master of Mechanics to his Majesty”, Cambridge, 1738. Le titre contient encore la devise suivante empruntée à la p. 40 du Cosmotheoros de Huygens: „Quid tam mirabile, quam particulam corporis quandam ita fabricatam esse, ut ejus opera animal sentiat procul positorum corporum figuram, positum, motum quemlibet, distantiam; idque etiam cum colorum varietate, quo distinctius ea dignosceret? Nihil est, in quo manifestius Geometriae artem Deus exercuerit”.

à l'attention de Huygens. En effet, lorsque dans son „Traité de la réfraction et des télescopes” de 1653, il considère des dispositions de lentilles où le théorème est applicable, il démontre l'invariabilité du grossissement pour les positions différentes de l'œil par d'autres raisonnements au lieu de citer le théorème en question ³⁾. Du reste, nous avons donné dans la note 9 de la p. 691 la raison qui nous fait croire que le théorème ne fut trouvé par Huygens qu'en 1690. Alors il aurait pu le retrouver dans l'Optica Promota de Gregory de 1663 ⁴⁾.

Les Appendices au Livre deuxième.

Nous n'avons que peu de mots à dire sur les Appendices au Livre deuxième. Pour le premier (p. 235) nous pouvons renvoyer simplement à la note 1 de la p. 172. L'„Appendice II” (p. 237) donne un théorème qui a été supprimé par Huygens après avoir incorporé son contenu dans la Prop. VII ⁵⁾. L'„Appendice III” (p. 238) a plus d'importance. On retrouvera le théorème qu'il contient avec une autre rédaction dans la troisième Partie de la Dioptrique; mais on en verra déjà des applications importantes dans la deuxième Partie, qui traite de l'aberration sphérique ⁶⁾. Ce théorème nous apprend que si un prisme suffisamment aigu est frappé par deux rayons incidents situés dans un plan perpendiculaire à l'arête et formant l'un et l'autre un angle très petit avec la normale à la face d'entrée, l'angle formé par ces rayons sera le même avant et après leur passage par le prisme ⁷⁾. L'„Appendice IV” (p. 240), enfin,

³⁾ Voir les pp. 191, 197, 223 et 261 du présent Tome.

⁴⁾ Voir la Prop. 44, p. 58 de l'ouvrage cité où le théorème est énoncé comme suit : „Si cujuscunque visibilis, singulorum punctorum radii, ad parallelismum reducantur: oculo radios parallelos recipienti, semper videbitur visibilis imago, eodem angulo visorio, quo videtur visibile ex vertice incidentiæ lentis, vel speculi. Apparetque imago infinite distans, & presbytis distincta”. Il est vrai que Gregory ne semble s'occuper dans cet énoncé que du cas d'une seule lentille ou d'un seul miroir; mais il fait suivre immédiatement que le „visible” peut être lui-même une image: „Sit visibile quodlibet AB, sive materia radians, sive imago ante, sive post oculum”; ce qui rend la proposition applicable à un système centré quelconque.

⁵⁾ Voir la partie en italiques de la p. 209 du présent Tome.

⁶⁾ Voir les pp. 341 et 343.

⁷⁾ On retrouve le même théorème dans les „Fragmens de Dioptrique” de Picard, cités dans la note 6 de la p. XXIII de cet Avertissement. Voir la „Huitième Proposition”, p. 383.

constitue une vérification numérique du théorème, déjà souvent mentionné, de l'interversion de l'œil et de l'objet. Elle fut faite plusieurs dizaines d'années après l'invention du théorème et, comme il semble ¹⁾, dans un moment de doute sur sa vérité, si glorieusement confirmée depuis par les méthodes modernes.

Livre troisième: Des télescopes.

Origine des premières occupations de Huygens en dioptrique pratique.

Il est certain que la première impulsion concernant les recherches sur la construction des lunettes et des microscopes fut donnée à Huygens par sa découverte des lentilles sphériques aplanatiques; c'est-à-dire des lentilles qui n'imposent aucune aberration sphérique aux rayons dirigés vers ou partant d'un point déterminé. Cette découverte est faite dans les derniers jours d'octobre 1652 ²⁾ et déjà le 4 novembre Huygens s'adresse à van Gutschoven pour lui demander toutes sortes de renseignements sur la fabrication des lentilles ³⁾. La réponse ne venant pas assez vite au gré de son impatience, il lui écrit de nouveau le 10 décembre ⁴⁾; mais sans attendre la réponse, qui n'arrive qu'en février 1653 ⁵⁾, ayant reçu quelques données sur les lunettes qu'on fabriquait en Allemagne ⁶⁾, il ordonne à un certain „Maître Paulus” de lui tailler des verres dans les proportions qu'il lui a prescrites. „Si ces gens d'Allemagne connaissaient ces proportions, ou si Maître

¹⁾ Voir la suscription: „Theorema ex dioptricis nostris a du'io liberatum,” etc.

²⁾ Voir la lettre à van Schooten du 29 octobre 1652, où l'on lit (p. 186 du T. I): „Nunc autem in dioptricis totus sum, et nuperrime elegans inventum obtigit, cujus ope telescopium multo quam cetera perfectius me constructurum arbitror, si modo artificem reperire queam experientem. Illud autem inventum est, quod radios ad punctum unum tendentes ope superficiei sphaericae ad aliud punctum propius vel longinquius cogi posse demonstravi, idque praecise. Et consequenter quod venientes à puncto uno simili superficie inflectere licet quasi à puncto veniant propiori vel remotiori”.

³⁾ Voir les p. 191—192 du T. I.

⁴⁾ Voir les p. 200—201 du T. I.

⁵⁾ Voir les p. 219—223 du T. I.

⁶⁾ Voir la p. 215 du T. I.

⁷⁾ Voir la p. 318 du T. I.

Paulus possédait leur science de tailler curieusement", écrit-il, „je crois qu'on pourrait faire quelque chose de bien mieux" ⁶⁾). Enfin deux années plus tard, en février 1655 ⁷⁾), le père Constantijn Huygens peut donner une description enthousiaste des microscopes et des télescopes construits de leurs propres mains par ses fils Christiaan et Constantijn.

Or, tandis que pendant les premiers jours après sa découverte il se promet beaucoup de l'application des lentilles aplanatiques aux lunettes ⁸⁾), il semble déjà avoir abandonné cet espoir dans sa lettre à van Gutschoven du 6 mars 1653, où il expose des idées très justes sur les télescopes ⁹⁾), et depuis ce temps il ne mentionne plus les lentilles aplanatiques comme pouvant contribuer considérablement à l'amélioration des lunettes, ni même des microscopes. Au contraire, quand, plus tard, il essaie d'affranchir les lunettes du défaut de l'aberration sphérique, il recourt à d'autres moyens. Il se propose de compenser l'aberration de l'objectif par celle de l'oculaire ¹⁰⁾), ou de construire un objectif formé de deux lentilles dont l'une compense l'aberration de l'autre ¹¹⁾).

En effet, il est difficile de deviner la manière précise dont Huygens voulait utiliser les lentilles aplanatiques dans ses télescopes. Elles ne peuvent pas servir comme objectifs, puisqu'elles ne sont aplanatiques que pour un seul point situé à une distance finie comparable à leur distance focale. Et personne n'a mieux compris que Huygens ne l'a fait plus tard ¹²⁾), que l'oculaire, s'il n'est pas construit expressément pour donner une grande aberration, comme dans le cas

⁸⁾ Voir les lettres à van Schooten et à van Gutschoven, citées dans les notes 2 et 3. Dans la lettre à van Gutschoven il dit, après avoir mentionné son invention: „Eo invento telescopia multo quam antehac perfectiora efficere me posse existimo”.

⁹⁾ „Præcepta artis perspicillariæ tam lætus accepi, quam cupidè expectaveram, quæ si feliciter effecta reddere potuero, et lentes tam accuratas nitidasque expolire quam sunt eæ quas in tubo D. Edelherij insertas vidi, puto me, inventum telescopiorum quousque licet promovere posse. Verum omnino tubis longioribus opus esse comperi, neque unquam fieri posse ut tubo brevi multum augeantur visibilia simulque lucida conspiciantur, etiamsi Hyperboles aut Ellipsis figuram vitra recipiant. Obscuritatem enim inducit augmentum necessario, eaque obscuritas rursus amplitudine apertura lentis exterioris corrigitur; Verum nullæ lentes aperturam valde magnam patiuntur, et Hyperbolicæ nihilo forte majorem quam sphaericae propter incommodum colorum, hi namque inde proveniunt quod versus margines lentis cujusunque sensim majori angulo superficies inclinantur” (p. 224 du T. I).

¹⁰⁾ Voir la Prop IX, Part. II (p. 319—331) et surtout la note 4 de la p. 331.

¹¹⁾ Voir les Appendices VI—VIII à la Part. II (p. 408—432) et surtout la note 2 de la p. 409.

¹²⁾ Voir les mots espacés de la p. 341 du présent Tome.

de compensation mentionné plus haut ¹⁾, ne change que très peu l'aberration sphérique causée par l'objectif; mais probablement il ignorait alors cette vérité. En tout cas les manuscrits de Huygens ne donnent aucun renseignement sur l'emploi qu'il a voulu faire de ses lentilles aplanatiques.

Portée générale du Livre troisième „Des télescopes”.

On ne trouvera pas dans ce Livre troisième un traité complet des télescopes. Un tel traité, comme Huygens a essayé de le formuler plus tard dans la troisième Partie de la Dioptrique ²⁾ aurait dû commencer nécessairement par une discussion des télescopes, hollandais et keplérien, à deux lentilles. Or, la copie de Niquet ³⁾, composée vers l'année 1666, nous garantit que la Dioptrique de 1653 ne contenait sur ce sujet que ce que nous avons reproduit dans la première Partie, c'est-à-dire: dans le deuxième Livre la démonstration de la formule du grossissement, dont nous avons déjà parlé ⁴⁾, et dans celui dont nous nous occupons à présent, la description de la manière d'„accommoder à un œil quelconque une lunette composée de deux lentilles données” (Prop. I, p. 245—247) et, si l'on veut, de la façon de redresser à l'aide d'un miroir les images renversées formées par la lunette keplérienne (Prop. V, p. 265—269). Ainsi les Prop. I—III de la troisième Partie (p. 443—460), qui traitent expressément des deux genres de télescopes à deux lentilles, ont été écrites beaucoup plus tard.

Quant à une théorie générale, applicable aux télescopes et aux microscopes, Huygens ne pouvait pas en donner une, en 1653, puisque des trois bases sur lesquelles il fonda plus tard une telle théorie: la première, l'aberration sphérique, n'avait encore attiré son attention que passagèrement ⁵⁾; la deuxième, l'aberration chromatique, n'avait pas encore été rendue susceptible d'un traitement mathématique par les découvertes ultérieures de Newton; enfin la troisième, l'influence de la diffraction sur la netteté des images, lui était probablement encore entièrement inconnue.

¹⁾ Voir dans la note 3 de la p. 326 le dessin d'une lentille oculaire à fortes courbures destinée à donner une aberration sphérique comparable à celle de l'objectif.

²⁾ Voir les p. 435—511 du présent Tome.

³⁾ Comparez la p. VII de cet Avertissement.

⁴⁾ Voir la p. XLIII.

⁵⁾ Voir la p. 83 du présent Tome et surtout la note 4 de cette page.

On ne doit donc considérer ce premier traité de Huygens sur les télescopes que comme une suite de descriptions et de remarques concernant quelques combinaisons de lentilles dont l'auteur s'était servi, ou qui lui semblaient présenter certains avantages. Ce qu'on y trouve de plus remarquable, c'est, à notre avis, la préoccupation permanente de déterminer la position la plus favorable de l'œil de l'observateur, la découverte de la relation qui existe entre le diamètre de l'anneau oculaire et le grossissement des lunettes, et la description de ce qu'on appelle maintenant l'oculaire de Huygens.

Avant de finir nous devons encore avertir le lecteur de ce que les dates des propositions insérées dans ce troisième Livre sont quelquefois plus ou moins incertaines. Nous avons déjà fait allusion à cette incertitude dans la note 1 de la p. 252 à propos de la Prop. III qui traite de l'oculaire de Huygens. Toutefois il est sûr que toutes ces propositions existaient vers l'année 1667 dans la forme que nous leur connaissons, et que du moins quelques unes des cinq propositions que nous reproduisons ont dû faire partie du traité dont l'achèvement fut annoncé à Grégoire de Saint-Vincent le 5 janvier 1654 ⁶⁾.

*Remarques sur les différentes propositions du troisième Livre.
Oculaire de Huygens.*

La Prop. I (p. 245—247) a déjà été mentionnée ⁷⁾. Elle apprend à approprier la longueur de la lunette à la distance des objets, et à la constitution de l'œil d'un observateur myope ⁸⁾.

La Prop. II (p. 247—253) s'occupe d'un appareil employé par Scheiner pour ses observations des taches du soleil ⁹⁾. Il s'agit de projeter sur un écran l'image du soleil qu'on peut obtenir en allongeant convenablement une lunette hollan-

⁶⁾ Comparez la p. IV de cet Avertissement.

⁷⁾ Voir la p. XLVIII.

⁸⁾ Voir sur le cas du presbyte la p. 775 du présent Tome.

⁹⁾ Voir dans sa „Rosa Ursina”, ouvrage cité dans la note 5 de la p. 194 du T. II, aux pp. 76 et 103 du Liv. II, les Chap. VIII. „Immissionis telioscopicae Machina, & eiusdem partes, atque stereographica delineatio, & in usu impedimentis” et XXII. „Machinae observatoriae verticalis eiusque partium explicatio uberior”. Ajoutons que de tels appareils furent déjà

daïse ou keplérienne. Huygens calcule l'allongement nécessaire et discute la grandeur de l'image et sa clarté.

Dans la Prop. III (p. 253—259) Huygens décrit l'oculaire composé de deux lentilles convexes qui porte son nom et qu'il préfère à une lentille unique parce qu'il donne un champ plus étendu, une image moins déformée et que les défauts d'homogénéité y sont moins nuisibles ¹⁾. Huygens indique la raison de ce dernier avantage, mais il ne justifie pas les deux autres. En effet, dans cette première Partie de la Dioptrique il ne traite pas encore systématiquement de la grandeur du champ visuel, comme il le fera plus tard dans la troisième Partie ²⁾, et la question du calcul de la distorsion des images ne l'a jamais occupé qu'incidemment ³⁾. On doit donc admettre que l'expérience a eu la plus grande part dans l'invention de son oculaire; on en aperçoit la trace dans les valeurs assez différentes qu'il a recommandées successivement pour les rapports entre la distance mutuelle des lentilles et leurs distances focales ⁴⁾. D'ailleurs il ne se cacha pas de ce qui manquait encore à sa théorie lorsqu'il écrivit vers la fin de la Prop. IV (p. 265) „Et certes, il ferait malaisé de donner à ce sujet” (c'est-à-dire: les combinaisons différentes de lentilles oculaires) „des préceptes théoriques, parce que la considération des couleurs ne peut être réduite à des lois géométriques, et qu'il est fort difficile de calculer d'une manière satisfaisante

mentionnés par Kepler dans sa „Dioptrice” aux Prop. XXCIIX „Duobus convexis pingere visibilia super papyro situ erecto. Problema diu quæsitum” (p. 44) et CV. „Visibilia lente cava & convexa pingere super papyro majori quantitate, quàm per solam convexam, sed eversa (p. 54)”.

¹⁾ Consultez de plus à ce propos les pp. 152 et 242 du T. IV, écrites dans les premiers mois après l'invention, en 1662, de son oculaire.

²⁾ Voir les Prop. II (p. 451—453), III (aux p. 459—461), IV (à la p. 467) et V (p. 469—473).

³⁾ Consultez à ce sujet le § 14 (p. 615—617) de l'Appendice VI à la troisième Partie et l'Appendice VII (p. 618—620) qui se rapporte à l'oculaire de Huygens. Comparez d'ailleurs les p. XC—XCII de cet Avertissement.

⁴⁾ Voir la note 1 de la p. 254. Inutile de dire que ces rapports ne satisfont pas, ou seulement fortuitement, à la condition de l'achromasie $e = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$, où e représente la distance mutuelle des lentilles, f_1 et f_2 leurs distances focales; condition qu'on impose aujourd'hui à tous les oculaires à deux lentilles (voir p. e. Gleichen, *Lehrbuch der geometrischen Optik*, Leipzig, Teubner, 1902, p. 339), mais qui n'avait pas de raison d'être avant l'invention des objectifs achromatiques; en effet les mesures recommandées par Huygens étaient successivement: $f_1 = 4$ à 5 fois f_2 ; $f_1 = 3f_2$ (ou un peu plus); $f_1 = 4f_2$ (ou un peu plus); $f_1 = 4f_2$ (ou un peu moins), combinées toujours avec $e = 2f_2$ (ou environ).

cette courbure des lignes droites qu'on voit souvent près des bords des lentilles".

Les Propositions IV (p. 259—265) et V (p. 265—269) se rapportent au redressement des images, nécessaire dans les lunettes terrestres. Suivant la première de ces propositions une troisième lentille convexe est ajoutée aux deux lentilles d'une keplérienne; d'après la seconde un petit miroir plan est placé devant l'oculaire. Le premier de ces arrangements avait déjà été indiqué par Kepler ⁵⁾. Dans le texte et dans une pièce beaucoup plus récente que nous avons ajoutée comme Appendice (p. 271), Huygens donne les distances focales des lentilles et leurs distances mutuelles. Plus tard il a toutefois déconseillé l'emploi de cet arrangement au profit d'un autre à quatre lentilles, dû à Campani, par lequel on obtient un champ de vision plus vaste avec moins de distorsion et moins de couleurs aux bords des images ⁶⁾.

Quant à l'emploi du petit miroir de la Prop. V, il a le désavantage de „faire voir à notre gauche, ce qui se trouve à notre droite"; mais Huygens fait suivre que „c'est là un faible inconvénient, pourvu qu'on en soit averti"; toutefois cet arrangement, auquel Huygens attachait longtemps une certaine importance ⁷⁾, a été délaissé aujourd'hui, du moins sous la forme que Huygens lui avait donnée. On l'a remplacé, là où il pouvait être utile, par l'emploi de systèmes de prismes à réflexion totale, amenant un redressement complet ⁸⁾.

En parcourant ces trois dernières Propositions III, IV et V, on fera frappé du soin avec lequel Huygens indique chaque fois le lieu où l'œil doit être placé de préférence, c'est-à-dire là où se forme une image de l'ouverture de l'objectif ⁹⁾. En effet, il explique comment, lorsque la pupille de l'œil coïncide avec ce qu'on appelle maintenant l'„anneau oculaire" ou la „pupille de fortie", on obtiendra toujours la plus grande étendue du champ visuel et la plus grande clarté. La

⁵⁾ Voir la Prop. XXCIX, p. 45 de la „Dioptrice." „Tribus convexis erecta & distincta & maiora præstare visibilia".

⁶⁾ Voir la note 2 de la p. 259 et les pp. 461, 469 et 774 du présent Tome.

⁷⁾ Voir la note 3 de la p. 264 et consultez aussi le § 2 (p. 600) de l'Appendice VI à la troisième Partie, où l'on trouvera une instruction pour l'usage des lunettes à miroir.

⁸⁾ Voir p. e. les p. 420—429 de l'article de S. Czapski „Das Fernrohr" dans le „Handbuch der Physik" de A. Winkelmann „sechster Band, Optik, zweite Auflage", Leipzig, Barth, 1906.

⁹⁾ Comparez les pp. 255, 259 et 267.

relation qui existe entre le grossissement et le diamètre de cette pupille de sortie, comparé à celui de l'objectif, relation sur laquelle plus tard Ramsden a fondé l'emploi de son „dynamètre”, n'a non plus échappé à Huygens ¹⁾).

DEUXIÈME PARTIE: DE L'ABERRATION DES RAYONS HORS DU FOYER. 1666.

Origine probable des recherches de Huygens sur l'aberration sphérique des lentilles.

La définition des foyers comme points limites ²⁾ devait mener nécessairement à des calculs sur ce que Molyneux appelait plus tard „la profondeur du foyer” ³⁾, c'est-à-dire sur l'aberration sphérique longitudinale des lentilles. Aussi Huygens ne tarda pas à s'occuper de ce problème. Nous savons que déjà avant le mois de mars 1653, à l'époque de la conception de la première Partie de sa Dioptrique, il avait fait des calculs ayant pour but de comparer l'aberration sphérique d'une lentille planconvexe dans les deux positions différentes: „lorsque la surface convexe est opposée aux rayons incidents” et „lorsque la surface plane leur est opposée” ⁴⁾. Nous ne connaissons pas ces calculs, mais il nous semble probable qu'ils ressemblaient à ceux qu'on trouve mentionnés aux pp. 283—287, qui furent exécutés d'après les formules absolument rigoureuses que Huygens apprenait plus tard à remplacer par des règles approximatives beaucoup plus simples. Or, la grande différence entre les valeurs de l'aberration dans les deux positions de la lentille planconvexe ⁵⁾ devait naturellement faire surgir la question de savoir s'il ne serait pas possible de diminuer encore cette aberration en donnant une autre forme à la lentille, p. e., en choisissant le rapport des deux rayons d'une lentille biconvexe de telle manière que, pour une distance focale et une ouverture données, l'aberration sphérique devint un minimum. Que c'était là, en effet, le but principal des nouvelles recherches commencées en 1665, est prouvé par l'en-tête qu'il avait donné primitivement à la Prop. IV „Quænam lens sphæ-

¹⁾ Voir la p. 257 et comparez la p. XXXVIII de cet Avertissement.

²⁾ Voir les p. 17—19 du présent Tome.

³⁾ Voir la p. 24 de l'ouvrage mentionné à la p. XXII.

⁴⁾ Voir la p. 83 du présent Tome.

⁵⁾ Voir la p. 287.

⁶⁾ Voir la note 3 de la p. 280.

rica convexa melius radios parallelas colligat investigare" ⁶⁾). Et lorsque, en 1669, Huygens envoya à la Société Royale de Londres les anagrammes qui contenaient ses découvertes principales ⁷⁾, c'était encore la réponse à cette question qui constituait l'un des deux anagrammes relatifs à ses recherches sur l'aberration sphérique ⁸⁾.

Définition de l'épaisseur d'une lentille, donnée par Huygens.

Un des artifices dont Huygens s'est servi afin d'obtenir des règles simples et élégantes pour le calcul approximatif de l'aberration sphérique des lentilles consiste dans l'introduction de la notion de ce que nous appellerons l'„épaisseur mathématique" d'une lentille, grandeur qu'il définit (p. 277) comme la *différence* des épaisseurs au milieu et au bord. Il suppose, comme première approximation, que l'aberration ne dépend pas de l'épaisseur réelle de la lentille, mais de cette épaisseur mathématique, de sorte que dans les calculs on peut considérer comme nulles l'épaisseur au centre d'une lentille concave et l'épaisseur au bord d'une lentille convexe. Toutefois on cherchera vainement dans l'œuvre de Huygens une démonstration systématique de la justesse de cette supposition et, puisque c'est là un point dont la valeur des résultats de Huygens dépend en partie, on nous permettra de nous y arrêter un instant. Nous montrerons que, si ce que nous appelons l'„épaisseur supplémentaire" (c'est-à-dire l'épaisseur d'une lentille concave au centre et d'une lentille convexe au bord) reste petite par rapport aux rayons de courbure et aux distances de l'objet et de l'image à la lentille, elle peut être négligée quand il s'agit d'une première approximation, et nous le ferons de manière que la démonstration soit valable aussi bien pour un faisceau de rayons correspondant à un point quelconque de l'axe que pour un faisceau de rayons parallèles à l'axe et même pour un faisceau entaché déjà d'aberration sphérique par des réfractions ou réflexions préalables ⁹⁾.

Soit donc h la demi-largeur d'une lentille biconvexe, c'est-à-dire le rayon du

⁷⁾ Voir les pp. 355 et 487—490 du T. VI.

⁸⁾ L'autre „Lens e duabus composita hyperbolicam æmulatur" se rapportait à l'invention de 1669, dont nous parlerons plus loin; voir les p. LXII—LXVI de cet Avertissement.

⁹⁾ Dans la démonstration de la Prop. VII (p. 309) qui exprime que dans une lentille convexe les aberrations des rayons parallèles sont entre elles comme les carrés des distances à l'axe, Huygens a bien été forcé de tenir compte de l'épaisseur réelle; en effet dans l'Appendice II (p. 376—378), où cette démonstration est effectuée pour le cas le plus général, on trouve des raisonnements analogues à ceux dont nous nous servons.

cercle suivant lequel les deux surfaces sphériques de rayons R_1 et R_2 se coupent, alors l'épaisseur e de la lentille, que nous supposons d'abord sans épaisseur supplémentaire, sera égale dans une première approximation à $\frac{1}{2}h^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$. Elle fera donc de l'ordre h^2 et, d'après les calculs de Huygens, l'aberration sphérique longitudinale fera du même ordre. Nous pourrions donc négliger *en fin de compte* les termes d'un ordre plus élevé que le deuxième, ce qui n'empêche pas, comme on le verra, qu'on doive aller au commencement jusqu'au troisième ordre inclus.

Soit maintenant α l'angle sous lequel un rayon de lumière s'approche de l'axe à l'intérieur de la lentille; β celui qu'il fait avec l'axe après sa réfraction, au point P, à la surface postérieure de rayon R_2 ; soit Q le point où il coupe l'axe, M le centre de la surface postérieure; P_1 la projection du point P sur l'axe; A le point où l'axe coupe la surface postérieure; soit, de plus, $PP_1 = y$, $AQ = d$, $\angle PMA = \psi$; alors la loi des sinus exige: $\sin(\psi + \beta) = n \sin(\psi + \alpha)$, où $\sin \psi = \frac{y}{R_2}$, $\tan \beta = \frac{y}{d + \frac{y^2}{2R_2}}$; donc $\psi = \frac{y}{R_2} + \frac{y^3}{6R_2^3}$, $\beta = \frac{y}{d} - \frac{y^3}{2d^2R_2} - \frac{1}{3} \frac{y^3}{d^3}$.

De ces équations on déduit *comme première approximation*, $\alpha = \frac{1}{n}\beta - \frac{n-1}{n}\psi = py$, où $p = \frac{1}{nd} - \frac{n-1}{nR_2}$, et ensuite *comme seconde approximation*:

$$\alpha = \frac{1}{n}\beta - \frac{n-1}{n}\psi + \frac{1}{6}(\psi + \alpha)^3 - \frac{1}{6n}(\psi + \beta)^3 = py + qy^3,$$

où

$$q = -\frac{1}{2nd^2R_2} - \frac{1}{3nd^3} - \frac{n-1}{6nR_2^3} + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{R_2} + p \right)^3 - \frac{1}{6n} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{d} \right)^3.$$

Supposons maintenant qu'on ajoute à la lentille du côté de la surface postérieure une épaisseur supplémentaire e' . Nous poursuivons alors le même rayon de lumière, de manière que l'angle α ne change pas, et R_2 non plus, mais que les autres grandeurs prennent de nouvelles valeurs que nous indiquons par d' , y' , p' , q' . On aura donc $py + qy^3 = p'y' + q'y'^3$, c'est-à-dire:

¹⁾ Remarquons que, pour pouvoir appliquer cette expression dans tous les cas, on devra considérer comme des grandeurs négatives les rayons de courbure des surfaces concaves et admettre, par conséquent, pour e une valeur négative dans toutes les lentilles concaves; c'est ce que nous supposons dans les formules qui se présenteront dans la suite.

$$\frac{y}{nd} - \frac{(n-1)y}{nR_2} + qy^3 = \frac{y'}{nd'} - \frac{(n-1)y'}{nR_2} + q'y'^3.$$

Pofant alors $d' = d + \delta$, il s'agit de calculer δ . À cet effet l'équation nous donne, en négligeant les termes d'un ordre fuffifamment élevé :

$$\frac{y\delta}{nd^2} (1 - ry^2) = p(y' - y) + q(y'^3 - y^3),$$

où

$$r = \frac{1}{dR_2} + \frac{1}{d^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_2} + p \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{d} \right)^2.$$

Or, on a comme première approximation $y - y' = \alpha e' = pe'y$, et l'on trouve enfuite ²⁾ :

$$y - y' = pe'y + se'y^3,$$

où

$$s = \frac{p^2}{R_2} + q + \frac{1}{3}p^3.$$

On en déduit :

$$\delta = -nd^2p^2e' - nd^2p(3q + pr + s)e'y^2.$$

où le dernier terme peut être négligé par rapport à l'aberration (de l'ordre de y^2) qui dépend de l'épaisseur mathématique; pourvu feulement que e' reſte petit par rapport à R_2 et à d .

On voit donc que le déplacement que les points d'interfection des rayons avec l'axe ſubiront par l'addition de l'épaisſeur ſupplémentaire e' ſera représenté par l'exprefſion $e' - nd^2 \left[\frac{1}{nd} - \frac{n-1}{nR_2} \right]^2 e' = \left[1 - \frac{1}{n} \left(1 - \frac{(n-1)d}{R_2} \right)^2 \right] e'$, et il eſt clair que ce déplacement, égal pour tous ces points, ne changera pas la valeur de l'aberration ſphérique longitudinale, calculée comme première approximation ³⁾.

Déduction des règles approximatives pour l'aberration ſphérique longitudinale hors du foyer.

Afin de déterminer l'aberration ſphérique d'une lentille pour des rayons incidents parallèles à l'axe, Huygens s'occupe en premier lieu de la diſtance FF_1 entre

²⁾ Puisqu'on a comme ſeconde approximation $y - y' = \left(e' + \frac{y^2 - y'^2}{2R_2} \right) \operatorname{tg} \alpha$.

³⁾ Comparez encore la p. LXXVIII qui ſuit.

le foyer F , c'est-à-dire le point où les rayons les plus rapprochés de l'axe (ou leurs prolongements) atteignent cette ligne, et le point correspondant F_1 pour un rayon qui a traversé la lentille à une distance h de l'axe. Si l'on désirait pour cette grandeur FF_1 des formules absolument rigoureuses, cela exigerait souvent des calculs très compliqués; c'est pourquoi Huygens se contente d'exécuter ce calcul pour un exemple numérique dans chacun des deux cas d'une lentille planconvexe recevant les rayons sur sa surface plane ou sur sa surface courbe ¹⁾ et d'indiquer la marche à suivre dans les autres cas ²⁾. Mais il base ses conclusions sur des formules approximatives, qu'il déduit dans un des Appendices ³⁾, et qui suffisent pleinement pour les besoins de la pratique, comme il le montre en comparant dans les cas de la lentille planconvexe, les résultats numériques obtenus par ces formules avec ceux qu'on obtient par la méthode rigoureuse ⁴⁾.

Ces formules peuvent se résumer en une seule. Soient R_1 et R_2 les rayons de courbure des surfaces antérieure et postérieure d'une lentille, le rayon étant considéré comme positif pour une surface convexe, et n l'indice de réfraction. On aura alors, si la distance FF_1 est appelée positive quand elle a la direction des rayons incidents, et négative dans le cas contraire,

$$(1) \quad FF_1 = - \frac{h^2}{2n(n-1) R_1 R_2 (R_1 + R_2)} \left\{ n^3 R_1^2 + (2n^3 - 2n^2 - n) R_1 R_2 + (n^3 - 2n^2 + 2) R_2^2 \right\}.$$

Si l'on prend pour h le rayon de la périphérie de la lentille, on trouvera l'aberration des rayons extrêmes. C'est cette grandeur que Huygens considère en premier lieu, mais il démontre en outre ⁵⁾ que, pour un rayon qui arrive en un point quelconque de la lentille, l'aberration est proportionnelle au carré

¹⁾ Voir les p. 283—287 du présent Tome.

²⁾ Voir les pp. 289—291, 297—301.

³⁾ Voir pour les deux cas de la lentille planconvexe les §§ 1 et 2 de l'Appendice I de 1665 (p. 355—360), pour la lentille biconvexe le § 3 (p. 360—364), pour la concavo-convexe les § 4 et 5 (p. 368—371), pour la biconcave le § 6 (p. 371—374) toujours du même Appendice. De plus, l'un des cas de la lentille planconvexe, celui où elle tourne sa surface convexe vers les rayons incidents, est traité de nouveau dans le § 6 (p. 402—404) de l'Appendice V et au § 3 (p. 419—420) de l'Appendice VII de 1669; de même, celui de la lentille biconvexe symétrique au § 7 (p. 405—406) de l'Appendice V qui date encore de la même année 1665.

⁴⁾ Voir les p. 285—287.

⁵⁾ Voir, pour les deux cas de la lentille planconvexe et pour celui de la lentille biconcave, supposée sans épaisseur supplémentaire, la Prop. V (p. 309—313) et pour celui de la lentille biconvexe l'Appendice II (p. 376—378) et la note 9 de la p. LIII de cet Avertissement.

de la distance h . Si maintenant on introduit l'épaisseur mathématique e , dont nous avons parlé plus haut ⁶⁾ et qui est égale à $\frac{1}{2}h^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$, la formule (1) prend la forme :

$$(2) \quad FF_1 = -\frac{e}{n(n-1)} \cdot \frac{n^3 R_1^2 + (2n^3 - 2n^2 - n) R_1 R_2 + (n^3 - 2n^2 + 2) R_2^2}{(R_1 + R_2)^2},$$

où le second facteur ne dépend plus que du rapport des diamètres des deux surfaces courbes, ce qui veut dire qu'il prend une même valeur pour les lentilles que Huygens appelle „de même espèce” ⁷⁾. Posant ensuite, comme Huygens le fait toujours, $n = \frac{3}{2}$, on aura :

$$FF_1 = -\frac{1}{6}e \cdot \frac{27R_1^2 + 6R_1 R_2 + 7R_2^2}{(R_1 + R_2)^2}.$$

C'est cette équation que Huygens a trouvée pour différentes formes de lentilles ⁸⁾. Bien entendu, comme il ne simplifie pas ses calculs par l'introduction de grandeurs négatives, il doit traiter chaque forme de lentille séparément.

Ajoutons que Huygens a aussi exprimé successivement l'aberration en fonction de l'épaisseur e , de la distance focale f , et d'un des rayons de courbure R_1 ou R_2 , dont R_1 représente toujours celui de la surface exposée aux rayons incidents. En négligeant l'épaisseur de la lentille (ce qui est permis lorsqu'il s'agit de la transformation des derniers facteurs de (1) et de (2)), on peut écrire :

$$(3) \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Éliminant d'abord R_1 à l'aide de cette formule, on trouve

$$FF_1 = -\frac{e}{n(n-1)} \left\{ n^3 - 2n^2 + 2 + (n-1)(2n^2 - n - 4) \frac{f}{R_2} + (n-1)^2 (n+2) \frac{f^2}{R_2^2} \right\},$$

⁶⁾ Voir la p. LIII de cet Avertissement.

⁷⁾ Voir la p. 315 du présent Tome.

⁸⁾ Comparez les pp. 291, 293, 303 et 305.

ou, pour $n = \frac{3}{2}$,

$$(4) \quad FF_{1'} = -\frac{1}{6}e \left(7 - 4\frac{f}{R_2} + 7\frac{f^2}{R_2^2} \right).$$

Ensuite, par l'élimination de R_2 , on trouve :

$$FF_1 = -\frac{e}{n(n-1)} \left\{ n^3 - n(n-1)(2n+1)\frac{f}{R_1} + (n-1)^2(n+2)\frac{f^2}{R_1^2} \right\},$$

ou, pour $n = \frac{3}{2}$,

$$(5) \quad FF_{1'} = -\frac{1}{6}e \left(27 - 24\frac{f}{R_1} + 7\frac{f^2}{R_1^2} \right).$$

C'est de ces formules (4) et (5), ou plutôt de celles qu'on en déduit en changeant, suivant le cas, les signes de R_1 , R_2 et de f , de manière à n'introduire que des grandeurs positives, que Huygens a pu conclure que l'aberration d'une lentille concavo-convexe (ou „ménisque” comme il l'appelle) est toujours plus grande que celle d'une lentille planconvexe de même distance focale, et qu'elle est d'autant plus grande que le plus grand des deux rayons R_1 et R_2 est plus petit. Il en est de même avec l'autre genre de „ménisque”, c'est-à-dire avec la lentille convexo-concave³⁾.

Notons encore qu'on a :

$$(6) \quad e = \frac{h^2}{2(n-1)f},$$

d'où il résulte que deux lentilles dont les ouvertures et les distances focales sont égales ont aussi la même épaisseur mathématique. Ce dernier théorème est démontré dans la Prop. III⁴⁾.

Nous ne répéterons pas ici toutes les conséquences que Huygens tire de ses formules. Il suffira de dire qu'il insiste sur le changement dans l'aberration produit

¹⁾ Voir les pp. 295 et 305.

²⁾ Voir les pp. 295 et 307.

³⁾ Ce n'est pas du premier coup que Huygens a trouvé ces résultats; comparez la note 3 de la p. 295 et la note 9 de la p. 369. Remarquons que les notations q , a , n , d de Huygens correspondent à nos notations e , R_1 , R_2 , f .

⁴⁾ Voir la p. 277.

par le retournement d'une lentille ⁵⁾ et qu'il n'a pas manqué le but que probablement il s'était proposé au commencement de ses recherches, c'est-à-dire de déterminer la meilleure forme qu'on peut donner à une lentille au point de vue de l'aberration sphérique. Il trouve que, pour une telle lentille, R_1 est égal à $\frac{7}{12}f$; ce qui donne $R_2 = \frac{7}{2}f$. Le rapport des deux rayons de courbure doit donc être de 6 à 1; résultat qui s'applique également au cas de la lentille biconvexe et à celui de la lentille biconcave ⁶⁾.

Il est presque superflu d'ajouter que Huygens obtient tous ces résultats par des considérations géométriques élémentaires; elles sont basées sur deux théorèmes qu'il énonce dans les Propositions préliminaires I et II ⁷⁾.

*Compensation, dans la lunette hollandaise, de l'aberration sphérique
de l'objectif par celle de l'oculaire.*

Une des applications les plus remarquables que Huygens ait faites des formules qui précèdent est exposée dans la Prop. IX où il énonce le théorème que l'aberration de l'objectif peut être compensée par celle de l'oculaire si l'on prend pour ce dernier une lentille concave. „Personne ne soupçonnait” dit-il ⁸⁾ „que le défaut des lentilles convexes pût être corrigé à l'aide des lentilles concaves. Mais nous démontrerons ici que cette correction est possible et que, par conséquent, les télescopes de ce genre peuvent être rendus plus parfaits que ceux qu'on construit ordinairement”. Et encore ⁹⁾: „L'utilité des lunettes de ce genre, l'avantage qu'elles ont sur celles qu'on a construites ordinairement jusqu'à ce jour à l'aide de lentilles convexes et concaves fera d'abord celui-ci qu'elles rendront la vision plus nette, attendu qu'elles envoient parallèlement à l'œil les rayons issus des différents points de l'objet, à-peu-près comme le feraient des verres de forme elliptique ou hyperbolique; mais surtout que, sans être plus longues que les télescopes ordinaires, elles pourront grossir beaucoup plus les objets, vu que leur lentille

⁵⁾ Voir les pp. 285, 287 et 293,

⁶⁾ Voir les pp. 291, 293 et 303.

⁷⁾ Voir les pp. 273 et 275.

⁸⁾ Voir la p. 319.

⁹⁾ Voir la p. 331.

extérieure souffrira une ouverture plus grande que celle des télescopes ordinaires parce que l'aberration de cette lentille, due à la propriété de la figure sphérique, est corrigée par la lentille oculaire".

À ce propos nous remarquerons d'abord que le dernier facteur dans l'expression (2) est toujours positif (il ne pourrait devenir négatif que pour $n < \frac{1}{4}$) et que le signe de FF_1 est donc opposé à celui de e et par suite à celui de f^2). Cela veut dire que le point F_1 se trouve toujours entre la lentille et le foyer F .

Considérons maintenant pour l'objectif les points F et F_1 , et soient F' et F'_1 les points analogues pour l'oculaire dans le cas où il recevrait des rayons parallèles à l'axe venant du côté de l'œil; il est clair que la compensation désirée aura lieu si F coïncide avec F' et en même temps F_1 avec F'_1 , et que cela peut arriver avec un oculaire concave, parce que alors F_1 est plus rapproché de l'objectif que F , et F'_1 plus rapproché de cette lentille que F' .

La condition pour la compensation se trouve le plus facilement si l'on introduit dans la formule (1) l'angle θ formé par l'axe et le rayon qui a traversé la lentille à une distance h du centre. Si l'on se contente toujours du degré d'approximation atteint dans les formules précédentes on peut poser $h = f \operatorname{tg} \theta =$

$$= \frac{R_1 R_2 \operatorname{tg} \theta}{(n-1)(R_1 + R_2)}, \text{ et on aura:}$$

$$(7) \quad FF_1 = -\frac{\operatorname{tg}^2 \theta}{2n(n-1)^2} f \omega,$$

où

$$\omega = \frac{n^3 R_1^2 + (2n^3 - 2n^2 - n) R_1 R_2 + (n^3 - 2n^2 + 2) R_2^2}{(R_1 + R_2)^2}.$$

Pour obtenir la compensation, il faut évidemment que les valeurs de $\frac{f \omega}{n(n-1)^2}$ pour l'objectif et pour l'oculaire soient égales mais de signes opposés. Si donc nous supposons que les matières de l'objectif et de l'oculaire ne sont pas différentes et si nous distinguons par des accents les grandeurs qui se rapportent à l'oculaire,

¹⁾ Puisque le discriminant du numérateur, considéré comme forme quadratique en R_1 et R_2 , est égal à $n^2 \left(n - \frac{1}{4} \right)$.

²⁾ Comparez la note 1 de la p. LIV de cet Avertissement.

nous aurons $\omega' = -\frac{f}{f'} \omega = g\omega$, où g représente le grossissement. On en tire, en posant $n = \frac{3}{2}$,

$$(8) \quad (8g\omega - 27)\frac{R_2'}{R_2^2} + (16g\omega - 6)\frac{R_1'}{R_2} + (8g\omega - 7) = 0,$$

ou bien :

$$(9) \quad \frac{R_1'}{R_2} = -\frac{8g\omega - 3}{8g\omega - 27} \pm \frac{2}{8g\omega - 27} \sqrt{56g\omega - 45}.$$

La grandeur ω est déterminée par le rapport des rayons de courbure de l'objectif; donc, si cette lentille est donnée et si l'on a fixé le grossissement, la formule (9), combinée avec (3), nous apprend quel oculaire il faut employer.

Comme ω est toujours supérieur ou égal à $\frac{45}{56}$, valeur minimum qu'il atteint pour $R_2 = 6R_1$, les racines de l'équation (8) sont réelles, et comme les coefficients du deuxième et du troisième termes de l'équation sont positifs pour toutes les valeurs de g dont il peut être question, les signes algébriques des racines seront déterminés par celui du coefficient du premier terme. On peut donc conclure que, pour un grossissement inférieur à $\frac{27}{8\omega}$ ³⁾, il y a une racine positive et une racine négative. On pourra alors satisfaire aux conditions du problème avec une lentille biconcave. Si, au contraire, le grossissement surpasse la valeur $\frac{27}{8\omega}$ (ce qui est certainement le cas lorsqu'il est supérieur à $\frac{21}{5}$ ⁴⁾) les racines sont négatives toutes les deux, de sorte qu'il y aura deux lentilles convexo-concaves qu'on pourra employer. Rappelons que R_1' appartient à la surface qui est censée recevoir le faisceau de rayons parallèles, c'est-à-dire, dans le cas présent, à celle qui est

3) D'après la formule (2) on peut aussi écrire $\frac{2}{2} \cdot \frac{e}{F_1 F}$ pour $\frac{27}{8\omega}$; comparez les dernières lignes de la p. 321.

4) Puisque $\omega \geq \frac{45}{56}$, comme nous l'avons vu.

ournée vers l'œil et que l'une des racines de l'équation (8) est supérieure et l'autre inférieure à l'unité en valeur absolue ¹⁾; il en résulte que dans la première de ces deux solutions c'est le côté convexe et dans l'autre le côté concave de l'oculaire qui doit se trouver du côté de l'œil.

Huygens choisit la première solution parce qu'elle conduit à la courbure la moins forte de la surface concave ²⁾. En effet, désignons par $-a_1$ celle des deux racines dont la valeur absolue est supérieure à l'unité et par $-a_2$ l'autre racine. On a alors, par suite de la relation (3), dans la première solution $R'_2 = (n-1) \left(1 - \frac{1}{a_1}\right) f'$, et dans la seconde $R'_1 = (n-1) (1 - a_2) f'$; mais, puisque $a_1 a_2 = \frac{8g\omega - 7}{8g\omega - 27}$ est supérieur à l'unité, on aura $a_2 > \frac{1}{a_1}$. Par conséquent le rayon R'_2 de la surface concave de la première solution sera plus grand que le rayon R'_1 de la surface concave de la seconde solution.

C'est en se servant d'un calcul qui revient à l'application de la formule (9) prise avec le signe inférieur que Huygens a calculé la table numérique qu'on trouve à la p. 329. La construction de cette table est une preuve de plus de l'importance que Huygens attachait à sa découverte. Or, dans la note 4 de la p. 331 nous avons relaté les circonstances qui en ont retardé et ensuite fait abandonner la réalisation.

*L'invention de février 1669 et les recherches sur l'aberration
sphérique longitudinale d'un faisceau de rayons correspondant à un point quelconque
de l'axe de la lentille.*

On voit dans la note que nous venons de citer que la principale raison qui a conduit Huygens à renoncer à son projet de corriger l'aberration de l'objectif par celle de l'oculaire était: qu'il croyait avoir trouvé mieux. En effet, la méthode suivie n'était applicable qu'à la lunette hollandaise, et pour ses recherches astronomiques Huygens avait besoin de lunettes à oculaire convexe qui

¹⁾ Puisque la plus grande des racines surpasse $\frac{8g\omega - 3}{8g\omega - 27}$ en valeur absolue, et que leur produit est égal à $\frac{8g\omega - 7}{8g\omega - 27} < \frac{8g\omega - 3}{8g\omega - 27}$.

²⁾ Voir les dernières lignes de la p. 321.

³⁾ Comparez la p. 319.

présentent un champ de vision plus étendu³). Il valait donc mieux obtenir la compensation dans la lentille objective elle-même à laquelle la plus grande partie de l'aberration doit être attribuée; celle de l'oculaire étant même négligeable dans les circonstances ordinaires⁴). Cela était possible si l'on composait l'objectif de deux lentilles différentes dont l'une était convexe et l'autre concave. C'est là l'invention de février 1669, qui supplantait dans l'esprit de Huygens celle de 1665 dont nous venons de parler.

On pouvait placer la lentille concave auxiliaire derrière ou bien devant la lentille convexe, mais dans les deux cas, traités tous les deux par Huygens⁵), la seconde lentille recevrait un faisceau de rayons, non plus parallèles, mais correspondant à un point donné de l'axe. Pour déterminer les rayons de courbure des lentilles de manière à obtenir la compensation nécessaire, il fallait donc calculer l'aberration sphérique d'un faisceau correspondant à un point de l'axe d'une lentille.

Or, déjà en 1665 Huygens s'était occupé de ce problème, mais sans réussir dans la solution générale. Il avait indiqué la voie à suivre, mais il avait été rebuté par la complication des expressions mathématiques⁶). Il s'était contenté d'examiner quelques uns des cas qui se présentent quand il ne s'agit que d'une seule surface séparant deux milieux différents⁷). Cette solution peut suffire lorsque la lentille auxiliaire se trouve en arrière de la lentille convexe. On n'a qu'à choisir alors la surface d'entrée de la lentille auxiliaire de sorte qu'on obtienne une compensation complète dans le cas où les rayons ne sortiraient pas de la matière dont cette lentille est composée. Prenant ensuite le point de concours de ces rayons pour centre de la surface de sortie⁸) on parvient à ne

4) Comparez la p. 341.

5) Le premier dans l'Appendice VI, p. 408; le second dans l'Appendice VII, p. 418.

6) Voir la note 3 de la p. 395 et la note 2 de la p. 396. Dans cette dernière note on trouve l'expression à laquelle Huygens aurait dû parvenir s'il avait eu la patience de poursuivre ses calculs.

7) Voir dans l'Appendice V pour le cas d'une surface convexe sur laquelle tombe un faisceau convergent, le § 1, première partie (p. 392—394); pour celui d'une surface convexe et d'un faisceau divergent le § 2 (p. 397); pour celui d'une telle surface et d'un faisceau divergent venant de l'intérieur le § 3 (p. 398—399); pour un faisceau convergent de cette sorte le § 4 (p. 400); pour le cas d'un faisceau convergent tombant sur une surface plane le § 5 (p. 401—402); plus tard Huygens traitait dans l'Appendice VI au § 1 (p. 408—410) le cas d'un faisceau divergent tombant de l'intérieur sur une surface concave.

8) Voir la figure de la p. 411 où ce point est indiqué par la lettre M.

troubler en aucune façon la réunion parfaite des rayons dans ce point, qui devient ainsi le foyer de l'objectif composé. Ce fut de cette manière que Huygens calcula successivement les dimensions de la lentille auxiliaire pour un objectif planconvexe dont la surface convexe était tournée du côté des rayons incidents ¹⁾; pour un objectif biconvexe, constitué de manière à donner une aberration minimum ²⁾; pour un objectif biconvexe symétrique ³⁾; et enfin pour une lentille planconvexe recevant les rayons sur sa surface plane ⁴⁾.

Si, au contraire, la lentille auxiliaire se trouve devant la lentille convexe, il est indispensable de savoir déterminer l'aberration causée par cette dernière lentille pour un faisceau de rayons partant d'un point de l'axe. Huygens y réussit pleinement dans le cas d'une lentille planconvexe recevant le faisceau sur sa surface plane ⁵⁾. Afin d'appliquer cette solution, il combine une lentille planconvexe tournant sa surface plane vers l'oculaire avec une lentille concave placée devant elle, de sorte que des rayons incidents parallèles à l'axe se réunissent en un point M de l'axe; les dimensions de la lentille concave étant choisies de manière que l'aberration qu'elle donne aux rayons parallèles à l'axe venant de l'extérieur, soit égale à l'aberration, causée par la lentille planconvexe, d'un faisceau qui partirait du point M. Il est facile de se convaincre qu'ainsi le but désiré est atteint.

C'est donc de cette façon qu'il calcule au § 5 de l'Appendice VII (p. 422—424) les dimensions de la lentille auxiliaire qu'il faut placer devant une lentille planconvexe. Ayant déterminé en outre l'aberration d'une lentille biconvexe symétrique, dans le cas particulier où le point dont les rayons émanent est situé à une distance de la lentille égale à deux fois le rayon de courbure des surfaces de la lentille et où, par conséquent, les rayons du faisceau deviennent parallèles à l'axe à l'intérieur de la lentille ⁶⁾, il en profite pour déterminer au § 7 la forme d'une lentille auxiliaire qu'on peut mettre devant une lentille biconvexe symétrique ⁷⁾.

Après avoir obtenu ses premiers résultats le 1 février 1669, il compose un ana-

¹⁾ Voir l'Appendice VI au § 2 (p. 411—413) et surtout la figure de la note 9 de la p. 413.

²⁾ Voir le § 3 de l'Appendice VI, p. 413—414.

³⁾ Voir le § 4 du même Appendice, p. 415.

⁴⁾ Voir le § 5 aux p. 415—416.

⁵⁾ Voir le § 4 de l'Appendice VII, p. 420—422.

⁶⁾ Voir le § 6 de l'Appendice VII, p. 424—426.

⁷⁾ Voir la p. 427.

gramme qui en contient le principe, et qu'il envoie à la Société Royale de Londres le 6 février suivant ⁸⁾). Mais bientôt un scrupule le prend.

Pour comprendre ce scrupule il faut savoir que le seul avantage que Huygens se promettait de ce système compensé était de pouvoir élargir de beaucoup l'ouverture de l'objectif sans nuire à la netteté des images, ce qui permettrait d'augmenter considérablement le grossissement sans rendre les images trop obscures. Or, pour les grandes ouvertures, auxquelles il fut ainsi conduit, la valeur des formules approchées, dont il s'était servi, devenait douteuse. Afin d'éclaircir cette question, il détermina, d'abord par un calcul rigoureux, ensuite d'après ces formules, l'aberration longitudinale de chacune des deux lentilles d'un objectif compensé dont l'ouverture était censée surpasser plus de quatre fois celle d'un simple objectif de même distance focale; les dimensions de ce dernier étant empruntées à la table que nous mentionnerons plus loin à la p. LXIX. La différence entre les valeurs obtenues par les deux méthodes devait être attribuée aux termes d'ordre plus élevé qui avaient été négligés dans le calcul des dimensions de la lentille auxiliaire.

Le résultat de cette enquête ne fut pas très rassurant ¹⁰⁾ et c'est peut-être là une des raisons pour lesquelles Huygens n'essaya pas de mettre en pratique son invention nouvelle. Mais probablement telle ne fut pas la raison principale de son abstention. Huygens savait très bien, en effet, combien il lui serait difficile de fabriquer des lentilles assez parfaitement sphériques et répondant assez exactement aux courbures calculées qu'il serait nécessaire de le faire pour réaliser son invention. Et plus tard les travaux de Newton lui donnèrent la conviction que dans les télescopes un peu longs l'aberration chromatique est de beaucoup plus nuisible que l'aberration sphérique. Cette dernière raison lui sembla décisive ¹¹⁾. Elle fut la cause de ce qu'il n'a jamais admis dans sa Dioptrique ces recherches de 1669, et qu'il en a même écarté celles de 1665 sur la compensation de l'aberration de l'objectif par celle de l'oculaire ¹²⁾. Toutefois, comme on le fait,

⁸⁾ Comparez la note 8 de la p. LIII de cet Avertissement et la p. 417 du présent Tome.

⁹⁾ Voir l'Appendice VIII, p. 428—432, et surtout la note 4 de la p. 428.

¹⁰⁾ Consultez la note 11 de la p. 431.

¹¹⁾ Voir la note 2 de la p. 409.

¹²⁾ Comparez la p. IX de cet Avertissement.

la difficulté, causée par l'aberration newtonienne, fut entièrement vaincue, beaucoup plus tard, par l'emploi des lentilles achromatiques, et la technique moderne ne recule plus devant la fabrication de lentilles à peu près parfaites ayant des dimensions données d'avance. Ainsi la question de l'élimination de l'aberration sphérique par un choix judicieux de la courbure des surfaces des lentilles s'est imposée de nouveau aux physiciens modernes, et on devra considérer Huygens, sur ce terrain aussi, comme un de leurs principaux précurseurs ¹⁾.

*Application des règles obtenues pour l'aberration sphérique
à la détermination de l'ouverture et du grossissement admissibles dans un télescope
de longueur donnée.*

Pendant de longues années Huygens s'est voué au perfectionnement des lunettes avec une persévérance et une patience admirables. Or, dans la construction de ses longs télescopes il s'est constamment laissé guider par des règles théoriques qu'il a cherchées d'abord, dans cette deuxième Partie de la Dioptrique, en considérant seulement l'aberration sphérique sans compter avec l'aberration chromatique. Toutefois les résultats pratiques ne répondaient pas entièrement à ce que ses règles laissaient entrevoir, et ce ne fut que plus tard, en se servant des découvertes de Newton, qu'il réussit à établir d'autres règles ²⁾, basées cette fois sur la considération de l'aberration chromatique qu'il avait crue d'abord inaccessible à l'analyse mathématique ³⁾.

Un point essentiel dans ces théories successives est le rôle qu'y joue la clarté des images, qui se mesure par la quantité de lumière que la rétine reçoit par unité de surface. Huygens expose clairement ⁴⁾ que, pour une ouverture donnée de l'objectif, la quantité totale de lumière dont on dispose est également donnée et que, par conséquent, si l'on emploie un oculaire trop grossissant la clarté de l'image deviendra nécessairement trop faible. „Il ne faut donc pas à la légère remplacer la lentille

¹⁾ Il est vrai que l'invention de 1669 est publiée ici pour la première fois; mais celle de 1665 fut au moins mentionnée et expliquée dans la préface (p. 4 et 5) de l'édition de 1703 des „Opuscula Postuma” par Volder et Fullenius, quoiqu'ils ne l'aient pas reproduite dans le texte de la Dioptrique, se montrant ainsi plus fidèles que nous aux instructions données par Huygens.

²⁾ Comparez les pp. IX et XI de cet Avertissement.

³⁾ Comparez la note 9 de la p. IX.

⁴⁾ Voir la Prop. X, p. 333—339 du présent Tome.

oculaire par une lentille plus convexe ou plus concave, mais calculer exactement quel agrandissement l'ouverture de la lentille extérieure peut supporter de manière que le télescope ne donne pas en même temps des images moins lumineuses qu'on ne doive les exiger. Et, en vérité, toute la puissance et l'effet d'un télescope quelconque dépendent à ce point de la grandeur de son ouverture qu'après avoir considéré cette dernière on peut, si elle est petite, dire avec certitude que le télescope a peu de puissance, quel que soit le nombre des autres lentilles et de quelque façon qu'elles soient placées à l'intérieur du tube. En effet, pour qu'un grossissement important soit obtenu avec une clarté suffisante il est nécessaire que beaucoup de rayons soient rassemblés, ce qui est absolument impossible si la lentille extérieure n'a pas une grande ouverture" ⁵⁾.

Huygens ajoute en passant ⁶⁾ que la question est différente pour les microscopes; vu que, dans ses instruments, la clarté de l'image est déterminée par l'ouverture du cône lumineux qu'un point de l'objet envoie dans l'objectif, et qu'on peut remédier à une trop grande obscurité des images en éclairant l'objet plus vivement.

De même que la considération de la clarté des images, celle de leur netteté montre qu'un objectif de lunette de dimensions données ne peut supporter qu'un grossissement qui n'excède pas une certaine limite ⁷⁾. À cause de l'aberration sphérique l'image formée par l'objectif n'est pas parfaite, chaque point y étant représenté par un „petit cercle d'aberration" ⁸⁾. Il en est de même de l'image formée sur la rétine et pour qu'elle ne soit pas trop confuse il faut que le rayon des petits cercles n'y soit pas trop grand; or, ce rayon augmente avec le grossissement que produit l'oculaire.

Les conditions auxquelles on est amené en suivant les deux ordres d'idées que nous venons d'indiquer, ne sont pas les mêmes; c'est en les combinant que Huygens arrive aux résultats qu'on trouve dans la Proposition XI ⁹⁾.

Comme il est difficile de dire quelle est le minimum de clarté suffisant ¹⁰⁾ et le

⁵⁾ Voir la p. 337.

⁶⁾ Dans l'alinéa qui commence à la p. 337. Une théorie du microscope semblable à celle de la lunette, traitée ici, ne fut développée par Huygens que beaucoup plus tard. Voir les p. CXIII—CXXXVI de cet Avertissement.

⁷⁾ Comparez la p. 333 du texte de la Dioptrique et les p. 387—388 de l'Appendice III.

⁸⁾ Comparez la note 3 de la p. 315.

⁹⁾ Voir les p. 339—353 et pour un traitement antérieur de la même question l'Appendice III, p. 379—386.

¹⁰⁾ Comparez les p. 335, 481 et 483.

défaut de netteté admissible, Huygens pose le problème sous la forme suivante : Supposons qu'on possède une lunette qui donne des résultats satisfaisants sous le rapport de la clarté et de la netteté des images, et qu'on en veuille construire une autre d'une longueur différente; quelle ouverture de l'objectif et quel grossissement devra-t-on donner à cet instrument pour qu'il ait le même degré de perfection que le premier ?

Dans la discussion Huygens remarque qu'à la rigueur il faut aussi tenir compte de l'aberration qui se produit dans la lentille oculaire ¹⁾. Il démontre cependant par un raisonnement sur lequel nous reviendrons ²⁾, qu'on peut négliger cette aberration; simplification qui est due à ce que la distance focale de l'oculaire est beaucoup moindre que celle de l'objectif.

Cela posé, il est facile de comparer entre elles les deux lunettes. Soient f et f' les distances focales des objectifs, φ et φ' celles des oculaires, g et g' les grossissements linéaires, d et d' les diamètres des ouvertures des objectifs. Si l'on désire que les images soient également claires, il faut que la quantité de lumière reçue par l'objectif soit proportionnelle au carré du grossissement linéaire ce qui nous donne $\frac{d}{d'} = \frac{g}{g'} = \frac{f\varphi'}{f'\varphi}$, ou :

$$(10) \quad \frac{d\varphi}{f} = \frac{d'\varphi'}{f'}.$$

Pour comparer les aberrations, nous supposerons avec Huygens que les deux objectifs soient de la „même espèce” ³⁾, ce qui veut dire que le rapport des rayons de courbure des surfaces antérieure et postérieure est le même pour les deux lentilles. Il en résulte d'après les formules (2) et (6) des pp. LVII et LVIII qu'on aura pour les aberrations longitudinales FF_1 et $F'F'_1$:

$$(11) \quad FF_1 : F'F'_1 = \frac{d^2}{f} : \frac{d'^2}{f'}.$$

Considérons maintenant un rayon qui a traversé l'objectif tout près du bord et qui passe par F_1 en faisant un angle θ avec l'axe. Ce rayon atteindra le „plan

¹⁾ Voir la p. 341.

²⁾ Voir la p. LXX de cet Avertissement.

³⁾ Voir la Prop. VIII, p. 315.

focal" de l'objectif, c'est-à-dire le plan qui est mené par le foyer F perpendiculairement à l'axe, en un point H tel que $FH = FF_1 \cdot \operatorname{tg} \theta$.

La distance FH est alors le rayon du cercle illuminé qui se dessine sur le plan focal quand l'objectif reçoit un faisceau de rayons parallèles à l'axe. Supposons maintenant que l'œil lui-même soit sans défauts optiques et que la rétine soit conjuguée avec le plan focal de l'objectif, qui est en même temps le plan focal de l'oculaire. Le rayon du cercle d'aberration, qui se forme sur la rétine et qui n'est autre chose que l'image du cercle dont nous venons de parler, est alors donné par l'expression $C \frac{FF_1 \cdot \operatorname{tg} \theta}{\varphi}$, où C est une constante déterminée par l'état de l'œil. On peut poser $\operatorname{tg} \theta = \frac{d}{2f}$, de sorte que cette dernière expression devient $C \frac{FF_1 \cdot d}{2f\varphi}$.

Si l'on exige maintenant que dans le cas des deux lunettes les cercles d'aberration sur la rétine aient la même grandeur il faut qu'on ait :

$$(12) \quad \frac{FF_1 \cdot d}{f\varphi} = \frac{F'F'_1 \cdot d'}{f'\varphi'},$$

ou bien, en vertu de la formule (11) :

$$(13) \quad \frac{d^3}{f^2\varphi} = \frac{d'^3}{f'^2\varphi'}.$$

En combinant ce résultat avec l'équation (10), on trouve les équations :

$$(14) \quad f : f' = d^{\frac{4}{3}} : d'^{\frac{4}{3}} \text{ et } \varphi : \varphi' = f^{\frac{1}{4}} : f'^{\frac{1}{4}},$$

qui contiennent les règles que Huygens énonce aux pp. 343 et 349, tandis qu'à la p. 351 il rappelle la relation :

$$(15) \quad g : g' = d : d'.$$

Ce sont ces formules dont Huygens s'est servi pour calculer la table qui termine la deuxième Partie de la Dioptrique ⁴⁾. Dans ce calcul il a pris pour lunette

⁴⁾ Voir les p. 351—353 et consultez la note 3 de la p. 350 sur l'emploi fait par Huygens de cette table supprimée plus tard par lui.

„étalon” un instrument dont l'objectif avait 12 pieds de distance focale et une ouverture de 2 pouces, le grossissement linéaire étant de 1 à 72 ¹⁾).

Il convient d'ajouter un mot sur la manière dont Huygens obtient l'équation (13) ²⁾; elle diffère un peu de celle que nous avons suivie. Soit Q le point de l'oculaire frappé par un rayon venant du bord de l'objectif ³⁾ et qui a donc passé par le point F_1 . Après avoir traversé l'oculaire et les milieux réfringents de l'œil, ce rayon atteindra un point de la circonférence du cercle d'aberration qui se forme sur la rétine. D'un autre côté, comme l'oculaire est supposé libre de toute aberration sphérique, un rayon FQ atteindrait le centre de ce cercle. Huygens remarque que l'angle formé par les rayons FQ et F_1Q ne change pas par leur passage par l'oculaire ⁴⁾, et que le rayon du cercle d'aberration sur la rétine lui est proportionnel ⁵⁾. Pour avoir le même degré de netteté dans les deux cas, il faut donc faire en sorte que les angles FQF_1 et $F'Q'F'_1$ soient égaux, condition qui nous ramène à la formule (13).

Ce dernier mode de raisonnement lui sert aussi à démontrer qu'on peut négliger l'aberration propre à l'oculaire ⁶⁾. À la rigueur, ce n'est pas le rayon FQ qui sortira de cette lentille dans la direction de l'axe, mais plutôt le rayon F_2Q , si le point F_2 , situé entre F et l'oculaire, est pour ce dernier ce que F_1 est pour l'objectif. On voit maintenant que l'aberration totale est mesurée par l'angle F_1QF_2 et non par l'angle F_1QF .

Or, les angles F_1QF , FQF_2 peuvent être censés proportionnels aux distances FF_1 et FF_2 et ces longueurs peuvent être calculées par la formule (7) de la p. LX appliquée à l'objectif et à l'oculaire pour une même valeur de l'angle θ . Par conséquent, si les lentilles ont des formes telles que les deux valeurs de ω ne sont pas trop différentes, les distances FF_1 et FF_2 seront à peu près proportionnelles

¹⁾ La lunette avec laquelle Huygens découvrit le satellite de Saturne avait 12 pieds de longueur; mais il n'employait alors qu'un grossissement de 1:50. Voir l'ouvrage de 1656 „De Saturni luna observatio nova”.

²⁾ Voir les pp. 345—351, ou pour une déduction plus algébrique les pp. 379—383; on n'y trouve pas l'équation (13) parce que, avant d'établir la formule basée sur l'égalité de l'aberration sphérique, Huygens y a déjà introduit la condition (10) de l'égalité de la clarté. S'il ne s'était pas servi de cette condition, son raisonnement aurait amené l'équation (13).

³⁾ Huygens suppose que le point Q se trouve au bord de l'oculaire; ce qu'il fait pour pouvoir appliquer le théorème dont il est question dans la note 1 de la p. 342.

⁴⁾ Voir les pp. 343 et 382 et surtout la note 1 de la p. 342.

⁵⁾ Voir les pp. 345 et 383 et surtout les notes 1 de la p. 345 et 3 de la p. 382.

⁶⁾ Voir la p. 341.

aux distances focales et l'on pourra négliger l'aberration de l'oculaire qui est proportionnelle à l'angle FQF_2 par rapport à celle de l'objectif qui est proportionnelle à F_1QF .

Ce qui précède donne encore lieu à une remarque. L'étendue de la section du faisceau de rayons, qui a traversé l'objectif, par un plan perpendiculaire à l'axe, dépendra de la position de ce plan. Si le plan passe par le foyer F , la section devient le cercle d'aberration introduit par Huygens dans le texte de la Dioptrique; mais l'Appendice IV ⁷⁾ montre que Huygens lui-même a très bien compris que ce cercle ne représente pas la section la plus petite du faisceau. D'une manière très ingénieuse il a su déterminer dans cet Appendice le lieu du plus fort rétrécissement, qui se trouve dans un plan P , passant par un certain point A situé entre F et F_1 de telle manière qu'on a $F_1A = \frac{1}{4}FF_1$. La section du faisceau par ce plan P est ce qu'on appelle souvent „cercle d'aberration” dans les traités modernes, son rayon est le quart de celui du cercle d'aberration introduit par Huygens dans la Dioptrique ⁸⁾.

Il est presque inutile de dire que par la considération de ce dernier cercle Huygens a exagéré l'influence de l'aberration sphérique sur la netteté des images. Si l'on veut projeter sur un écran l'image formée par la lentille objective on placera l'écran non pas en F mais au point A , et en regardant par la lunette un objet éloigné, on pourra faire coïncider avec ce point le plan qui est conjugué avec la rétine. Cependant on voit facilement que cette circonstance n'apporte aucun changement à la solution du problème traité par Huygens dans la Prop. XI, puis-

⁷⁾ Voir la p. 390.

⁸⁾ Il est remarquable qu'on retrouve la détermination du „cercle d'aberration” minimum dans les „Lectiones Opticæ, Annis MDCLXIX, MDCLXX & MDCLXXI in Scholis publicis habitæ, & ex MSS. editæ. Londini: An. 1729” de Newton; voir les Coroll. IV en V de la Prop. XXXI de la „Pars Prima. Sectio Quarta”. Le résultat est identique à celui que Huygens a obtenu, et les méthodes de déduction, quoique différentes dans la forme, montrent au fond une grande ressemblance. Cela peut être une conséquence de ce que la route à suivre ne pouvait pas beaucoup varier. En tout cas il est difficile d'admettre qu'il y ait eu des relations, même indirectes, entre Huygens et Newton avant 1672 (voir la lettre d'Oldenburg à Huygens du 11 janvier 1672, p. 124 du T. VII) et il est certain que l'Appendice IV, d'après la place qu'il occupe dans le Manuscrit C, doit dater d'environ 1665. Newton se borne au cas d'une lentille planconvexe, puisqu'il ne traite pas de l'aberration sphérique dans le cas général, mais cela importe peu pour la démonstration qui ne dépend que de la proportionnalité de l'aberration longitudinale au carré de la distance du rayon incident à l'axe.

que les rayons des cercles d'aberration, qui correspondent aux deux conceptions différentes, sont proportionnels entre eux.

Remarquons enfin que dans le texte de la Dioptrique le problème de déterminer l'ouverture de l'objectif et la distance focale de l'oculaire pour une lunette de longueur donnée, ces grandeurs étant connues pour une lunette étalon, n'est résolu que dans le cas où les deux objectifs sont de la même espèce, mais que dans l'Appendice III, aux p. 385—386, Huygens a indiqué la solution pour le cas plus général où ils sont d'espèces différentes.

Historique des sujets traités dans cette deuxième Partie de la Dioptrique.

Même si l'on se rapporte comme point de repère à l'année 1703 de la publication de la Dioptrique, comme œuvre posthume, trente huit ans après la rédaction de la deuxième Partie de cet ouvrage, le terrain occupé aujourd'hui par la théorie de l'aberration sphérique des lentilles et par ses applications était encore presque entièrement en friches.

Naturellement l'existence de l'aberration sphérique n'était pas inconnue aux contemporains ni même à des prédécesseurs¹⁾ de Huygens; mais ce n'est que très rarement qu'on rencontre chez eux des calculs sur la grandeur de cette aberration et même alors ils se bornent aux cas les plus simples, c'est-à-dire, à ceux d'une lentille planconvexe recevant un faisceau de rayons parallèles à l'axe sur sa surface plane ou convexe et d'une lentille biconvexe symétrique. Nous n'avons à citer à ce propos que les travaux de Newton, Picard, Molyneux et Hartsoeker.

Newton ne traite²⁾ que le cas le plus simple de tous, celui d'une lentille planconvexe tournant son côté plan vers les rayons, mais il le fait d'une façon magistrale. Il trouve d'abord la valeur de l'aberration longitudinale sous la forme d'une série dont le premier terme $\frac{n^2 e}{n-1}$ (n indice de réfraction, e épaisseur de la

¹⁾ On peut même remonter à ce propos jusqu'à Maurolyce chez qui l'on trouve, dans un ouvrage écrit vers 1553, le théorème suivant: „Parallelorum radiorum intra perspicuum orbem à centro inæqualiter distantium, remotior cum axe sibi parallelo propius sphaeræ concurret, quàm reliquus”. Voir le Théor. XVIII du Liv. I de l'ouvrage: „R. D. Francisci Maurolyci Abbatis Messanensis mathematici celeberrimi Theoremata de Lumine et Umbra, ad perspectivam & radiorum incidentiam facientia. Diaphanorum Partes seu Libri tres. Lugduni apud Ludovicum Hurillion. MDCXIII, p. 48.

²⁾ Voir la Prop. XXXI que nous venons de citer dans la note 8 de la p. LXXI.

lentille) coïncide pour $n = \frac{3}{2}$ avec la valeur approximative trouvée par Huygens³⁾. De cette manière, introduisant le rayon y de l'ouverture, le rayon de courbure R de la surface convexe, et la distance focale $f = R : (n - 1)$, on est conduit pour le rayon du cercle d'aberration dans le plan focal, comme première approximation, à l'expression $\frac{y}{f} \times \frac{n^2 y^2}{2(n-1)R}$, qui peut s'écrire $\frac{n^2 y^3}{2R^2}$; donc, puisque Newton détermine le rayon du cercle minimum, qui est un quart de celui du cercle dans le plan focal, il aurait dû trouver $\frac{n^2 y^3}{8R^2}$ pour ce rayon-là, et ce n'est que par une inadvertance, signalée par les éditeurs des „Lectiones”, qu'il arrive à l'expression $\frac{ny^3}{8R^2}$ ⁴⁾.

Quant à Picard, dans la seconde Proposition de ses „Fragments de Dioptrique”, (Mémoires de l'Académie Royale des sciences, depuis 1666 jusqu'à 1699. T. VII, Première Partie, Paris MDCCXXIX, p. 338—339) il a réussi à déduire, par une méthode qui ressemble beaucoup à celle de Huygens, l'expression $\frac{7}{6}e$ pour l'aberration sphérique longitudinale d'une lentille planconvexe recevant les rayons sur sa surface convexe⁵⁾. Il considère aussi l'aberration d'un rayon parallèle à l'axe, qui rencontre la lentille dans un point éloigné du bord, c'est-à-dire qu'il détermine l'influence de ce que nous avons appelé l'épaisseur supplémentaire⁶⁾; mais il le fait seulement pour le cas spécial de la lentille planconvexe, où le problème est très facile.

Chez Molyneux⁷⁾ on ne rencontre, pour chacun des trois cas prémentionnés,

³⁾ Voir la p. 285 du présent Tome.

⁴⁾ Newton ne semble jamais avoir remarqué cette erreur, puisqu'on la retrouve dans ses „Opticks” de 1704; voir la p. 79 de l'édition latine de 1706, qui porte le titre: „Optice: sive de Reflexionibus, Refractionibus & Coloribus Lucis Libri tres, Londini, Sam. Smith & Benj. Walford”, Liv. I, Part. I, Prop. VII. Dans cet ouvrage la même expression erronée pour le rayon du cercle d'aberration minimum est donnée sans démonstration et employée dans des calculs numériques. Ajoutons que l'erreur provient de ce que, ayant besoin de la distance focale, Newton l'emprunte à une formule qui, en vérité, représente la distance du foyer au centre de la surface convexe; ce qui revient à poser $f = nR : (n - 1)$ dans l'expression dont nous venons de faire usage dans le texte.

⁵⁾ Comparez la p. 287.

⁶⁾ Voir la p. LIII de cet Avertissement.

⁷⁾ Voir les p. 23—25 de la „Dioptrica nova” de 1692.

que le calcul numérique d'un seul exemple. Par ce calcul il détermine la route d'un rayon se trouvant initialement à une distance donnée de l'axe, qui est la même pour les trois cas. Molyneux en tire la conclusion que la „profondeur du foyer” est la plus petite dans le cas d'une lentille planconvexe recevant les rayons sur sa surface convexe et qu'il faut donc tourner cette surface vers l'objet. Hartsoeker¹⁾, enfin, arrive à la même conclusion, après quoi il écrit: „Cependant comme il est constant par une infinité d'expériences, que les verres planconvexes, font parfaitement le même effet, sans qu'on y puisse appercevoir la moindre différence, soit que leur côté plat ou convexe soit tourné vers l'objet ²⁾); il me semble avec beaucoup de raison qu'il seroit bien inutile de vouloir donner quelque autre figure aux verres de lunettes, que la sphérique: car la différence qu'il y a entre le parfait concours des rayons qui passent au travers d'un verre planconvexe, lorsque son côté plat est tourné vers l'objet, & le parfait concours de ceux qui passent au travers de ce verre, lorsque son côté convexe est tourné vers l'objet, est si considérable, qu'il est impossible de pouvoir arriver encore par dessus cela à une différence aussi considérable, quoiqu'il y eût une figure qui ramassât les rayons parallèles à un point mathématique, pour ainsi dire”.

En 1738 parut l'excellent et volumineux ouvrage de Robert Smith auquel nous avons déjà emprunté la belle formule de Cotes pour le grossissement d'un système de lentilles³⁾, formule qui marquait un pas en avant sur les recherches de Huygens dans cette direction. Cet ouvrage⁴⁾ est en grande partie une compilation des travaux de Huygens et de Newton, cités fréquemment par Smith et auxquels il emprunte souvent des pages entières; mais cette compilation est faite avec beaucoup d'intelligence et de bon goût, et sur le terrain, dont il s'agit à présent, nous avons à constater un progrès important, dû cette fois à Smith lui-même.

Nous avons vu⁵⁾ que Huygens ne s'est pas contenté de calculer comme première approximation l'aberration „hors du foyer”, mais qu'il s'est efforcé de déterminer

¹⁾ Voir la p. 121 de l'„Essay de Dioptrique” de 1694; ouvrage cité dans la note 5 de la p. 708 du T. X.

²⁾ Comparez la p. 565 du présent Tome, où l'on verra que Huygens s'est servi du même artifice, appliqué à l'objectif d'un de ses microscopes, pour s'assurer que l'aberration sphérique pourrait être encore augmentée sans devenir nuisible. La cause du fait constaté par Hartsoeker doit naturellement être cherchée dans le rôle prépondérant de l'aberration chromatique dans les lunettes.

³⁾ Voir la p. XLIV de cet Avertissement.

⁴⁾ Voir pour le titre la note 2 de la p. XLIV.

⁵⁾ Voir les p. LXIII—LXIV.

également l'aberration d'un faisceau correspondant à un point quelconque de l'axe. Nous savons que cette détermination ne lui a réussi que dans le cas d'une seule surface réfringente et dans quelques cas particuliers relatifs à une lentille entière. Huygens avait utilisé ces résultats dans son invention de 1669 d'un objectif double, compensé pour l'aberration sphérique; mais ayant perdu confiance dans la valeur de cette invention⁶⁾ il n'en avait pas fait mention dans la Dioptrique et n'avait rien publié non plus sur les recherches dont nous venons de parler.

Or, chez Robert Smith on trouve la solution complète, pour une lentille entière, du problème en question⁷⁾. Voici comment Smith procède. Soit d la distance d'un point lumineux P à une surface sphérique concave⁸⁾, décrite avec le rayon de courbure R_1 , Q l'image de P après la réfraction par cette surface et Q_1 le point où, après cette réfraction, le prolongement du rayon extrême rencontre l'axe; de sorte que QQ_1 représente l'aberration longitudinale du faisceau, partant de P , telle qu'elle résulte de cette première réfraction; soit en outre O le point où l'axe coupe la surface prémentionnée, I celui où le rayon extrême rencontre cette surface, X la projection de I sur l'axe et n l'indice de réfraction. Par une méthode qui ne diffère pas essentiellement de celle de Huygens⁹⁾ (qui lui était inconnue), Smith trouve pour QQ_1 l'expression suivante

$$16) \quad QQ_1 = \frac{(d-R_1)^2 (n-1)^2}{[(n-1)d+R_1]^2} \times \frac{d-(n+1)R_1}{n(n-1)d} \times XO^{10)},$$

ou bien, pour $n = \frac{3}{2}$,

$$(17) \quad QQ_1 = \frac{(d-R_1)^2}{(d+2R_1)^2} \times \frac{4d-10R_1}{3d} \times XO.$$

⁶⁾ Voir la p. LXV.

⁷⁾ Voir, aux p. 254—256 de l'ouvrage de Smith, au Liv. II, Chap. XIII, la Prop. II „Having the focus of homogeneous rays incident upon any lens, it is proposed to find the aberrations of the refracted rays”. Remarquons que Smith appelle „foyer” le point de concours des rayons d'un faisceau quelconque, divergent ou convergent.

⁸⁾ Smith suppose dans ces calculs que le point P , auquel les rayons incidents correspondent, est situé devant la lentille et que les deux surfaces de cette lentille tournent leur concavité vers ces rayons; mais il fait remarquer expressément que pour appliquer les formules à d'autres cas, il suffit de changer convenablement les signes des grandeurs d , R_1 , R_2 , qui s'y présentent.

⁹⁾ Voir les pp. 392—394 du présent Tome.

¹⁰⁾ Dans cette formule et dans les suivantes il faut supposer, afin de les rendre applicables à tous les cas qui peuvent se présenter, que les segments (comme QQ_1 et XO) sont considérés

Afin de montrer la conformité de cette formule (17) avec celle de Huygens, qu'on trouve en haut de la p. 394, il faudra commencer par changer dans la formule (17) les signes de d et de R_1 pour l'adapter au cas, traité par Huygens, d'une surface convexe sur laquelle tombe un faisceau convergent; opération qui la laisse inaltérée. Si ensuite on remplace dans la formule de Huygens les notations par celles que nous avons employées ici, elle prend la forme:

$$QQ_1 = \frac{\frac{4}{3}d^2 - 6dR_1 + 8R_1^2 - \frac{10}{3}\frac{R_1^3}{d}}{d^2 + 4dR_1 + 4R_1^2} \times XO,$$

sous laquelle son identité avec celle de Smith est facile à constater.

Après avoir obtenu la formule (16), Smith considère l'effet de la réfraction par la seconde surface qui termine la lentille et qu'il suppose convexe. Soient donc S et S_1 les images de Q et de Q_1 par rapport à cette surface, S_2 le point où le rayon extrême PI (ou son prolongement) coupe l'axe après les réfractions qu'il a subies aux deux surfaces de la lentille; alors $SS_2 = SS_1 + S_1S_2$ représente l'aberration longitudinale de la lentille entière. Pour la déterminer il suffit de connaître SS_1 et S_1S_2 . Or, SS_1 n'est autre chose que le déplacement de l'image, correspondant au déplacement QQ_1 du point Q , et, comme première approximation, on trouve donc facilement:

$$SS_1 = \frac{6R_2^2}{(3R_2 - q)^2} \times QQ_1,$$

où R_2 représente le rayon de courbure de la seconde surface réfringente et q la distance de Q au point O' auquel cette surface est coupée par l'axe, ou bien, ce qui revient au même, ayant égard à l'ordre de grandeur des lignes dont nous nous occupons, la distance QO . Si l'on substitue ensuite, afin d'introduire la distance $PO = d$, à q la valeur $3dR_1 : (d + 2R_1)^1$ et à QQ_1 l'expression (17), on obtient:

$$(18) \quad SS_1 = \frac{R_2^2 (d - R_1)^2}{[R_1 - R_2] d - 2R_1 R_2]^2} \times \frac{8d - 20R_1}{9d} \times XO.$$

Quant à S_1S_2 , cette longueur représente évidemment l'aberration longitudinale

comme positifs lorsque la direction indiquée par l'ordre des lettres est la même que celle des rayons incidents, et comme négatifs dans le cas contraire.

¹⁾ Voir la Prop. XII, p. 41.

du rayon extrême par rapport à la seconde surface, pourvu qu'on considère ce rayon comme émanant du point Q_1 . Soit donc I' le point où ce rayon coupe la seconde surface, X' la projection de ce point sur l'axe, on aura alors la valeur de $S_1 S_2$ en remplaçant dans la formule (16), d par q , R_1 par R_2 , n par n^{-1} , XO par $X'O'$. Cela nous donne:

$$S_1 S_2 = \frac{(q - R_2)^2 (n - 1)^2}{[(n - 1)q - nR_2]^2} \times \frac{n[(n + 1)R_2 - nq]}{(n - 1)q} \times X'O',$$

ou bien, pour $n = \frac{3}{2}$:

$$S_1 S_2 = \frac{(q - R_2)^2}{(q - 3R_2)^2} \times \frac{15R_2 - 9q}{2q} \times X'O'$$

ou enfin, par l'introduction de d au lieu de q :

$$(19) \quad S_1 S_2 = \frac{[(3R_1 - R_2)d - 2R_1 R_2]^2}{[(R_1 - R_2)d - 2R_1 R_2]^2} \times \frac{(5R_2 - 9R_1)d + 10R_1 R_2}{18R_1 d} \times X'O'.$$

Il s'agit maintenant d'additionner les expressions (18) et (19); mais auparavant introduisons, à l'exemple de Huygens et de Smith, l'épaisseur mathématique de la lentille $e = X'O' - XO = \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$, où $h = IX = I'X'$. On

a alors $XO = \frac{R_2}{R_1 R_2 - R_2} e$, $X'O' = \frac{R_1}{R_1 R_2 - R_2} e$ et l'addition amène, après quelques réductions, l'expression:

$$SS_2 = \frac{(-27R_1^2 + 6R_1 R_2 - 7R_2^2)d^2 + (66R_1 + 14R_2)R_1 R_2 d - 52R_1^2 R_2^2}{6[(R_1 - R_2)d - 2R_1 R_2]^2} \times e.$$

Pour adapter cette formule au cas d'une lentille biconvexe on doit changer le signe de R_1 . Si ensuite nous l'écrivons sous la forme:

$$(20) \quad S_2 S = \frac{(27R_1^2 + 6R_1 R_2 + 7R_2^2)d^2 - (66R_1 - 14R_2)R_1 R_2 d + 52R_1^2 R_2^2}{6[(R_1 + R_2)d - 2R_1 R_2]^2} \times e,$$

de sorte que l'aberration d'un faisceau de rayons parallèles à l'axe soit représentée par une grandeur positive, il est facile de constater l'identité de cette expression avec celle du bas de la p. 397, que nous avons empruntée à l'ouvrage moderne de J. P. C. Southall et dans laquelle on doit remplacer a par R_1 et n par R_2 .

Nous voulons ajouter encore que la manière dont la formule (20) est déduite par Smith permet de déterminer facilement, d'une autre façon que nous ne l'avons fait plus haut ¹⁾, les conditions dans lesquelles l'épaisseur supplémentaire est négligeable. Évidemment cette épaisseur doit rester petite par rapport aux rayons de courbure des surfaces de la lentille et aux distances de l'objet et de son image à ces surfaces, mais cette condition est-elle suffisante pour pouvoir négliger le terme qu'elle introduit dans l'expression pour l'aberration sphérique, vis-à-vis de celui provenant de l'épaisseur mathématique qui est elle-même une petite grandeur?

Or, en suivant pas à pas les calculs de Smith on voit facilement que si cette première condition est satisfaite et si, de plus, l'ouverture de la lentille est suffisamment limitée pour qu'on puisse considérer comme petite l'inclinaison des rayons sur l'axe, on pourra se servir de la formule (20) dans tous les cas où il est permis de considérer comme égales les lignes IX et $I'X'$ que nous avons représentées toutes les deux par h . Cela exige donc que $IX - I'X'$ soit négligeable par rapport à h , mais si nous appelons α l'angle sous lequel, à l'intérieur de la lentille, le rayon extrême II' s'approche de l'axe et e' l'épaisseur au bord de lentille, on aura $IX - I'X' = e'\alpha$, où $\alpha = h : OQ_1$, puisque OQ_1 représente la distance de la lentille au point Q_1 , où le prolongement de II' rencontre l'axe. On en déduit :

$$\frac{IX - I'X'}{h} = \frac{e'}{OQ_1},$$

d'où il résulte (parce que l'épaisseur e' au bord est égale à l'épaisseur supplémentaire dans le cas d'une lentille convexe et à la somme de cette épaisseur et de l'épaisseur mathématique dans le cas d'une lentille concave), que, dans les conditions formulées plus haut, l'épaisseur supplémentaire peut même surpasser considérablement l'épaisseur mathématique sans que la formule (20) soit infirmée.

Avec cette formule (20) un certain point culminant dans le développement de la théorie de l'aberration sphérique est atteint. En effet, cette formule résume les résultats de cette théorie pour autant qu'elle se rapporte à la première

¹⁾ Voir les p. LIII—LV de cet Avertissement.

approximation et au cas d'une seule lentille. Bientôt les recherches plus générales d'Euler et d'Alembert feront dépasser ce point; mais il ne nous semble pas nécessaire de poursuivre aussi loin notre historique, puisque dans la Dioptrique de Huygens on ne trouve rien qui se rattache à ces recherches plus modernes, si on en excepte les calculs, dont nous avons déjà parlé²⁾, sur la manière de compenser l'aberration d'une lentille par celle d'une autre.

Toutefois nous ne pouvons pas passer sous silence la partie de l'œuvre d'Euler où celui-ci critique une des conclusions auxquelles Huygens avait été conduit.

Il s'agit des considérations d'Euler sur la théorie de la lunette keplérienne³⁾. Nous en mentionnerons le résultat principal en nous bornant au cas où l'objet se trouve à distance infinie et où les rayons redeviennent parallèles après leur passage par l'instrument. Nous supposerons de plus que les deux lentilles sont composées de la même espèce de verre.

Après avoir remarqué que, dans ces circonstances, il est impossible de s'affranchir de l'aberration chromatique, Euler écrit: „Il importe d'autant plus de rendre insensible” [dans l'image] „la confusion de la première espèce” [celle qui est causée par l'aberration sphérique], „c'est-à-dire de faire en sorte que le rayon du cercle provenant de cette confusion” [le cercle d'aberration] „ne surpasse pas certaine limite”⁴⁾. Dans les notations d'Euler cette limite est désignée par $\frac{1}{4}k^{-3}$, où il s'agit de la valeur *angulaire* du rayon en question⁵⁾.

²⁾ Voir les p. LIX—LXVI.

³⁾ Voir les p. 191—224 du Tome II de la Dioptrique d'Euler, ouvrage qui a paru de 1769 à 1771 sous les titres: „Dioptricæ pars prima continens librum primum, de explicatione principiorum, ex quibus constructio tam telescopiorum quam microscopiorum est petenda. Auctore Leonhardo Eulero Acad. Scient. Borussiæ Directore vicennali et Socio Acad. Petrop. Parisin. et Lond. Petropoli. Impensis Academiae Imperialis scientiarum. 1769.

Dioptricæ pars secunda, continens librum secundum, de constructione telescopiorum dioptricum cum Appendice de constructione telescopiorum catoptrico-dioptricum. Auctore etc. 1770.

Dioptricæ pars tertia, continens librum tertium, de constructione microscopiorum tam simplicium, quam compositorum. Auctore, etc. 1771”.

⁴⁾ „Eo magis autem in id est incumbendum, ut confusio primæ speciei ab apertura pendens insensibilis reddatur, seu ut semidiameter huius confusionis certum quandam limitem, quem littera k indicavimus, non superet” (p. 193 du T. II de la Dioptrique d'Euler).

⁵⁾ „Ne igitur hæc confusio fiat intolerabilis, necesse est, ut semidiameter confusionis infra certum limitem subsistat; pro quo limite supra hanc formulam constituimus $\frac{1}{4}k^{-3}$ existente $k = 40$ vel $k = 30$ circiter” (p. 31 du T. II).

D'après ses calculs la condition, pour que la limite ne soit pas dépassée, peut être exprimée par l'inégalité:

$$\frac{1}{4} m \mu x^3 p^{-3} (\lambda + \lambda' m^{-1}) \leq \frac{1}{4} k^{-3},$$

ou bien:

$$(21) \quad p \geq kx \sqrt[3]{\mu(\lambda m + \lambda')},$$

dans laquelle x représente le demi-diamètre de l'ouverture de l'objectif, p la distance focale de cette lentille, m le grossissement de la lunette, et μ un facteur qui dépend de l'indice de réfraction n^1). Le nombre λ se rapporte à l'objectif; c'est une fonction de l'indice de réfraction et du rapport entre les rayons de courbure des surfaces antérieure et postérieure. Si la lentille a la forme qui présente le minimum d'aberration sphérique pour des valeurs données de x et de p , on a $\lambda = 1$; pour d'autres formes λ est plus ou moins supérieur à l'unité. Le nombre λ' est pour l'oculaire ce que λ est pour l'objectif.

Euler introduit encore une grandeur y qu'il considère comme la mesure de la clarté et qui n'est autre chose que le demi-diamètre du cylindre lumineux qui entre dans l'œil; ce cylindre étant supposé ne remplir qu'une partie de la pupille²). On peut dire aussi que y représente le rayon de la pupille de sortie de la lunette et on a donc la relation:

$$(22) \quad x = my,$$

en vertu de laquelle l'inégalité (21) peut être mise sous la forme:

$$p \geq kym \sqrt[3]{\mu(\lambda m + \lambda')}.$$

Dans le cas d'un grossissement un peu considérable, on peut négliger le terme λ' vis-à-vis de λm , parce que λ et λ' sont du même ordre de grandeur. La plus petite distance focale, compatible avec la condition prémentionnée, est donc donnée par:

$$(23) \quad p = ky \sqrt[3]{\mu \lambda m^4}.$$

¹) On a $\mu = \frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)}$.

²) Huygens aussi, dans ses considérations sur la clarté des lunettes (voir p. e. les pp. 335, 347, 481 et 493), suppose toujours que cette condition soit remplie, quoiqu'il ne la formule pas explicitement.

Après avoir obtenu ces formules, Euler continue ainsi ⁴⁾ : „De ce résultat il s'enfuit immédiatement que, si l'on désire un grossissement plus fort, la distance focale de l'objectif doit être augmentée, .. et cela non pas proportionnellement à la première puissance de m , mais presque proportionnellement à $m^{4/3}$ ” et un peu plus loin il dit ⁵⁾ : „Nous voyons aussi que pour obtenir un plus haut degré de clarté, il faut augmenter la longueur p , ce qui est également utile quand on désire une plus grande netteté de l'image, parce qu'il faut alors donner une plus grande valeur au nombre k ”.

Après avoir exposé ces résultats, Euler parle dans les termes suivants des recherches de Huygens sur le même sujet ⁶⁾ : „Se basant en partie sur une théorie assez incomplète, et en partie sur des expériences, Huygens a trouvé que la distance focale de la lentille objective doit être proportionnelle au carré du grossissement ⁷⁾. Je suis si loin de vouloir faire objection à cette règle que je la considère même comme pratiquement utile, surtout pour le temps de Huygens. En effet, notre détermination est fondée sur la supposition qu'on puisse donner aux surfaces des lentilles une forme exactement sphérique. Si l'ouvrier peut y réussir, il n'y a aucun doute que notre formule ne soit conforme à la vérité et il semble qu'il

⁴⁾ „Hinc ergo statim apparet, quo maior requiratur multiplicatio, eo maiorem esse debere lentis objectivæ distantiam focalem ideoque etiam longitudinem telescopii neque id in ratione simplici, sed fere in ratione sesquitriplicata multiplicationis, scilicet ut $m^{4/3}$ ” (p. 193 du Tome II).

⁵⁾ „Hinc etiam intelligimus, quo maior gradus claritatis γ desideretur, eo magis quantitatem p augeri debere quod etiam usu venit, si maior distinctio requiratur, quia tum litteræ k maior valor tribui deberet” (p. 194 du Tome II).

⁶⁾ „Hugenius partim theoriæ satis incompletæ partim experimentis innixus distantiam focalem lentis objectivæ quadrato multiplicationis proportionalem statuit, cui tantum abest, ut adversari velim, ut potius in praxi eius præsertim temporis assentiar, nostra enim determinatio, innititur huic rationi quod facies lentium ad figuram sphæricam perfecte sint formatæ quam si artifex exacte efficere posset, nullum est dubium, quin nostra formula veritati sit consentanea, quo dquidem nunc summorum artificium industriæ concedendum videtur; sed quando figura lentium a sphærica figura tantillum aberrat, notum est, vitium eo magis esse sensibile, quo maior fuerit distantia focalis lentis, cui propterea aliter occurri nequit, nisi distantiam focalem maiorem reddendo, quam secundum nostram regulam. Num autem præcise ratio duplicata inde exsurgat, neutiquam affirmare licet, sed prout quæque lens feliciori successu fuerit elaborata eo minor distantia focalis sufficit eidem multiplicationi producendæ, seu potius eadem lens maiori multiplicationi producendæ erit apta, quod etsi perpetuo est observandum, tamen hic assumo, lentibus non solum sphæricas figuras, sed etiam secundum datos radios tribui posse” (p. 195 du Tome II).

⁷⁾ Cette règle, fondée, comme nous le verrons, sur la considération de l'aberration chromatique, ne fut pas donnée explicitement par Huygens, mais elle suit immédiatement des règles formulées aux pp. 487—489 et 495 du présent Tome, comme aussi du Tableau qu'on trouve aux p. 497—499.

en soit bien ainsi maintenant grâce aux efforts des grands maîtres dans cet art. Si, au contraire, la figure des lentilles s'écarte tant soit peu de la forme sphérique, il est connu que ce défaut se fait sentir d'autant plus que la distance focale est plus grande. La seule manière d'obvier à ce défaut sera donc de donner à la distance focale une longueur plus grande que celle qui correspond à notre règle. On ne saurait affirmer qu'il en résultera précisément la proportionnalité au carré du grossissement, mais on peut dire qu'à mesure qu'on réussira mieux à former chaque lentille, le même grossissement pourra être obtenu avec une distance focale plus petite, ou plutôt que la même lentille pourra servir à produire un plus fort grossissement. Bien qu'il faille toujours faire attention à cela, je suppose ici qu'on puisse donner aux surfaces des lentilles, non seulement des formes sphériques, mais aussi les rayons de courbure prescrits".

Ces phrases ne rendent aucunement justice aux recherches de Huygens, dont évidemment Euler a pris connaissance d'une manière très superficielle. En effet, comme nous l'avons déjà dit ¹⁾, Huygens a déterminé deux fois des règles pour la longueur et l'ouverture des lunettes, d'abord en considérant seulement l'aberration sphérique ²⁾, et plus tard en ne faisant intervenir que l'aberration chromatique ³⁾. Or, c'est la *deuxième* forme de ces règles à laquelle Euler fait allusion; c'est d'ailleurs la seule qu'il ait pu trouver dans l'édition de la Dioptrique publiée par de Volder et Fullenius; la première ayant été supprimée par Huygens du manuscrit de sa Dioptrique dont ces savants se sont servis. Euler aurait donc pu voir que, dans le passage qu'il avait sous les yeux, Huygens, en considérant l'aberration chromatique, avait résolu un problème entièrement différent de celui qu'il venait de traiter lui-même. Il aurait pu savoir aussi que pour l'espèce de lunettes qu'il étudiait à l'endroit cité et qui était la même que celle que Huygens avait eue en vue, ce n'est pas l'aberration sphérique, mais l'aberration chromatique, dont il importe avant tout de diminuer les effets, comme Huygens l'avait parfaitement reconnu.

En vérité, le résultat d'Euler s'accorde entièrement avec les *premières* règles de Huygens. Pour le faire voir, nous remarquerons ce qui suit:

1°. La manière dont Huygens entend la condition que, dans le cas de deux lunettes, la vision soit également distincte ⁴⁾, revient à l'égalité, pour les deux instruments, de la grandeur k introduite par Euler.

¹⁾ Voir la p. XI de cet Avertissement.

²⁾ Voir, au présent Tome, les p. 339—353 des „Rejecta ex dioptriciis nostris”.

2°. Pareillement, la condition que la clarté soit la même, s'exprime par l'égalité des valeurs de y ; car, en vertu de la relation (22), cette égalité amène la proportionnalité du demi-diamètre de l'ouverture au grossissement, ce qui est précisément la condition formulée par Huygens ⁵⁾.

3°. Un des points sur lesquels Huygens insiste, c'est que l'aberration sphérique de l'oculaire a beaucoup moins d'effet que celle de l'objectif ⁶⁾. Cela se montre dans les formules d'Euler par les valeurs relatives des termes λm et λ' . La formule (23) correspond à la simplification que Huygens obtient en négligeant l'aberration sphérique de l'oculaire.

4°. Pour simplifier la comparaison de deux lunettes on peut supposer que λ ait la même valeur pour l'une et pour l'autre. Comme cette valeur dépend du rapport qui existe entre les deux rayons de courbure, cela revient à supposer avec Huygens ⁷⁾ que les objectifs sont des lentilles „de la même espèce”.

5°. La formule (23) montre immédiatement que pour des valeurs données de k , y , λ et μ la distance focale p de l'objectif sera proportionnelle à $m^{\frac{4}{3}}$. En combinant ce résultat avec la relation (22) et la formule $m = p : p'$, où p' désigne la distance focale de l'oculaire, on voit que p sera proportionnel à $x^{\frac{4}{3}}$ et p' à $x^{\frac{1}{3}}$ ou bien à $p^{\frac{1}{4}}$. On retrouve ainsi les deux règles énoncées par Huygens ⁸⁾ dans les „Rejēcta ex dioptriciis nostris”.

TROISIÈME PARTIE: DES TÉLESCOPES ET DES MICROSCOPES. 1685—1692.

CHAP. I. DES TÉLESCOPES.

Préface et considérations sur le grossissement et le champ de vision des lunettes à deux lentilles.

Le traité „des télescopes”, que nous allons analyser maintenant, est précédé d'une préface qu'on peut dater avec certitude ⁹⁾ de 1685, et il est probable

³⁾ Voir les p. 487—499 du présent Tome.

⁴⁾ Voir, au présent Tome, le troisième alinéa de la p. 345 des „Rejēcta”.

⁵⁾ Voir la p. 347 en haut.

⁶⁾ Voir la p. 341.

⁷⁾ Voir le dernier alinéa de la p. 343 et pour la définition de l'expression „de même espèce” la p. 315.

⁸⁾ Voir les pp. 343 et 349.

⁹⁾ Voir la note 2 de la p. 435 du présent Tome. Dans les Appendices I et II, p. 586—590, on

que le traité lui-même fut composé, ou du moins reçut sa forme définitive, en grande partie pendant cette même année ¹⁾.

Dans cette préface Huygens s'occupe d'abord de l'invention du télescope dont il attribue la priorité à Lipperfheim ou à Zacharias Janssen ²⁾. À cette occasion il se réfère à un document, dont il a pu prendre connaissance et qui réfute définitivement les promoteurs de Jacob Metius ³⁾. Toutefois il insiste sur les droits de Porta à une invention préalable, qui n'était qu'un „rude commencement” et qui ne portait pas de fruits ⁴⁾.

Ensuite Huygens expose les services immenses rendus par le télescope à la science de l'astronomie, et il exprime l'espoir que son invention des lunettes sans tube, en permettant d'arriver à des grossissements beaucoup plus forts, nous révélera bientôt „d'autres spectacles nouveaux et nombreux” ⁵⁾.

Passant alors à la considération „des causes et des propriétés de cet œil factice”, il déduit dans la Prop. I (p. 443—451) pour le cas de la lunette hollandaise la formule bien connue du grossissement. Dans cette Proposition, et dans la Prop. III (p. 455—461) qui concerne la lunette keplérienne, Huygens ne donne pas moins de trois ou quatre démonstrations différentes de cette formule pour chacun des deux instruments. On pourrait s'étonner d'une telle profusion, mais elle s'explique facilement par le désir de Huygens de montrer, par cet exemple, la supériorité de ses méthodes sur celles de ses prédécesseurs.

En effet, on peut lire dans sa préface : „on n'est pas parvenu jusqu'à ce jour à ce qui est le plus important en cette matière, c'est-à-dire à la connaissance de la nature et de la grandeur du grossissement de l'objet visé, étant données la forme et la position des lentilles. Kepler ne l'a pas enseigné, quoiqu'il soit digne de beaucoup de louanges à cause des explications de phénomènes dioptriques qu'il a données le premier. Descartes ne fut pas plus heureux que lui; en

trouve deux avant-projets de cette préface. Ils doivent dater de la même année.

¹⁾ Voir la note 1 de la p. 434.

²⁾ Voir la p. 437.

³⁾ Nous avons reproduit ce document, d'après la copie prise par Huygens, dans l'Appendice III, p. 591—593.

⁴⁾ Voir les pp. 437, 586, 748, 780 et 840.

⁵⁾ Voir les p. 439—441.

⁶⁾ Consultez encore sur l'historique de ce théorème le dernier alinéa de la p. XLIII de cet Avertissement.

vérité il s'écarta plutôt de la bonne route dans les démonstrations qu'il voulut donner de la nature et de l'effet du télescope". Ces phrases nous font comprendre la satisfaction que Huygens éprouve évidemment en multipliant les démonstrations simples et élégantes d'un théorème si important ⁶⁾; après en avoir achevé la dernière, pour le cas de la lunette hollandaise, il ajoute: „De cette manière Descartes aurait pu établir la théorie du télescope mieux que par la considération de l'intersection des rayons qui a lieu à la surface de la lentille extérieure", et il critique ensuite les idées par trop exagérées de ce philosophe au sujet de la puissance qu'on pourrait donner aux télescopes ⁷⁾.

Dans la première de ses démonstrations, p. 445, Huygens suppose que l'œil se trouve immédiatement derrière la lentille oculaire. Alors, d'après une proposition prouvée dans la première Partie de la Dioptrique ⁸⁾, l'objet est vu sous le même angle que dans le cas où, au lieu de l'oculaire, il y aurait simplement un petit trou; on peut dire que dans ces circonstances la lentille oculaire sert seulement à rendre la vision distincte sans avoir aucune influence sur la grandeur apparente. Cette remarque conduit facilement au théorème que le grossissement est déterminé par le rapport des distances de l'objectif et de l'oculaire au foyer de l'objectif; c'est-à-dire au point où se formerait l'image de l'objet éloigné ⁹⁾ s'il n'y avait pas d'oculaire ¹⁰⁾. Sous cette forme la règle s'applique à tous les cas, quel que soit l'état d'accommodation de l'œil ¹¹⁾, pourvu seulement qu'il se trouve tout près de l'oculaire. Cette restriction n'est pas nécessaire quand on suppose que l'œil est adapté à une distance infinie. Dans cette hypothèse, le point de dispersion de l'oculaire devra coïncider avec le foyer de l'objectif, de sorte que les rayons provenant d'un point de l'objet redeviennent parallèles entre eux après

⁷⁾ Voir la p. 451 du présent Tome.

⁸⁾ Voir la Prop. I, Liv. II, p. 173.

⁹⁾ Dans le traité des télescopes l'objet est toujours supposé se trouver à une distance quasi infinie.

¹⁰⁾ Il s'agit de la lunette hollandaise.

¹¹⁾ C'est ici la seule fois, dans toute cette troisième Partie de la Dioptrique, que Huygens parle d'un observateur myope; dans tout ce qui suit l'œil est supposé adapté à une distance infinie. D'ailleurs la question d'accommoder une lunette à un autre état de l'œil avait été traitée dans la première Partie; voir les p. 245—253.

leur passage à travers l'instrument; mais alors, d'après un théorème démontré dans la première Partie de la Dioptrique ¹⁾, la grandeur apparente de l'objet sera indépendante de la position de l'œil et la règle peut être donnée sous la forme usuelle d'après laquelle le grossissement égale le quotient des distances focales. D'ailleurs, pour trouver cette règle, il suffira alors de considérer la marche d'un rayon incident quelconque, incliné sur l'axe. Pour ce rayon Huygens choisit successivement un de ceux qui atteignent le centre de l'oculaire (p. 447), un autre qui, après avoir passé par le premier foyer de l'objectif, parcourt la lunette parallèlement à l'axe (p. 449) et enfin un rayon qui passe par le centre de l'objectif. C'est ainsi qu'il obtient les trois autres démonstrations.

Dans la Prop. II (p. 451—453) il s'agit du champ de la lunette hollandaise. Huygens suppose qu'on place l'œil tout près de la lentille oculaire concave, ce qui est, en effet, la position dans laquelle l'œil embrasse d'un seul regard le plus grand nombre d'objets. Dans les circonstances ordinaires, l'étendue du champ dépend alors en premier lieu de la grandeur de la pupille de l'œil, étant déterminée par le cône qui a pour base cette pupille et pour sommet le centre de l'objectif. Cependant si la pupille se contracte de plus en plus, ou si l'on place devant elle un trou de plus en plus petit, le champ ne se rétrécira pas indéfiniment; en effet, lorsque la pupille sera réduite à un point, le champ aura toujours une certaine grandeur, déterminée par les rayons passant par le bord de l'objectif (p. 453). Il faut remarquer aussi que Huygens se rend compte de l'affaiblissement graduel de l'intensité lumineuse vers la périphérie du champ et qu'il fait donc distinguer entre la partie centrale uniformément éclairée et l'étendue totale.

Signalons encore une jolie expérience que Huygens décrit ici (p. 453). Elle consiste à regarder au travers de la lunette après s'être trouvé quelque temps dans l'obscurité. On peut remarquer alors que dans les premiers moments l'étendue du champ est plus grande qu'à l'ordinaire, mais qu'elle diminue rapidement par suite de la contraction de la pupille, qui s'était dilatée dans l'obscurité.

¹⁾ Voir la Prop. XIII, Liv. II, p. 233.

²⁾ Comparez le dernier alinéa de la p. LI de cet Avertissement.

Dans la Prop. III (p. 455—461) Huygens passe aux lunettes keplériennes à deux verres convexes. Il y détermine le grossissement d'une manière entièrement analogue à celle qu'il suit dans la Prop. I pour le cas de la lunette hollandaise; mais il s'occupe aussi de l'endroit où se trouve la pupille de sortie et où il faut donc placer la pupille de l'œil si l'on veut que le plus de rayons possibles contribuent à la vision; question à laquelle il s'était déjà beaucoup intéressé en 1653 dans la première Partie de la Dioptrique ²⁾. En effet, dans le cas où la pupille de sortie est plus petite que celle de l'œil, comme il en était dans les télescopes construits par Huygens, on peut dire que lorsque l'œil a la position indiquée, *tous* les rayons qui sont transmis par l'instrument atteignent la rétine. La pupille peut alors se contracter encore plus ou moins sans que la clarté de l'image en souffre (p. 459).

Le champ de la lunette keplérienne est déterminé suivant Huygens, par le cône ayant pour base l'oculaire et pour sommet le centre de l'objectif ³⁾; il est donc, en général, beaucoup plus étendu que celui de la lunette hollandaise; différence sur laquelle Huygens insiste dans sa comparaison des deux espèces de télescopes (p. 459—461). Il faut dire ici qu'on ne trouve nulle part chez Huygens une théorie du champ de vision aussi complète que celle de l'aberration sphérique, par exemple. Il est vrai que, dans sa généralité, le problème est assez compliqué, revenant à la détermination des lignes droites qu'on peut tirer par *trois* plans circulaires, à savoir celui de l'oculaire, celui de la pupille de l'œil et celui de la pupille de sortie. La question se simplifie lorsque le centre du deuxième cercle coïncide avec celui du premier ou du troisième; ce sont là précisément les cas qui se présentent dans la lunette hollandaise et dans la lunette keplérienne, si l'œil a la position que Huygens lui assigne. On obtient aussi une simplification en supposant qu'un des trois cercles est très petit. Dans une annotation de l'année 1686 ⁴⁾ Huygens cherche la position que l'œil, considéré comme un point, doit avoir dans le cas de la keplérienne pour obtenir la plus grande étendue du champ. Cette position ⁵⁾ est plus rapprochée de l'oculaire que la pupille de sortie et même que le second foyer.

³⁾ On sait qu'en appliquant cette règle on trouve pour le champ visuel une étendue intermédiaire entre celle du champ total et celle du champ uniforme.

⁴⁾ Voir le § 10 de l'Appendice VI, p. 611—613 du présent Tome.

⁵⁾ Elle est représentée par le point *a* de la figure de la p. 611.

Lunettes à plus de deux lentilles.

Nous avons vu ¹⁾ que, vers 1653, dans le Traité de la réfraction et des télescopes, qui constitue la première Partie de la Dioptrique, Huygens avait recommandé deux différents systèmes de lunettes à plus de deux lentilles; l'un (Part. I, Liv. III, Prop. III, p. 253—259) pour les observations célestes, l'autre (Part. I, Liv. III, Prop. IV, p. 259—264) pour l'usage terrestre; en outre il avait fait grand cas d'un système où le redressement des images formées par une keplérienne était obtenu à l'aide d'un petit miroir (Part. I, Liv. III, Prop. V, p. 265—269).

De ces trois systèmes il n'a jamais abandonné entièrement le premier dont l'oculaire est connu sous son nom. Jusqu'en 1692, il s'en occupe ²⁾ et dans le projet relatif à l'arrangement des matières dans sa Dioptrique, conçu cette année, il lui réserve une place prédominante ³⁾. Au contraire les deux systèmes terrestres, celui à trois lentilles et images droites, et celui à miroir, sont considérés par lui comme inférieurs au système de Campani à quatre lentilles, dès que, vers 1666 ⁴⁾, l'expérience lui a fait connaître les mérites de ce dernier.

Guidé par ces considérations, Huygens a ajouté au manuscrit de sa Dioptrique une nouvelle proposition (la Prop. V, p. 469—473, de la troisième Partie), concernant les lunettes de Campani; il a conservé la Prop. III de la première Partie, mais il l'a soumise à une révision complète. C'est sous cette nouvelle forme que nous l'avons reproduite comme Prop. IV (p. 461—467) de la troisième Partie.

Cependant, comme nous l'avons indiqué dans les notes ⁵⁾, la nouvelle rédaction est un peu fragmentaire et confuse. Déjà la seconde phrase pourrait donner lieu à un malentendu. On y lit que „l'aberration des rayons qui se dirigent vers l'œil à partir des différents points de l'objet devient beaucoup moindre” [dans l'oculaire à deux lentilles] „que lorsqu'on prend une lentille oculaire unique, donnant le même grossissement”.

¹⁾ Comparez les p. L—LI de cet Avertissement.

²⁾ Voir le § 11 de l'Appendice VI, p. 613—614 du présent Tome.

³⁾ Voir à la p. 774 l'indication: „Télescope de 3 qui renverse et fait voir grand champ”.

⁴⁾ Voir la p. 48 du T. VI.

⁵⁾ Voir les notes 1 et 2 de la p. 466 du présent Tome et la note 7 de la p. 467.

Or, il ne peut pas s'agir ici, comme on le croirait au premier abord, de l'effet nuisible de l'aberration sphérique ou chromatique sur la netteté des images, puisque Huygens savait trop bien que, dans les circonstances ordinaires, l'oculaire n'y contribue que très peu ⁶⁾. Il faut donc que Huygens ait en vue un autre phénomène, dont il ne parle dans sa Dioptrique qu'en passant et qui consiste dans une distorsion des images causée par l'aberration sphérique de l'oculaire. Nous savons, en effet, que, vers 1692, Huygens s'est occupé de ce phénomène et nous reviendrons bientôt sur ce sujet.

Ajoutons encore que, dans la nouvelle rédaction, Huygens a adopté pour les dimensions de son oculaire les relations $f_1 = 4f_2$, $e = 2f_2$, où f_2 représente la distance focale de la lentille qui se trouve du côté de l'œil, f_1 celle de l'autre lentille et e leur distance mutuelle ⁷⁾. Partant de ces relations, il apprend à calculer quelles doivent être les valeurs de f_1 , f_2 et e , si l'on veut obtenir avec une lunette de longueur donnée un grossissement donné, et quel est le lieu précis où l'on doit placer l'oculaire pour que les rayons venant d'un point très éloigné redeviennent parallèles entre eux après leur sortie de la lunette.

Quant aux lunettes „Campanines” à quatre verres, l'inspection des figures 14 et 15 de la p. 469 en fera connaître immédiatement la disposition des lentilles. Huygens préfère ces Campanines à ses propres lunettes terrestres à trois lentilles ⁸⁾, parce que dans celles-ci „les lentilles oculaires, ou tout au moins celle qui est la plus proche de l'œil, doivent être composées de portions plus grandes de surfaces sphériques, par rapport à la distance focale, si l'angle visuel doit être le même dans les deux cas ⁹⁾, d'où il s'ensuit que les objets semblent colorés et que les lignes droites auprès des bords paraissent courbées” (p. 469). Plus loin (p. 473) il ajoute que, toutefois, les Campanines doivent „une grande partie de leur supériorité à l'anneau ou diaphragme”, qu'on introduit entre les deux lentilles qui sont les plus proches de l'œil et dont l'avantage consiste à „donner au champ une limite circulaire nette”, et à faire „disparaître en même temps les couleurs aux bords, couleurs qu'il était impossible d'éviter entièrement avant

⁶⁾ Consultez les pp. LXVIII, LXX et XCI de cet Avertissement.

⁷⁾ Comparez la note 4 de la p. L.

⁸⁾ Celles dont il est question dans la Prop. IV, p. 259—265 du „Traité de la réfraction et des télescopes” de 1653.

⁹⁾ Comparez la note 4 de la p. 468.

cette invention". Or, l'usage d'un tel diaphragme, qui était auparavant inconnu, fut expliqué par lui dans son *Systema Saturnium* ¹⁾).

D'ailleurs les frères Huygens, Constantyn et Christiaan, ont construit des „Campanines" eux-mêmes ²⁾. Une d'elles est conservée à l'Observatoire de Leiden. Nous en avons indiqué les mesures au § 7 de l'Appendice VI, p. 607 ³⁾.

Considérations et calculs de Huygens sur la distorsion des images.

C'est ici la place de parler de la distorsion des images, causée par l'aberration sphérique de l'oculaire, puisque les calculs faits par Huygens à ce sujet se rapportent précisément aux deux systèmes d'oculaires que nous venons de décrire.

Or, quoique Huygens ait eu, vers 1692, l'intention d'exposer dans sa *Dioptrique* ses idées sur la cause de cette distorsion et sur la manière de la déterminer pour un oculaire donné, il n'a pas exécuté ce projet ⁴⁾. Aussi le seul moyen de connaître ces idées, c'est l'examen attentif des deux Pièces qui contiennent les calculs que nous venons de mentionner. Ces Pièces sont reproduites au § 14 de l'Appendice VI (p. 615—617) et dans l'Appendice VII (p. 618—620).

Commençons par donner un aperçu des conceptions de Huygens qui ont dû servir de base à ses calculs. À cet effet nous suivrons, dans son parcours à l'intérieur d'une lunette, le faisceau de rayons qui émane d'un point éloigné, situé à côté de l'axe de la lunette. Ce faisceau, qui, à son entrée dans l'instrument, a la largeur de l'ouverture de l'objectif, se rétrécit ensuite pour se réduire presque à un point dans le plan focal. Après avoir passé ce plan il s'élargit un peu; mais

¹⁾ Voir la note 2 de la p. 473 et comparez encore les notes 2 des pp. 259 et 264 et les pp. 774 et 826.

²⁾ Voir sur une Campanine construite en 1667 par Constantyn Huygens les pp. 151, 152, 158, 170, 205 et 207 du T. VI et sur une autre, probablement celle de l'Observatoire de Leiden, construite par lui en 1683 avec la collaboration de Christiaan Huygens, les pp. 341, 411—417 et 420 du T. VIII.

³⁾ Voir encore sur les Campanines les § 3 et 4 (p. 600—602) et le § 8 (p. 608) de l'Appendice VI.

⁴⁾ Consultez la Pièce de 1692 „De Ordine in Dioptriciis nostris servando" à la p. 771, où l'on lit: „tum de curvatione rectorum apparente"; voir en outre à la p. 616 la phrase entre parenthèses: „hujus causa bene exponenda est". Déjà vers 1653 Huygens avait mentionné (p. 265) la distorsion des images mais il avait ajouté „qu'il est fort difficile de calculer d'une manière satisfaisante cette courbure des lignes droites qu'on voit souvent près des bords des lentilles"; voir encore sur le même sujet les pp. 469 et 821.

cela n'empêche pas qu'il ne frappe qu'une partie très restreinte de la première surface de l'oculaire. Par suite, les rayons qui le composent suivront dans l'oculaire des routes très voisines. L'aberration sphérique de cette lentille aura donc à peu près le même effet sur chacun de ces rayons; elle ne produira pas de diminution appréciable dans la netteté des images, mais une déviation dans la direction des rayons, qui sera à peu près la même pour tous. C'est cette déviation qui cause la distorsion des images. Afin de la calculer, il suffira de considérer un seul rayon du faisceau, pour lequel on peut choisir, comme Huygens le fait dans les deux cas traités par lui, le rayon qui, passant près du premier foyer de l'objectif, se meut parallèlement à l'axe à l'intérieur du tube entre l'objectif et l'oculaire ⁵⁾. Pour ce rayon on peut déterminer en premier lieu l'angle qu'il ferait avec l'axe après sa sortie de l'oculaire, simple ou composé, dans l'hypothèse où il n'y aurait pas d'aberration sphérique, et ensuite l'angle qu'il fait, en réalité, avec l'axe après cette sortie, en tenant compte de l'aberration sphérique. La différence entre ces deux angles constituera ce que Huygens appelle l'angle d'aberration sphérique ⁶⁾. C'est cet angle qu'il emploie pour mesurer la distorsion de l'image ⁷⁾.

Dans la première des deux Pièces que nous venons de citer (§ 14, p. 615), Huygens démontre que la distorsion causée par l'oculaire de Campani à trois lentilles, est égale à celle que produirait une seule de ces lentilles si l'on s'en servait comme lentille oculaire unique. En reproduisant cette Pièce, qui n'est qu'une ébauche, nous avons dû suppléer mainte fois dans les notes aux lacunes du raisonnement. La seconde Pièce (§ 15, p. 618) est encore moins achevée. Elle est si peu explicite que nous avons même hésité sur sa véritable portée lors de sa reproduction dans le texte du présent Tome ⁸⁾. Toutefois un nouvel examen a fait disparaître cette hésitation. Il ne nous semble plus douteux que Huygens y compare, en effet, la distorsion causée par l'oculaire, qui porte son nom, à celle pro-

⁵⁾ Si l'objectif était sans aberration sphérique on devrait faire passer ce rayon par le premier foyer de cette lentille; en le faisant couper l'axe un peu plus près du verre on élimine l'influence de l'aberration de l'objectif.

⁶⁾ On peut consulter sur cet angle la note 1 de la p. 540.

⁷⁾ Si l'angle d'aberration était proportionnel à la distance du rayon considéré à l'axe, l'aberration sphérique de l'oculaire ne causerait en première approximation qu'une légère modification du grossissement; mais puisque cet angle est proportionnel au carré de cette distance, il se produit une inégalité dans le grossissement des différentes parties du champ de vision et c'est cette inégalité qui est la cause de la distorsion.

⁸⁾ Comparez les notes 1 et 4 des p. 618 et 619.

venant d'une lentille oculaire unique donnant le même grossissement et le même champ de vision. Nous croyons que, lorsque Huygens y prend pour angle d'aberration un angle qui ne lui est pas égal, il s'agit d'une inadvertance ¹⁾. D'ailleurs cette erreur n'infirme pas la conclusion que l'angle d'aberration (et par conséquent la distorsion) propre à son oculaire est beaucoup moindre que l'angle d'aberration qui appartient à la lentille unique; ce qui constitue l'un des principaux avantages de son oculaire.

Difons encore que dans ses calculs Huygens se sert continuellement d'une proposition importante (Prop. VI, p. 475—479) sur l'égalité des petits angles entre deux rayons perpendiculaires à l'arête d'un prisme avant leur entrée dans le prisme et après qu'ils en sont sortis; proposition que nous avons déjà mentionnée à la p. XLV de cet Avertissement.

*Considérations générales sur la clarté et la netteté des images
formées par les télescopes. Dédution des nouvelles règles pour la détermination de
l'ouverture et du grossissement admissibles dans un télescope de longueur donnée.*

La partie de la théorie des lunettes qui occupe les p. 481—511 est sans doute la plus importante et celle qui montre le mieux le talent avec lequel Huygens a su approfondir les problèmes qu'il fallait résoudre pour bien comprendre les effets produits par ces instruments. Il y considère les limites qu'on doit s'imposer dans la construction des télescopes pour que l'image ne soit ni trop obscure, ni trop confuse et il reprend donc les questions qu'il avait traitées autrefois dans les „Rejesta” et dont nous avons donné un résumé aux p. LXVI—LXXII de cet Avertissement. Seulement les nouvelles règles, qu'il va déduire maintenant, sont basées sur la considération de l'aberration chromatique, dont il avait appris à reconnaître la prépondérance sur l'aberration sphérique, quant à l'effet produit sur la netteté des images formées par les télescopes ²⁾.

¹⁾ Voir la note 5 de la p. 620.

²⁾ Comparez les pp. IX et XI de cet Avertissement. Notons que beaucoup plus tard, vers 1692, Huygens a reconnu que dans les tout petits télescopes, à commencer par ceux de 8 pouces (2 décimètres environ), l'aberration sphérique n'est plus négligeable par rapport à l'aberration chromatique. Les nouvelles règles de 1684, dont nous allons parler, ne pouvaient pas être appliquées à ces instruments (voir les pp. 639, 641 et 643), et Huygens se proposait d'ajouter dans sa Dioptrique une remarque à cet effet; ce qu'il n'a pas fait. Un peu plus loin (p. 643) il exprime l'idée de retourner pour ces lunettes à l'invention de 1665 (voir

Mais c'est d'abord la clarté des images qu'il étudie ³⁾. Elle est déterminée par la quantité de lumière que la rétine reçoit par unité de surface. Huygens démontre que, dans l'observation à l'œil nu, elle est indépendante de la distance à laquelle on place l'objet (p. 481) et que, si dans l'observation télescopique la clarté devait être la même qu'à la vue directe, il faudrait que le rapport entre le diamètre de l'objectif et celui de la pupille de l'œil fût égal au grossissement. Cependant il ajoute qu'en réalité cette condition est trop rigoureuse, et qu'on peut se contenter d'une clarté bien moindre. L'expérience lui a appris que, dans les observations diurnes, il suffit d'avoir une clarté qui est la sixième ou la septième partie de celle qu'on observe à l'œil nu, et que, dans les observations nocturnes de la lune et des planètes, elle peut être réduite encore sans inconvénient à la moitié de cette fraction.

La relation dont il s'agit ici peut, comme on fait, être exprimée bien simplement quand on y introduit la grandeur de la pupille de sortie de l'instrument. Si cette pupille est plus grande que celle de l'œil, qui se trouve au même point de l'axe, et si, par conséquent, la pupille de l'œil est entièrement remplie de rayons, on a la même clarté que dans le cas de l'observation directe. Lorsque, au contraire, la pupille de sortie a un diamètre inférieur à celui de la pupille de l'œil, la clarté diminue dans le rapport qu'il y a entre la surface de cette dernière et celle de la pupille de sortie. Or, dans les télescopes construits d'après le tableau de la p. 497, qui étaient destinés à l'observation de Saturne ⁴⁾, le diamètre de la pupille de sortie était la quarantième partie d'un pouce, c'est-à-dire 0,65 mm. environ. Si l'on estime à 2,5 mm. celui de la pupille de l'œil ⁵⁾, on trouve $\left(\frac{2,5}{0,65}\right)^2 = 15$ pour le rapport en question ⁶⁾.

les p. LIX—LXII de cet Avertissement); c'est-à-dire de compenser dans les petites lunettes hollandaises, dont on faisait parfois usage au théâtre, l'aberration sphérique de l'objectif par celle de l'oculaire concave.

Ajoutons enfin qu'au § 4 de l'Appendice IX (p. 633) on trouve le calcul de l'angle d'aberration sphérique dans le télescope de 30 pieds, et que l'aberration sphérique qui se présente dans la lunette hollandaise est considérée aux pp. 638, 640, 641, 642 et 643 du présent Tome.

³⁾ On peut comparer ces considérations sur la clarté à celles de 1666, qu'on trouve aux p. 333—337.

⁴⁾ Voir la note 1 de la p. 498.

⁵⁾ Voir l'article de M. R. A. Tange: „Die normalen Pupillenweiten nach Bestimmungen in der Poliklinik", Archiv der Augenheilkunde, T. XLVI, 1901, p. 49—61.

⁶⁾ Si l'on applique la règle de la p. 495, on trouve pour le diamètre de la pupille de sortie 0,72 mm., et 12 environ pour le rapport en question; comparez la note 2 de la p. 496. Dans

Il importe maintenant d'évaluer les effets de l'aberration chromatique. Il ne paraît nulle part que Huygens ait mesuré les indices de réfraction de ses verres pour les rayons de différentes couleurs. Il se base presque toujours sur le résultat, indiqué en 1672 par Newton, d'après lequel le diamètre du cercle d'aberration chromatique serait égal à la cinquantième partie du diamètre de la lentille employée ¹⁾. Or ce résultat, il l'a mal interprété en confondant le cercle d'aberration visé par Newton, qui est situé dans un plan placé à mi-distance entre les foyers des rayons rouges et des rayons violets, avec le cercle d'aberration, tel qu'il le concevait lui-même, c'est-à-dire avec celui qui est situé dans le plan focal des rayons violets ²⁾; les diamètres de ces deux cercles étant dans le rapport de 1 à 2. Si donc, dans le calcul qu'il fait suivre, il pose l'aberration chromatique longitudinale égale à la cinquantième partie de la distance focale, il réduit, sans s'en douter, l'évaluation de Newton à la moitié.

Pour comparer entre elles les deux aberrations, chromatique et sphérique, Huygens prend comme exemple (p. 485) un télescope dont l'objectif, qui est planconvexe, a une distance focale d'un pied, et une ouverture d'un demi-pouce „ce qui est environ l'ouverture qu'il faut donner à cette lentille ³⁾ dans un télescope d'un pied". L'épaisseur mathématique ⁴⁾ d'une telle lentille est égale à $\frac{1}{192}$ pouce. Sa surface courbe étant tournée vers l'extérieur, on trouve

le télescope avec lequel Huygens avait fait, vers 1659, ses observations de Saturne la pupille de sortie n'avait pas plus de 0,61 mm., et en 1662, en employant, probablement avec la même lunette, un grossissement de 1 à 127, il la réduisit à 0,48 (voir la note 1 de la p. 335). En s'appuyant sur les résultats obtenus avec ce télescope, Huygens jugea en 1666 que même la soixantième ou soixante-dixième partie de la lumière qu'on obtient par la vue directe était suffisante (voir la p. 335). À cette occasion il évalua la largeur moyenne de la pupille à $\frac{7}{45}$ d'un pouce (4,1 mm. environ), ce qui paraît exagéré. En effet, en 1685, il estima (p. 482) ce diamètre à $\frac{1}{10}$ pouce (2,6 mm.) et dans la note 6 de la p. 450, où l'on doit lire „ $\frac{1}{144}$ pedis partem" (au lieu de $\frac{1}{444}$), à $\frac{1}{12}$ pouce (2,2 mm.).

¹⁾ Voir la p. 3079 de l'article cité dans la note 2 de la p. 156 du T. VII et comparez pour une autre valeur du rapport de ces deux diamètres, adoptée temporairement par Huygens, la p. XCVII de cet Avertissement.

²⁾ Consultez à ce propos les notes 3 et 8 des p. 484 et 485. Ajoutons que de Volder et Fullenius, dans la Préface de leur édition de 1703 des „Opuscula postuma", ont déjà signalé cette méprise de Huygens.

³⁾ Comparez le tableau de la p. 497 qui donne 0,55 pouces pour cette ouverture.

⁴⁾ Voir la p. LIII de cet Avertissement.

$\frac{7}{6} \times \frac{1}{192} = \frac{1}{164}$ pouce pour l'aberration sphérique longitudinale ⁵⁾. Or, l'aberration chromatique longitudinale étant évaluée à $\frac{12}{50}$ pouce, elle est 39 fois plus forte que l'aberration sphérique. Elle l'emporte donc de beaucoup sur cette dernière, et Huygens remarque (p. 487) que dans les télescopes plus longs la différence des deux aberrations fera plus grande encore.

Il s'agit, par conséquent, de baser les nouvelles règles pour déterminer l'ouverture et le grossissement d'une lunette de longueur donnée, non plus, comme en 1666 dans les „Rejecta”, sur l'aberration sphérique ⁶⁾, mais sur l'aberration chromatique. Cette fois encore, Huygens suppose connues les dimensions d'une lunette qui donne des résultats satisfaisants et il se propose d'en déduire celles qu'on doit donner à une autre lunette de longueur différente, afin d'obtenir dans les deux instruments la même clarté et une netteté égale des images.

Soient donc de nouveau f et f' les distances focales des objectifs, φ et φ' celles des oculaires, g et g' les grossissements, d et d' les diamètres des ouvertures des objectifs. La condition pour l'égalité de la clarté fera la même que celle que nous avons déduite à la p. LXVIII, c'est-à-dire :

$$(1) \quad \frac{d\varphi}{f} = \frac{d'\varphi'}{f'}.$$

De même, nous pouvons emprunter à la p. LXIX l'équation :

$$(2) \quad \frac{FF_1 \cdot d}{f\varphi} = \frac{F'F'_1 \cdot d'}{f'\varphi'},$$

qui indique l'égalité des cercles d'aberration sur la rétine; seulement FF_1 et $F'F'_1$ doivent représenter maintenant dans les deux lunettes les distances des foyers des rayons rouges à ceux des rayons violets.

Au contraire, la formule (11) de la p. LXVIII subira une modification profonde. En effet, on aura cette fois, puisque les aberrations chromatiques longitudinales sont proportionnelles aux distances focales :

$$(3) \quad FF_1 : F'F'_1 = f : f'.$$

⁵⁾ Voir la p. 287 du présent Tome.

⁶⁾ Comparez les p. LXVI—LXIX de cet Avertissement.

De ces trois équations, combinées avec la formule (15) de la p: LXIX, on déduit facilement les relations:

$$(4) \quad \frac{d'}{d} = \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\sqrt{f'}}{\sqrt{f}} = \frac{g'}{g},$$

qui résument les nouvelles règles telles qu'on les trouve formulées aux p. 487—489 et, quant à la règle pour les grossissements, à la p. 495.

Partant d'une lunette étalon dans laquelle la distance focale de l'objectif est égale à 30 pieds, et le diamètre de l'ouverture à 3 pouces, Huygens a déduit de ces relations, la règle de la p. 495, et de même le tableau des p. 497—499. Seulement, en calculant ce tableau, il a supposé que la distance focale de l'oculaire égalait le diamètre de l'ouverture, tandis que, lorsqu'il établissait la règle de la p. 495, qui est postérieure au tableau, il a estimé qu'on obtiendrait de meilleurs résultats en employant avec l'objectif de 30 pieds un oculaire de 3,3 pouces de distance focale ¹⁾.

Faisons remarquer encore que Huygens estime que l'évaluation de l'aberration chromatique longitudinale à un cinquantième de la distance focale est exagérée quand il s'agit de comparer entre elles les deux aberrations, chromatique et sphérique. Il en donne la raison (p. 487) que, dans la lumière blanche, les rayons jaunes présentent la plus grande intensité, et que les rayons extrêmes du spectre y sont relativement faibles ²⁾. Toutefois dans le texte de la Dioptrique, pour la théorie des microscopes comme pour celle des télescopes, Huygens emploie toujours cette fraction $\frac{1}{50}$ pour représenter le rapport de l'aberration longitudinale à la distance focale, ou, ce qui revient au même, celui du diamètre du cercle d'aberration, placé au plan focal des rayons violets, au diamètre de l'ouverture de la lentille. Toutefois dans le dernier projet de rédaction de la Dioptrique il

¹⁾ Voir encore les notes 2 de la p. 496, et 5 de la p. 497.

²⁾ Plus tard, en 1692, Huygens a fait une remarque analogue à propos du cercle d'aberration sphérique, où, en effet, la distribution de la clarté n'est pas uniforme non plus, puisque l'aberration latérale est proportionnelle à la troisième puissance de la distance à l'axe du rayon incident; voir, à la p. 629, le § 1 de l'Appendice IX.

avait remplacé la fraction $\frac{1}{50}$ par $\frac{1}{200}$ ³⁾. Il le faisait évidemment à propos de quelques recherches qu'on trouve dans l'Appendice IX, et qui ont précédé la rédaction définitive de la partie de la Dioptrique, dont nous nous occupons à présent. En effet, aux §§ 4—14 (p. 633—654) de cet Appendice, Huygens calcule pour des microscopes et petits télescopes, dont les mérites lui sont connus, les angles d'aberration sphérique et d'aberration chromatique, en se servant pour le calcul de ces derniers de la fraction $\frac{1}{50}$. Nous avons défini à la p. XCI celui de ces angles qui se rapporte à l'aberration sphérique; l'autre est formé par les rayons extrêmes, du côté rouge et du côté violet, sortant de l'oculaire et provenant du rayon blanc qui a passé par le bord de l'ouverture de l'objectif ⁴⁾; c'est-à-dire, en prenant pour ces rayons extrêmes ceux qui embrassent la partie du spectre qui est supposée avoir une influence sensible sur la netteté des images. Ces deux angles sont évidemment proportionnels aux rayons des cercles d'aberration sur la rétine, pourvu qu'on néglige les aberrations sphérique et chromatique de l'œil. Si la fraction $\frac{1}{50}$ avait été bien choisie, leurs valeurs respectives devaient donc pouvoir servir à comparer entre eux les effets de l'une et de l'autre aberration sur la netteté des images. Or, quoique les résultats des calculs prémentionnés ne fussent pas toujours concordants, on peut bien dire qu'ils ont dû donner à Huygens l'impression que les télescopes et microscopes examinés peuvent souffrir un angle d'aberration chromatique, calculé avec la fraction $\frac{1}{50}$, beaucoup plus grand que l'angle d'aberration sphérique qui semblait être admissible d'après ces mêmes cal-

³⁾ Voir la p. 777 de la pièce „De ordine in Dioptriciis nostris servando”, qui date probablement de 1692; comparez la note 5 de la p. 770.

⁴⁾ Voici comment Huygens apprend (p. 557) à calculer ce dernier angle. Soient d le diamètre de l'ouverture ACA (voir la Fig. 25 de la p. 489), f la distance focale CF pour les rayons rouges, f' celle pour les rayons violets et φ la distance focale de la lentille oculaire, pour laquelle Huygens néglige l'aberration. Posant alors $f - f' = \eta f$, on a $FQ = \frac{1}{2} \eta d$ et l'on trouve pour l'angle cherché $\angle KDE = \angle BDF$ (voir la p. 491) $= \frac{1}{2} \eta d : \varphi$.

Pour le télescope étalon, où $f = 30$ pieds, $d = 3$ pouces, $\varphi = 3,3$ pouces, on a donc $\angle KDE = \eta : 2,2$, c'est-à-dire pour $\eta = \frac{1}{50}$, $\angle KDE = 31'15''$.

culs ¹⁾. Il en devait donc conclure que, lorsqu'on veut rendre comparables entre elles, quant à l'influence sur la netteté des images, les valeurs obtenues pour les deux angles en question, on doit diminuer considérablement la fraction $\frac{1}{50}$; c'est-à-dire rétrécir de beaucoup la partie du spectre qu'on suppose contribuer sensiblement à l'effet nuisible de l'aberration chromatique ²⁾. Huygens peut d'ailleurs avoir été conduit à la même conclusion par les considérations qu'on trouve au § 2 (p. 629—631) du même Appendice. Il y calcule les aberrations latérales sphérique et chromatique d'une lentille planconvexe, tournant sa convexité vers les rayons incidents. Appellant R le rayon de la surface convexe, et r celui de l'ouverture de la lentille, on trouve $\frac{7}{24} \cdot \frac{r^3}{R^2}$ pour l'aberration sphérique latérale et ηr pour l'aberration chromatique, où η représente la fraction à laquelle Huygens donne successivement les valeurs $\frac{1}{50}$ et $\frac{1}{200}$. L'aberration sphérique l'emporte donc sur l'aberration chromatique quand on a $r^2 > \frac{24\eta}{7} R^2$, c'est-à-dire quand on a $r > \frac{1}{4} R$ environ pour $\eta = \frac{1}{50}$, et $r > \frac{1}{7} R$ pour $\eta = \frac{1}{200}$. Or, par une expérience ingénieuse, pour laquelle nous renvoyons au paragraphe en question, Huygens arrive à la conclusion que déjà pour $r = \frac{1}{5} R$ l'effet de l'aberration sphérique surpasse celui de l'aberration chromatique ³⁾.

Les nouvelles règles pour les ouvertures et les grossissements, telles qu'on les trouve formulées à la p. 495, s'appliquent aux télescopes qui doivent servir pour

¹⁾ Comparez surtout les pp. 636, 639 et 640. D'ailleurs Huygens n'a pas persisté longtemps dans cette opinion; puisque pendant la rédaction de la dernière Partie de sa Dioptrique il revient à la valeur $\eta = \frac{1}{50}$ et qu'il y évalue les angles d'aberration chromatique et sphérique admissibles à 18' et 20' respectivement (voir la p. 565).

²⁾ Il faut observer que si l'on prend la valeur $\eta = \frac{1}{200}$ le spectre se réduit presque exclusivement à la partie occupée par les rayons jaunes. Des expériences, exécutées par M. P. Zeeman avec des lentilles fabriquées par les frères Huygens et conservées au Laboratoire de Physique de l'Université d'Amsterdam, ont prouvé que pour la matière de ces lentilles

les observations nocturnes. Comme il a déjà été dit ⁴⁾, les observations qu'on fait pendant le jour exigent une clarté à peu près double; c'est pour cela que Huygens s'occupe aux p. 503—505 de la manière dont on pourra adapter les lunettes à ces dernières observations. S'il ne s'agissait ici que de la clarté, on pourrait porter au double la surface de l'objectif, ou bien changer dans le rapport de 1 à $\sqrt{2}$ la distance focale de l'oculaire, chacun de ces changements augmentant la clarté dans le rapport voulu. Mais évidemment le premier moyen nuirait à la netteté des images; c'est donc au second que Huygens s'arrête. Cependant il se demande s'il n'y aurait pas avantage à agrandir dans une certaine mesure le diamètre de l'objectif, en augmentant en même temps plus ou moins la distance focale de l'oculaire. En effet, si le diamètre de l'objectif est changé dans le rapport de 1 à α et la distance focale de l'oculaire dans celui de 1 à β , le grossissement, la clarté et le diamètre du cercle d'aberration sur la rétine changent respectivement dans les rapports de 1 à β^{-1} , $\alpha^2 \beta^2$ et $\alpha \beta^{-1}$ ⁵⁾. On aura donc une clarté double et le même degré de netteté si l'on fait en sorte que $\alpha = \beta = \sqrt{2}$.

Par conséquent, en portant la surface de l'objectif à 1,41 fois sa grandeur — et non pas au double — et en augmentant la distance focale de l'oculaire dans le rapport de 1 à 1,19, on obtiendrait la même netteté des images qu'avec le télescope étalon, la clarté nécessaire, et en même temps un grossissement égal à 0,84 de ce qu'il était primitivement, tandis que, si on laissait à l'objectif son ouverture primitive, en augmentant seulement la distance focale de l'oculaire, le grossissement serait réduit dans le rapport de 1 à 0,71.

La première solution semble donc se recommander, mais Huygens remarque

la valeur $\eta = \frac{1}{56}$ ou $\frac{1}{57}$ correspond à la partie du spectre comprise entre les raies C et F, c'est-à-dire entre la limite rouge-orange et le vert bleuâtre. On en peut conclure que la valeur $\eta = \frac{1}{50}$, à laquelle Huygens s'est arrêtée en fin de compte dans le texte de sa Dioptrique, n'est pas en contradiction avec ces expériences.

³⁾ Voir toutefois les notes 5, p. 630 et 7, p. 631; mais, quelle que soit la cause des inconséquences signalées dans ces notes, il est sûr, comme nous l'avons indiqué dans la note 6 de la p. 631, que, lorsque le paragraphe cité fut rédigé, Huygens donna la préférence à la fraction $\frac{1}{200}$.

⁴⁾ Voir la p. XCIII de cet Avertissement.

⁵⁾ Pour se rendre compte de la dernière de ces expressions il suffit de remarquer que le diamètre du cercle d'aberration formé au foyer de l'oculaire est proportionnel au diamètre de l'objectif et que l'angle sous lequel il est vu est inversement proportionnel à la distance focale de l'oculaire.

„que le nuage provenant de l'aberration Newtonienne nuit d'autant plus à la netteté que l'image formée sur le fond de l'œil est plus lumineuse" et que l'expérience lui a appris qu'il „ne faut rien changer aux ouvertures".

On voit, par ce qui précède, avec combien de soin Huygens a toujours adapté ses instruments au but auquel ils devaient servir. Sous ce rapport il faut signaler encore ce qu'il dit (p. 511) de l'observation des corps célestes qui ne présentent pas de grandeur angulaire appréciable, tels que les étoiles faibles, ou les satellites de Jupiter et de Saturne. Dans leur cas on n'a pas à se préoccuper du grossissement; l'intensité de la lumière, qui est proportionnelle à la surface de l'objectif, et la netteté de l'image importent seules. Pour ces objets on peut donc avec avantage agrandir considérablement l'ouverture du télescope en diminuant en même temps le grossissement de manière à conserver la même netteté des images.

Enfin nous voulons avertir le lecteur que la question de l'emploi le plus avantageux de diaphragmes dans le tube d'un télescope, pouvant empêcher la lumière qui tombe sur la paroi de pénétrer dans l'œil de l'observateur, n'a pas non plus échappé à l'attention de Huygens. Nous renvoyons à ce propos au § 6 de l'Appendice VI, p. 603—607, et surtout à la note 6 de la p. 603.

Effets causés par la diffraction de la lumière dans les télescopes et les microscopes.

Une autre question, discutée par Huygens, donne lieu à une de ses plus importantes découvertes en optique; celle de l'influence du diamètre du faisceau lumineux qui entre dans l'œil de l'observateur sur la netteté des images. C'est à propos d'observations de la surface de la lune qu'il a fait cette découverte. Le télescope étalon, et tous ceux qui en sont dérivés d'après les nouvelles règles, étaient adaptés surtout à l'observation de corps célestes assez faiblement éclairés, tel que la planète Saturne ¹⁾. Or, si l'on veut observer la Lune, dont la distance au Soleil est environ dix fois moindre, et dont, par conséquent, l'éclat est environ cent fois plus fort, le télescope recevra une lumière trop abondante ²⁾: Il semble donc qu'il serait raisonnable dans ces circonstances de diminuer l'ouverture de l'objectif et en même temps la distance focale de l'oculaire, de manière à obtenir

¹⁾ Voir la note 1 de la 498 du présent Tome.

²⁾ Comparez sur ce qui suit les p. 505—509.

la même clarté que dans le cas de Saturne (c'est-à-dire une clarté 100 fois moindre qu'avec le télescope étalon), la netteté normale, et un grossissement plus fort. Les nombres α et β que nous avons introduits plus haut devraient alors être tels que $\alpha^2 \beta^2 = \frac{1}{100}$, $\frac{\alpha}{\beta} = 1$, d'où l'on tire $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$. Pour le télescope de 30 pieds, l'ouverture, qui est de 3 pouces³⁾, pourrait donc être réduite à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ pouce et la distance focale de l'oculaire pourrait être prise $\sqrt{10}$ fois plus petite; le grossissement deviendrait ainsi $\sqrt{10}$ fois plus fort.

Ce changement semble donc promettre beaucoup, mais l'expérience apprend à Huygens que cette promesse ne se réalise pas et c'est avec une sagacité admirable qu'il fait reconnaître, finon la nature de l'obstacle qui s'oppose à cette réalisation, du moins les conditions dans lesquelles il se présente. „En effet” dit-il⁴⁾ „plus l'ouverture est diminuée plus minime aussi devient le diamètre du petit cylindre suivant lequel les rayons issus d'un point quelconque de l'objet parviennent à l'œil. . . or, si ce diamètre . . . est plus petit que $\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{6}$ ligne” (0,44 à 0,36 mm.) „. . . le contour net des images disparaît par une cause inconnue, inhérente à la constitution naturelle de l'œil, soit qu'il faille chercher cette cause dans la choroïde ou dans la rétine⁵⁾, soit qu'elle provienne de la nature des humeurs de l'œil. Car aussi, lorsqu'on place devant l'œil nu une lamelle munie d'une ouverture large de moins de $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ ligne, les bords des objets commencent à paraître moins nets, et la confusion devient plus grande plus on diminue la largeur de l'ouverture”⁶⁾. Ensuite Huygens montre que, dans le cas de l'exemple choisi plus haut, le dia-

³⁾ Voir le tableau de la p. 499.

⁴⁾ Voir la p. 507.

⁵⁾ Comparez la p. 795.

⁶⁾ Voici encore ce qu'on lit à ce propos dans une annotation du 22 avril 1692 (p. 695): „Mais cette diminution de l'ouverture” [d'un microscope] „a pour effet que les rayons provenant d'un point déterminé et arrivant à la pupille parallèlement entre eux, occupent un espace tellement étroit que la vision ne peut plus être distincte. Si, par exemple, on perce une mince lame de plomp avec la pointe d'une aiguille, de manière à produire un petit trou dont le diamètre n'est que la septième ou la huitième partie d'une ligne ou moindre encore, tout sera vu confusément si le trou est placé devant l'œil, mais les objets seront vus distinctement si le diamètre de l'ouverture est la quatrième ou la troisième partie d'une ligne. Il semble que la largeur du faisceau lumineux qui entre dans la pupille ne doit pas être inférieure à $\frac{1}{5}$ ligne”.

mètre du faisceau qui entre dans la pupille ferait, en effet, de beaucoup inférieur à $\frac{1}{6}$ ligne ¹⁾.

Comme on le fait aujourd'hui, il s'agit ici d'un phénomène de diffraction dont l'explication devait échapper à Huygens, puisqu'il n'avait pas les notions du temps de vibration et de la longueur d'onde; en effet, ce n'est que plus d'un siècle plus tard que Fresnel a créé la théorie de la diffraction. Toutefois les phénomènes qui se montrent quand la lumière a passé par une ouverture très étroite avaient été décrits en 1666 par Grimaldi ²⁾, et Newton en avait fait mention dans ses „Principia” de 1687 ³⁾; mais il semble que Huygens n'ait jamais rapproché ses propres observations de celles de Grimaldi qu'il ne connaissait peut-être que par les indications données par Newton ⁴⁾. Quoi qu'il en soit, il n'en est pas moins remarquable que Huygens ait compris l'importance du rétrécissement des faisceaux lumineux, dont la considération est devenue une des bases principales de la théorie moderne des instruments optiques.

Il est d'ailleurs intéressant de calculer l'influence que la diffraction doit avoir

¹⁾ À cette occasion (p. 509) Huygens remarque que, pour la même raison, il ne faut pas diminuer l'ouverture de l'objectif quand on veut observer la planète Venus, bien que son éclat soit encore considérablement supérieur à celui de la lune. Si l'on trouve de l'inconvénient à la lumière trop intense, il faudra plutôt y remédier en introduisant une plaque de verre couverte de noir de fumée.

²⁾ Voir l'ouvrage cité dans la note 8 de la p. 523 du T. IX.

³⁾ Dans le „Scholium” (p. 231 de l'édition originale, citée dans la note 2, p. 168 du T. IX), qui suit la Prop. XCVI du „Liber Primus”. On y lit: „Radii autem in aere existentes (ubi dudum Grimaldus, luce per foramen in tenebrosus cubiculum admissa, invenit, & ipse quoque expertus sum) in transitu suo prope corporum vel opacorum vel perspicuorum angulos (quales sunt nummorum ex auro, argento & aere cusorum termini rectanguli circulares, & cultrorum, lapidum aut fractorum vitrorum acies) incurvantur circum corpora, quasi attracti in eadem; & ex his radiis, qui in transitu illius propius accedunt ad corpora incurvantur magis, quasi magis attracti, ut ipse etiam diligenter observavi”.

⁴⁾ En effet, il n'y a aucune preuve ni dans la Correspondance, ni dans les ouvrages ou manuscrits de Huygens qu'il connaissait le livre de Grimaldi. Il ne semble pas improbable que si Huygens avait connu la description détaillée des expériences multiples et variées qu'on y trouve, la connexion avec sa propre découverte ne lui eût pas échappé. Déjà Leibniz avait été frappé de ce que dans le „Traité de la Lumière” Huygens ne faisait aucune allusion aux phénomènes de diffraction. Dans le projet d'une lettre à Huygens, qui probablement ne fut jamais envoyée (voir la note 1, p. 521 du T. IX), il s'exprime comme il suit à propos de ce Traité, qu'il venait de recevoir: „Je voudrais que vous eussiez voulu nous donner au moins vos conjectures sur les couleurs et je voudrais savoir aussi quelle est votre pensée de l'attraction que M. Newton reconnoît après le P. Grimaldi dans la lumière à la p. 231 de ses Principes” (p. 523 du T. IX).

eue dans les instruments de Huygens. Lorsqu'une lentille convergente reçoit un faisceau de rayons parallèles dont la section normale est un cercle de diamètre d , il se forme dans le plan focal une tache lumineuse centrale entourée d'un système d'anneaux circulaires. Nous pouvons faire abstraction de ces derniers dont la luminosité diminue rapidement et nous borner au cercle central qui s'étend jusqu'au premier minimum. Si la diffraction n'existait pas — et si de plus la lentille ne montrait aucune aberration — l'image se réduirait à un point mathématique. La distance du premier minimum au centre, c'est-à-dire le rayon de la tache lumineuse, pourra donc nous fournir une idée de la confusion des images qui est causée par la diffraction. La valeur angulaire du rayon en question est donnée par l'expression $1,22 \frac{\lambda}{d}$ dans laquelle λ représente la longueur d'onde, et on pourra comparer cet „angle de diffraction” δ avec l'angle d'aberration, si l'on veut évaluer l'influence relative de la diffraction et de l'aberration sur la netteté des images.

En prenant $5,7 \times 10^{-4}$ mm. pour la longueur d'onde de la lumière jaune, on trouve $\delta = 1,22 \frac{\lambda}{d} = \frac{144''}{d}$ ⁵⁾, où d doit être exprimé en mm. Dans la lunette étalon de Huygens, et dans tous les instruments qui en dérivent d'après la règle de la p. 495, on a $d = 0,72$ mm. On en déduit pour l'angle de diffraction $3'20''$ ⁶⁾. C'est moins que la neuvième partie de l'angle d'aberration chromatique $31'15''$ qu'on trouve dans ces mêmes lunettes, arrangées pour les observations nocturnes ⁷⁾,

⁵⁾ Comparez les p. 1074—1075 de l'article de F. Pockels „Beugung des Lichtes” dans le T. VI du „Handbuch der Physik” de A. Winkelmann, 2^{me} édition, Leipzig, Barth, 1906.

⁶⁾ Dans les lunettes construites d'après le tableau des p. 497—499, qui est antérieur à la règle de la p. 495 (comparez la note 2 de la p. 496), on aurait $d = 0,654$ mm. et $3'40''$ pour l'angle de diffraction δ , et d'après le tableau qui a été mentionné dans la note 5 de la p. 497, on aurait même $d = 0,54$ mm. et $\delta = 4'20''$. Or, ce dernier tableau était probablement de 1684 ou de 1685, mais en 1666 Huygens employait des lunettes où la valeur de d était réduite jusqu'à 0,48 (voir la note 6 de la p. XCIII) ce qui donne $\delta = 5'$ à peu près. On voit donc que Huygens a de plus en plus augmenté la valeur de d en se bornant pour un objectif donné à un grossissement moins fort que celui qu'il aurait admis auparavant.

Ajoutons que dans le microscope étalon et dans tous ceux qui en dérivent d'après les règles établies par Huygens vers 1692 (voir les pp. 549, 551 et 575), on trouve $d = \frac{1}{35}$ pouce

(0,75 mm.); ce qui donne $\delta = 3'10''$.

⁷⁾ Voir la note 4 de la p. XCVII; pour les observations diurnes le grossissement était réduit à la moitié (voir la p. 505), ce qui ne change pas le rapport des deux angles.

si l'on pose $\eta = \frac{1}{50}$. Et même en posant $\eta = \frac{1}{200}$ ¹⁾, ce qui réduit l'angle d'aberration à sa quatrième partie, cet angle est encore toujours plus du double de l'angle de diffraction. Il s'ensuit que dans les lunettes en question l'effet nuisible de la diffraction pouvait être négligé par rapport à celui de l'aberration chromatique; mais, en poussant plus loin le grossissement, la ténuité du faisceau qui entre dans la pupille diminuerait bientôt sensiblement la netteté de l'image. En effet, pour la valeur limite, assignée par Huygens, $d = \frac{1}{5}$ à $\frac{1}{6}$ ligne (0,44 à 0,36 mm.), on trouve $\delta = 5'30''$ à $6'30''$.

Remarquons encore que le calcul dont nous venons de nous servir, et qui fait dépendre la diffraction du diamètre du faisceau émergent, c'est-à-dire de la largeur de la pupille de sortie, donne le même résultat que la théorie usuelle dans laquelle l'ouverture diffringente est censée être celle de l'objectif. Pour s'en assurer on peut employer le raisonnement suivant, également applicable aux lunettes et aux microscopes à faible „aperture numérique” tels qu'étaient les instruments de Huygens.

Soient q la distance de l'objectif à l'image réelle qui se forme dans le plan focal A de l'oculaire, f la distance focale de l'oculaire et D le diamètre de l'objectif. Le rayon du cercle de diffraction qui se forme dans le plan A a la grandeur $1,22 \frac{\lambda q}{D}$ et il sera vu sous l'angle $1,22 \frac{\lambda q}{Df}$. Or cette expression est identique avec la valeur $1,22 \frac{\lambda}{d}$ parce que, entre le diamètre D de l'objectif et le diamètre d de la pupille de sortie, il y a la relation $D : d = q : f$.

CHAP. II. DES MICROSCOPES.

Origine et historique des recherches de Huygens sur la construction et la théorie des microscopes.

Nous avons vu (p. XLVII), qu'environ au même temps où les frères Constantyn et Christiaan Huygens commencent à l'âge de 25 et de 24 ans, à s'occuper de la fabrication des lunettes, ils s'appliquent aussi à la construction des microscopes. Si on peut en croire leur père, c'est même avec les microscopes qu'ils

¹⁾ Comparez les p. XCVII et XCVIII et surtout la note 2 de la p. XCVIII.

réussissent premièrement à faire des instruments qui les fatiffont ²⁾. En mars 1655 ils font don à un des amis de leur père, le pasteur A. Colvius de Dordrecht, d'un microscope qui vient de sortir de leur atelier ³⁾. Il trouvera, lui écrit Christiaan, l'explication du merveilleux grossissement qu'on peut obtenir avec des lentilles ainsi disposées dans un traité qu'il espère publier bientôt et qui contiendra aussi la théorie des télescopes. En décembre 1657 van Schooten demande à Christiaan de lui prêter un de ses microscopes, dont il a entendu louer les effets ⁴⁾; mais ce microscope se trouve déjà, à ce qu'il paraît, entre les mains de Isaac Vossius ⁵⁾.

Nous ne connaissons pas avec certitude la disposition des lentilles dans ces premiers microscopes fabriqués par les frères Huygens. D'après la description donnée à Colvius ⁶⁾, c'étaient des microscopes composés de deux lentilles et il nous semble probable que l'instrument dessiné et décrit aux p. 674—675 du présent Tome en représente un exemplaire ⁷⁾. Dans ce cas cette disposition différerait beaucoup de celle adoptée dans les microscopes dont Huygens a exposé la théorie dans sa Dioptrique ⁸⁾. En effet, dans ces derniers microscopes le faisceau de rayons émanant d'un point de l'objet est converti à la sortie de l'oculaire en un faisceau de rayons parallèles. Au contraire,

²⁾ Voir la lettre de Constantyn Huygens, père, à Colvius du 26 février 1655 (p. 318 du T. I), où on lit „Microscopijs primum ex officina nostra docebitur quanti opifices simus. De macroscopijs nihil hactenus tam certi pollicemur quam olim, Deo volente, præstituri sumus”.

³⁾ „Mitto tibi manibus nostris elaboratum perspicillum, oculum scilicet illum quo diligens naturæ scrutator carere non debet, hujus ope minutissimorum insectorum seminumque figuras subtilissimas et in germine ipso, herbarum arborumque rudimenta inspectare poteris. . . Constitutio tubi determinata est lineis circumductis, ad quas usque singulæ partes perducendæ sunt. lentem quoque majorem si quando exemeris pulveris habitu tuo detergendi gratiâ ut reponere in pristinum locum possis introrsus signum positum est. Inferior tubus vix quicquam à linea signata unquam dimovendus erit; superiorem vero illo manente amplius extrahi licebit, ut majores adhuc imagines oculo offerantur, sed sciendum eo quoque minus lucidas effici. Causas mirabilis augmenti quod a vitris sic inter se adaptatis producitur explicare tibi cuperem, si per epistolam fieri posset. Cæterum de his integrum volumen, quo præterea telescopiorum omnis generis demonstratio continetur, propediem edere spero tibi impertiri” (voir les p. 321 et 322 du Tome I).

⁴⁾ Voir la p. 95 du T. II.

⁵⁾ Voir la p. 110 du T. II.

⁶⁾ Voir la note 2. . .

⁷⁾ Comparez surtout la phrase „Inferior tubus. . . effici” du passage de la lettre à Colvius, cité dans la note 2 qui précède, aux remarques sur les deux systèmes de distances A, B, C qu'on trouve à la p. 675.

⁸⁾ Aux p. 527—585 du présent Tome.

dans le microscope mentionné, qui doit dater d'environ 1654, une image réelle et agrandie de l'objet est formée dans le plan indiqué par les lettres PPP de la Fig. 2 de la p. 674 ¹⁾, c'est-à-dire entre la lentille oculaire et l'œil qui regarde cette image à une certaine distance.

La Correspondance nous montre que dans les années qui suivent, jusqu'en 1677, Huygens s'est occupé plusieurs fois encore de la microscopie. En 1663, pendant un séjour à Paris, où il accompagne son père, il cherche à y vendre des microscopes de sa façon, mais, écrit-il à son frère, „Jusqu'icy il ne s'est point encore présenté d'occasion pour debiter de nos Teles- et Microscopes, quoyque presque tous les jours il ne me manque des spectateurs” ²⁾. À plus d'un endroit ³⁾ il motive la préférence qu'il donne à ses microscopes composés de deux lentilles, sur d'autres dont les objectifs sont plus petits et sur les boulettes sphériques que Hudde a commencé à fabriquer pour s'en servir à la manière d'une loupe ⁴⁾. Il leur reproche, outre leur manque de clarté, que „la distance de l'objet est si fort déterminée, qu'on ne peut voir le dessus et le dessous d'un cheveu en même temps, ce qui est fort incommode ⁵⁾, et me fait penser s'il ne feroit pas bon de prendre l'objectif encore moins convexe de beaucoup que celui qui se fait dans le petit creux de fer que vous avez, et de faire en sorte que l'objectif et l'oculaire fussent à peu près de la même force, chacun environ d'un pouce: car il est certain que tant que l'objectif est moins convexe d'autant la distance de l'objet souffre plus de variation. Je viens d'expérimenter qu'avec deux oculaires de Campanine ⁶⁾ éloignez l'un de l'autre de quelque 14 ou 15 pouces et avec ouverture de 3 lignes, l'on peut faire quelque chose de bon, et on n'a qu'à les éloigner d'avantage si on veut qu'ils grossissent d'avantage” ⁷⁾.

Vers 1677 l'intérêt de Huygens pour la microscopie reçoit une nouvelle impulsion par les observations de Leeuwenhoek sur les infusoires, les spermatozoïdes et sur d'autres objets microscopiques ⁸⁾; observations qu'il avait considérées au

¹⁾ Voir aussi la Fig. 7 de la p. 675.

²⁾ Voir sa lettre à son frère Constantyn du 20 avril 1663 à la p. 334 du T. IV.

³⁾ Voir ses lettres à Hudde du 4 avril et du 10 avril 1665 aux pp. 304 et 318 du T. V et celles du 6 avril et du 11 mai 1668 à Constantyn, frère, aux pp. 206 et 213 du T. VI.

⁴⁾ Voir les pp. 304, 308, 309, 330, 331 du T. V; 90, 91 et 98 (note 3) du T. VIII.

⁵⁾ Voir à ce sujet les p. CXXXVIII—CXXXIX, qui suivent, de cet Avertissement.

⁶⁾ Voir à propos des lunettes „Campanines” la p. LXXXIX.

⁷⁾ Voir la lettre du 6 avril 1668 à son frère Constantyn, p. 206 du T. VI; à la p. 213 du même

début avec méfiance ⁹⁾. À peu près à la même époque il change d'opinion sur les avantages relatifs des microscopes composés par rapport aux boulettes sphériques. Dès le 26 mars 1678 il déclare préférer aux autres microscopes ceux „qui n'ont qu'une petite boule de verre, la quelle sorte, tout bien considéré, je crois estre la meilleure et qui fait le plus d'effect” ¹⁰⁾ et il persiste dans ce jugement, pour autant du moins qu'il s'agisse de l'observation d'objets transparents ¹¹⁾. C'est dans ces circonstances que, pendant l'année 1678, il prend une part très active au perfectionnement de la fabrication et de l'emploi de ces petites boules de verre ¹²⁾ et que, durant cette même année, il commence la première série de ses remarquables observations microscopiques dont nous parlerons plus loin ¹³⁾. Mais auparavant nous analyserons les considérations théoriques et pratiques sur les microscopes simples et composés que Huygens a exposées dans la partie de sa Dioptrique dont nous nous occupons à présent ¹⁴⁾.

Préface. Microscope simple.

Après une préface très courte ¹⁵⁾ où il soutient, avec une certaine réserve, les droits de Drebbel à la priorité de l'invention des microscopes composés ¹⁶⁾, Huygens commence à exposer la construction et l'emploi des microscopes simples à lentille ou à boulette.

Tome on trouve encore d'autres renseignements sur les microscopes composés dont les frères Huygens s'occupaient vers cette époque.

⁸⁾ Voir la lettre de Leeuwenhoek à Huygens du 15 février 1677, p. 21, et la traduction par Huygens d'un article de Leeuwenhoek, p. 22—27 du T. VIII, comme aussi la note 2 de la p. 62 et la p. 77 du même Tome.

⁹⁾ Voir à la p. 400 du Tome VII la lettre de Huygens à Oldenburg du 30 janvier 1675 et à la p. 417 du même Tome la réponse de Oldenburg.

¹⁰⁾ Voir sa lettre à Constantyn, frère, p. 64 du T. VIII.

¹¹⁾ Comparez les pp. 515 et 527 du présent Tome et la lettre à von Tschirnhaus du 10 mars 1687 où on lit à propos de certains microscopes de Campani: „Ausim tamen affirmare, quantum ad amplificationem attinet, non accedere hæc nova ad ea quæ solo exili sphaerula constant” (p. 125 du T. IX).

¹²⁾ Voir les pp. 65, 90—93, 96—97, 112, 113, 122—124, 128, 130, 131 et 241 du T. VIII et la p. 730 du T. X.

¹³⁾ Voir les p. CXXXIX—CXLII de cet Avertissement.

¹⁴⁾ Voir encore pour l'origine et l'historique de la théorie du microscope composé, traitée dans cette partie, les p. CXIII—CXV de cet Avertissement.

¹⁵⁾ Voir les p. 513—515 du présent Tome.

¹⁶⁾ Nous nous abstiendrons de traiter ici cette question de priorité; comparez la note 1 de la p. 436.

Il parle d'abord (p. 515) de l'effet d'une lentille convexe à courte distance focale, en supposant, comme il l'avait fait aussi dans sa théorie de la lunette, que l'œil soit adapté à une distance infinie. Alors l'objet devra être placé au foyer de la loupe et la grandeur apparente sous laquelle on le verra sera indépendante de la position de l'œil ¹⁾. Dès qu'on connaît cette grandeur, on connaîtra aussi le grossissement g , que Huygens définit, exactement ainsi qu'on le fait de nos jours, comme le rapport entre la grandeur apparente sous laquelle on voit l'objet à l'aide du microscope, et la grandeur apparente sous laquelle il se présenterait à l'œil nu, s'il se trouvait à une distance déterminée ²⁾ pour laquelle Huygens choisit 8 pouces (21 cm.) et que nous représenterons par ω . Cette „distance de vision distincte” est une valeur moyenne de la distance à laquelle des personnes aux yeux normaux ont coutume de placer les objets qu'elles veulent examiner à l'œil nu ³⁾.

Cela posé, le grossissement produit par la loupe est trouvé sans peine si l'on imagine que l'œil se trouve tout près de la surface postérieure. Dans ce cas la lentille est sans influence sur la grandeur apparente et n'a d'autre effet que de rendre la vision distincte ⁴⁾. La grandeur apparente est donc égale à celle qu'on observerait à l'œil nu si l'objet se trouvait à une distance égale à la distance focale de la lentille, et on a la formule :

$$(1) \quad g = \frac{\omega}{f}.$$

On peut obtenir le même résultat de différentes autres manières. Supposons que, dans une direction perpendiculaire à l'axe, l'objet ait la petite longueur h et que, par conséquent, sa grandeur apparente ait la valeur $h : \omega$ pour un œil nu placé à la distance ω . D'autre part, la grandeur apparente sous laquelle l'objet est vu à travers le microscope est donnée par l'angle φ que font entre eux, après leur passage par la lentille, deux rayons quelconques partis des extrémités de l'objet. Nous aurons donc :

$$(2) \quad g = \frac{\omega \varphi}{h}.$$

Si on choisit pour les rayons en question ceux qui sont parallèles à l'axe et qui,

¹⁾ Voir la Prop. XIII, Liv. II, Part. I, p. 233.

²⁾ Comparez la note 4 de la p. XXXIX de cet Avertissement.

par fuite, se réunissent, après la réfraction, au second foyer de la lentille, on aura évidemment $\varphi = h:f$ et l'on retrouve la formule (1).

C'est là, comme il semble ⁵⁾, la méthode suivie primitivement par Huygens pour la déduction de la formule (1). Il s'en sert également pour calculer le grossissement produit par une sphère en verre. En effet, dans la figure 31 de la p. 517, CE représente l'objet placé au foyer C de la sphère et les rayons dont il s'agit sont CKD, passant par le centre K, et EGHD. Or, le point essentiel dans l'exposition de Huygens, c'est que le rayon HD est parallèle à la ligne EK; on le voit immédiatement si l'on considère que le point E est le foyer de la sphère sur l'axe KE, et que, par conséquent, tous les rayons sortant du point E finiront par devenir parallèles à cet axe KE. La valeur de φ est donc égale à l'angle CKE sous lequel l'objet serait vu du centre K. La distance BC étant égale à la moitié du rayon R de la sphère ⁶⁾ (si l'on prend $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction), on aura $\varphi = \frac{2}{3} \frac{h}{R}$ et, par conséquent, d'après la formule (2):

$$(3) \quad g = \frac{2}{3} \frac{\omega}{R}.$$

Cette formule s'applique aux petites sphères de verre dont Huygens s'est servi si fréquemment dans ses observations microscopiques ⁷⁾ et dont il parle dans la Prop. XI (p. 521) en indiquant la manière de les fabriquer et de les enchâsser entre deux lamelles d'airain, dans lesquelles on a pratiqué de petits trous ⁸⁾. Seulement l'emploi de ces microscopes extrêmement simples est limité au cas où l'objet est regardé à la lumière transmise ⁹⁾; la petite distance CB (voir toujours la Fig. 31 de la p. 517) $= \frac{1}{2}R$ entre la sphère et le foyer ne permettant pas d'éclairer suffi-

³⁾ Comparez la p. 137, où l'on voit que Huygens avait commencé par évaluer cette distance à un pied (31 cm.).

⁴⁾ Voir la Prop. I, Liv. II, Part. I, p. 173.

⁵⁾ Voir la note 5 de la p. 514.

⁶⁾ Voir la Prop. XIII, Liv. I, Part. I, p. 79—81.

⁷⁾ Voir la p. CVII de cet Avertissement.

⁸⁾ Comparez pour plus de détails les pp. 683—685.

⁹⁾ Voir pour ce qui suit les pp. 517—519.

famment le côté de l'objet qui est tourné vers la boulette. Sous ce rapport les boulettes sont inférieures aux petites lentilles, auxquelles, pour avoir le même grossissement, on doit donner une distance focale égale à $\frac{3}{2}$ fois le rayon de la boulette ¹⁾. Dans le cas où l'épaisseur de ces lentilles pourrait être négligée, l'espace disponible pour l'éclairage, serait donc trois fois plus grand pour les petites lentilles, mais comme... il faut nécessairement leur laisser une certaine épaisseur, afin qu'elles ne deviennent pas incapables d'être maniées à cause de leur extrême petitesse et qu'elles ne prennent pas moins bien la forme sphérique" (p. 519), cet espace s'amointrit nécessairement. Toutefois, pour un cas extrême (représenté par la Fig. 33 de la p. 519), où l'épaisseur de la lentille est égale à $1\frac{1}{4}$ fois sa distance focale comptée depuis sa surface inférieure, il trouve que l'espace disponible sous la lentille est encore toujours le double de l'espace libre sous une boulette donnant le même grossissement ²⁾.

Huygens n'a pas négligé non plus de considérer l'étendue du champ et la netteté des images qu'on peut obtenir avec les microscopes simples. Quand on se sert d'une boulette il faut placer l'œil tout près du verre pour avoir le champ le plus vaste (p. 523) ³⁾. La netteté des images exige en général que les faisceaux lumineux qui partent des points de l'objet et sont admis dans l'œil soient suffisamment étroits par rapport aux rayons de courbure des lentilles ou boulettes. Quelquefois, quand on emploiera par exemple une loupe dont la distance focale n'est pas inférieure à un demi-pouce (1,3 cm.), la pupille de l'œil elle-même exclura des faisceaux trop larges (p. 531). Mais il faudra souvent se servir à cet effet d'un diaphragme convenablement placé ⁴⁾. Ainsi dans le cas des petites boulettes trouve-t-on grand avantage à placer un écran muni d'un petit trou à une certaine distance de l'objet, entre ce dernier et la source de lumière ⁵⁾.

Dans la Prop. XIII (p. 531) Huygens démontre que pour de petites lentilles, dont il est nécessaire de limiter les ouvertures, les diamètres de ces dernières doivent être proportionnels aux distances focales afin que les images soient également nettes. Pour autant que le degré de netteté dépende de l'aberration

¹⁾ Comparez les formules (1) et (3).

²⁾ Voir la note 4 de la p. 519.

³⁾ Voir encore l'article 6 de la p. 685.

⁴⁾ Voir la p. 521 et surtout la note 6 de cette page.

chromatique, cela se voit presque immédiatement à l'inspection des figures 36 et 37 de cette page 531. Elles représentent deux lentilles P et p ayant les foyers F et f pour les rayons rouges, B et b pour la lumière violette. L'objet se trouvant en F ou en f, et D ou d étant un point du bord l'ouverture, les angles $EDK = FDB$ ⁶⁾ et $edk = fdb$ seront respectivement les angles d'aberration qui déterminent, si l'œil est supposé sans aberration, les diamètres des cercles d'aberration sur la rétine et, par conséquent, le degré de netteté des images. Or, ces angles seront égaux si PD et pd sont proportionnels à PF et pf, car nous savons que $PF : FB = pf : fb$, et les figures DPBF et dpbf seront donc semblables.

Dans le texte de la Dioptrique Huygens ne s'occupe à cette occasion que de l'aberration chromatique. Il en est de même dans une annotation de 1684 que nous avons reproduite au § 2 de l'Appendice VIII (p. 624—625), mais à une époque postérieure, probablement en 1692, Huygens a ajouté à cette annotation la remarque „tout cecy convient aussi à l'aberration ancienne”.

En effet, les mêmes figures 36 et 37 (p. 531) peuvent servir quand on veut considérer l'aberration sphérique qui dans les lentilles fortement courbées prédomine sur l'autre ⁷⁾. Soient alors F et f les foyers des lentilles, et B et b les points où des rayons parallèles à l'axe, venant du côté de l'œil, rencontrent l'axe après leur passage par la loupe. Les rayons partant de F ou de f et passant par le centre de la lentille resteront parallèles à l'axe, c'est-à-dire qu'ils auront les directions des lignes DE et de; les rayons FD et fd, au contraire, qui passent par le bord de la lentille prendront les directions DK et dk qu'on obtient en prenant les angles EDK et edk égaux aux angles FDB et fdb ⁸⁾. Les angles $EDK = FDB$ et $edk = fdb$ seront donc de nouveau les angles d'aberration, et, si les lentilles P et p ont des figures semblables, il est clair que l'égalité de ces angles résultera de la similitude complète des figures DPBF et dpbf.

Huygens ne manque pas de parler aussi de la clarté qu'on obtient avec les deux lentilles représentées dans ces figures 36 et 37. Comme les angles DFP et dfp sont égaux, la quantité de lumière qu'un point de l'objet envoie vers la rétine fera la même dans les deux cas. La clarté de l'image fera donc inversement propor-

⁵⁾ Consultez encore les pp. 679 et 690.

⁶⁾ D'après la Prop. VI, p. 475, DK étant le rayon violet, parti du point F, après la réfraction par la lentille.

⁷⁾ Comparez encore le P. S. de la p. 625 et le § 5 de l'Appendice IX, p. 634.

⁸⁾ Voir toujours la Prop. VI, p. 475.

tionnelle au carré du grossissement, c'est-à-dire proportionnelle au carré de la distance focale (p. 531). En employant une lentille qui grossit beaucoup, on risquera donc toujours de rendre l'image trop obscure; on devra y parer en éclairant fortement l'objet, en concentrant par exemple à l'aide d'une lentille convergente la lumière qu'il reçoit.

À plusieurs reprises Huygens s'est occupé de la meilleure manière d'éclairer les objets; le lecteur qui voudra connaître ses idées sur ce sujet pourra consulter, quant à l'éclairage des objets transparents les références indiquées dans la note 6 de la p. 521, et pour l'éclairage des objets opaques le § 2 de l'Appendice VIII (p. 624—625) et le § 12 de l'Appendice X (p. 694—697). Il y verra, comme ailleurs, combien de peine Huygens s'est donnée pour faire ses observations microscopiques dans les conditions les plus favorables.

Nous avons déjà vu que l'usage de petites sphères est limité aux corps diaphanes qu'on voit à la lumière transmise et que pour l'observation des objets plus ou moins opaques on doit préférer les petites lentilles. Or, Huygens distingue nettement entre la manière dont se comportent ces deux espèces de corps. Un corps transparent „intercepte de la lumière mais n'en émet pas”, tandis que les points d'un objet opaque „rayonnent eux mêmes” (p. 522). Il veut dire que, lors même que les rayons qui éclairent un corps opaque sont contenus dans un faisceau peu divergent, la réflexion diffuse peut remplir un cône assez large, qu'il faudra limiter pour ne pas avoir une image trop confuse.

Cependant, en rétrécissant convenablement l'ouverture de la lentille, ce qu'on pourrait faire, si l'on avait à sa disposition une source de lumière suffisamment intense, on ferait libre de pousser le grossissement aussi loin qu'on le voudrait; „mais” comme Huygens le fait remarquer à la p. 533 „même ainsi nous n'avancons guère, parce que la largeur auprès de la pupille, c'est-à-dire celle du petit cylindre lumineux émanant de chaque point de l'objet, duquel nous avons parlé dans l'explication des télescopes et qui possède ici une largeur précisément égale à celle de l'ouverture, ne peut être diminuée de manière à devenir inférieure à $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ ligne; de sorte que de toutes façons un terme est posé

¹⁾ Parce que, d'après ce que Huygens se propose de démontrer dans sa théorie du microscope composé, „il existerait” (dans ce dernier genre de microscopes) „une progression pour ainsi dire infinie du grossissement si la petitesse des lentilles n'y faisait pas obstacle” (p. 533—535). Comparez les pp. CXXVI et CXXIX qui suivent.

à l'efficacité de ces petites lentilles". Il s'agit donc du même effet nuisible (celui de la diffraction) dont nous avons parlé aux p. C—CIV. Huygens en a compris toute l'importance aussi bien pour le microscope que pour le télescope. Il le mentionne comme une des raisons qui doivent faire préférer le microscope composé si on désirerait des grossissements toujours plus forts ¹⁾. Huygens en voit d'autres (p. 628) dans la „commodité de voir et d'esclairer à costè". De plus „les tres petites lentilles malaînement sont si bien formées que les moins petites". Toutefois, ce qui est bien curieux, il semble s'être servi du microscope composé seulement pour l'observation des corps opaques; les petites boulettes le satisfont pleinement pour celle des objets transparents. Il en donne les raisons dans un passage remarquable, annoté en marge dans le manuscrit de la Dioptrique ²⁾: „On doit se demander" dit-il „quelle est la raison pour laquelle on ne peut avoir avec les microscopes composés, qui montrent les couleurs des objets, un grossissement aussi fort que celui qu'on obtient avec les boulettes ou petites lentilles en observant les objet transparents. Pourquoi ne tournerait-on pas vers la lumière un microscope composé grossissant beaucoup avec une ouverture plus grande? Serait-ce parce qu'on ne fait pas former les lentilles assez exactement? Mais pourquoi chercher dans cette direction? Ces microscopes seraient plus obscurs à cause de la matière de la seconde lentille et des réflexions de la lumière. Et de plus la lentille inférieure est beaucoup plus grossière qu'une boulette de verre". Nous croyons pouvoir conclure de ce passage que c'étaient surtout les imperfections techniques de la fabrication des lentilles qui ont fait préférer à Huygens les microscopes simples à boulettes aux microscopes composés à lentilles.

Théorie de Huygens du microscope composé.

Nous avons vu aux p. CV—CVI quelle était probablement la disposition des lentilles dans les premiers microscopes composés des frères Huygens. Durant les années suivantes des microscopes composés de leur fabrique font quelquefois mentionnés dans les lettres qu'ils échangent ³⁾, mais avant l'année 1679 les rares renseignements qu'on y trouve sont insuffisants pour faire connaître la structure

²⁾ Voir la note 6 de la p. 527 du présent Tome.

³⁾ Voir les pp. 318 du T.V (avril 1665), 206, 213 et 219 du T. VI (avril, mai et juin 1668) et 64 (mars 1678) du T. VIII et consultez aussi la note 4 de la p. 88 de ce dernier Tome.

de ces instruments. Enfin, la Correspondance de l'année 1679 nous apporte le dessin d'un petit microscope qui doit servir à disséquer des insectes ou d'autres objets. Ce dessin est fait par Christiaan sur la marge d'une lettre de son frère Constantyn du 26 août 1679 ¹⁾ et répété à une échelle plus petite dans la réponse du 8 septembre 1679 ²⁾. Il y s'agit de perfectionner, au point de vue de l'éclairage et de la facilité du maniement, l'idée, émise par Constantyn dans la première lettre citée, de se servir d'un tel microscope „afin de . . separer de petites pieces ou de membres d'insectes, et autre choses que je veux observer et que l'on ne peut couper avec l'œil non armé". Quoique ces dessins soient peu détaillés, il nous semble évident qu'ils représentent des microscopes à deux lentilles construits d'après les mêmes principes que ceux dont nous parlerons bientôt.

De cette même année, ou d'un peu plus tôt, doit dater la description détaillée d'un microscope à trois lentilles, qu'on trouve au § 3 de l'Appendice X (p. 677). Dans ce microscope le faisceau de rayons partant d'un point donné de l'objet est converti à la sortie de l'oculaire en un faisceau de rayons parallèles et l'œil y est placé au lieu où se forme l'image de l'objectif; c'est-à-dire là où se trouve la pupille de sortie. Il paraît qu'on a affaire ici à un des microscopes dont les verres furent polis par la veuve Le Bas et à la construction duquel Huygens avait probablement pris part ³⁾.

En 1684, Huygens découvre les nouvelles règles pour la construction des télescopes, basées sur la considération de l'aberration chromatique ⁴⁾. Dès lors il était tout indiqué pour lui de tâcher d'établir une théorie analogue pour le microscope, c'est-à-dire de rechercher, en partant d'un microscope étalon, de quelle manière on devrait en changer les mesures pour obtenir, avec la même clarté et la même netteté des images, un grossissement plus fort. Mais ce nouveau problème était beaucoup plus difficile que l'autre, surtout parce que le faisceau de rayons émanant d'un point de l'objet ne pouvait pas, ainsi que dans le cas du télescope, être considéré comme un faisceau de rayons parallèles. Aussi Huygens ne s'est-il

¹⁾ Voir la p. 205 du T. VIII.

²⁾ Voir la p. 213 du T. VIII.

³⁾ Voir, sur la veuve Le Bas et sur les microscopes à 3 lentilles qu'elle vendait, la page 480 du T. VII et les pp. 202, 204 et 212 du T. VIII.

⁴⁾ Voir la p. XI de cet Avertissement.

pas mis à cette recherche avant l'année 1692 et même alors n'a-t-il pas complètement réuissi à ce propos, comme nous le verrons dans la suite ⁵⁾).

En attendant, il donne aux §§ 2 et 3 de l'Appendice VIII (p. 624—628) quelques calculs relatifs au microscope simple et au microscope composé qui datent de 1684. Ne se doutant pas encore que l'aberration sphérique joue un rôle tout autrement important dans le microscope que dans le télescope, Huygens n'y considère que l'aberration chromatique. Au § 3 il calcule l'aberration chromatique d'un microscope à 2 lentilles et la compare à celle d'un microscope simple ⁶⁾).

Lorsqu'il eut reconnu plus tard ⁷⁾ que l'aberration sphérique ne peut pas être négligée dans les microscopes, le problème devint encore beaucoup plus compliqué. Toutefois, en 1692, il en entreprit et en acheva la solution.

Les microscopes composés dont Huygens a donné alors la théorie consistent en deux verres planconvexes tournant l'un et l'autre leur surface plane vers l'objet ⁸⁾. L'œil étant supposé adapté à une distance infinie, l'objet doit avoir une position telle que l'image réelle formée par l'objectif se trouve au foyer de l'oculaire. La pupille de l'œil coïncidera avec la pupille de sortie de l'instrument quand on voudra avoir un champ de vision aussi étendu que possible. Si l'on désigne avec Huygens par b la distance de l'objet à l'objectif, par c la distance de cette lentille à l'image réelle, par d la distance focale de l'oculaire, et enfin par ω la distance de la vision distincte, le grossissement g fera donné par l'équation :

$$(4) \quad g = \frac{c\omega}{bd};$$

comme Huygens le démontre à la p. 529.

Dans la déduction des règles pour la construction de ces microscopes Huygens

⁵⁾ Voir les p. CXXVI—CXXXI.

⁶⁾ Nous n'insisterons pas ici sur les détails de ce calcul, que nous avons discutés dans les notes ajoutées à la Pièce en question.

⁷⁾ Voir, par exemple, le post-scriptum de la p. 625.

⁸⁾ Voir toutefois le § 3 de l'Appendice IX (p. 631—632) où il recommande l'emploi de lentilles biconvexes ayant l'un de leurs rayons de courbure six fois plus grand que l'autre, ce qui correspond au minimum de l'aberration sphérique; voir la p. 291.

compare continuellement deux instruments différents. Mais, pour en donner un résumé facilement intelligible, il nous semble préférable d'établir d'abord les formules générales, applicables à un instrument quelconque, pour les différentes grandeurs dont il s'agit. Ces grandeurs sont : le grossissement g , pour lequel nous avons déjà donné la formule (4), la clarté I , l'angle A de l'aberration, soit sphérique (A_s), soit chromatique (A_c), et enfin le diamètre D du faisceau émergent, ou bien, ce qui revient au même, celui de la pupille de sortie.

Si l'on désigne par a le rayon de l'ouverture de l'objectif, on a :

$$(5) \quad D = \frac{2ad}{c};$$

relation qu'on trouve immédiatement si l'on considère un rayon lumineux qui, partant du point où l'axe coupe l'objet, entre dans le microscope en un point de la périphérie de l'ouverture, et passe ensuite par le foyer de l'oculaire ²⁾.

Pour évaluer la clarté I il faut remarquer que la quantité de lumière qui entre dans le microscope peut être considérée comme proportionnelle à la surface S de l'objet et à celle de l'ouverture de l'objectif, et comme inversement proportionnelle au carré de la distance b ; elle peut donc être représentée ³⁾ par $\frac{a^2 S}{b^2}$ multiplié par une constante. Si la pupille de l'œil est plus grande que la pupille de sortie, toute cette quantité fera admise dans l'œil et contribuera à la vision. D'autre part la partie de la rétine occupée par l'image est proportionnelle à S et à g^2 . On peut donc poser :

$$(6) \quad I = \kappa \cdot \frac{a^2}{b^2 g^2}$$

ou bien :

$$(7) \quad I = \kappa \cdot \left(\frac{ad}{c\omega} \right)^2,$$

où κ est un facteur constant pour un même objet, illuminé de la même manière.

¹⁾ Comparez la p. 551, où l'expression $\frac{ad}{c}$ représente le rayon de la pupille de sortie.

²⁾ C'est-à-dire le rayon BDNI de la fig. 38 de la p. 535.

³⁾ À la rigueur l'angle solide du cône lumineux qui entre dans l'objectif, ayant son sommet

Il nous reste à calculer les angles d'aberration. À cet effet nous suivrons exactement le mode de raisonnement de Huygens, en nous servant de la figure 38 (p. 535) dans laquelle BPE est l'axe, PD l'objectif, $PO = e$ la distance focale, EZ l'oculaire, BX l'objet et N le foyer de l'oculaire. On aura donc d'après ce qui a été dit :

$$(8) \quad PD = a, PB = b, PN = c, NE = d, PO = e^4).$$

Lorsqu'il s'agira de l'aberration chromatique, nous nous figurerons que c'est pour les rayons rouges que N est en même temps l'image réelle du point B et le foyer de l'oculaire. Nous supposerons de plus que G est ce foyer pour les rayons violets et qu'un tel rayon, parti du point N et tombant sur la lentille PD, rencontre l'axe au point F. Nous poserons

$$(9) \quad PF = b_1, EG = d_1.$$

Lorsque, au contraire, nous voudrions étudier l'aberration sphérique, nous supposerons que, N étant toujours le foyer de l'oculaire, B est conjugué avec ce point par rapport à la lentille PD pour des rayons infiniment voisins de l'axe, tandis que DF fera la ligne suivie par un rayon provenant de N et atteignant l'objectif au point D du bord. Enfin G fera le point de rencontre avec l'axe pour un rayon RM parallèle à cette ligne et entrant dans l'oculaire au point M que nous déterminerons bientôt. Et nous nous servirons de nouveau des notations (8) et (9).

On voit que, dans les deux cas, $FB = b - b_1$ représente l'aberration longitudinale de l'objectif pour des rayons venant du point N, et $NG = d - d_1$, celle de l'oculaire pour des rayons incidents parallèles à l'axe et venant du côté V.

en un point de l'objet, et qui détermine la quantité en question si les rayons venant de ce point ont la même intensité dans toutes les directions, est proportionnel à la grandeur $1 - \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ qu'on peut remplacer par $\frac{1}{2} \frac{a^2}{b^2} - \frac{3}{8} \frac{a^4}{b^4} + \dots$ parce qu'on aura $b > a$. Nous avons supposé dans le texte que le rapport $a : b$ est suffisamment petit pour que cette expression se réduise à son premier terme. Du reste Huygens se sert souvent d'approximations analogues.

⁴⁾ On a donc dans le microscope étalon, décrit à la p. 549, en prenant pour unité de longueur celle d'un pouce (26,16 mm.) $a = \frac{1}{20}$, $b = \frac{7}{9}$, $c = 7$, $d = 2$, $e = \frac{7}{10}$.

Voici maintenant comment on détermine l'angle de l'aberration chromatique.

Comme la lumière violette peut suivre le chemin NDF, elle peut aussi se propager suivant FDN. Par conséquent, un rayon violet qui suit d'abord la ligne BD donnera lieu à un rayon réfracté DK d'une direction telle que l'angle NDK soit égal à l'angle BDF; cela résulte de la Prop. VI, p. 475.

On aura donc un rayon rouge DN et un rayon violet DK provenant du même point B de l'objet. Le premier entre dans l'oculaire au point I et en sort dans la direction de l'axe. Le second passe par l'oculaire au point M et est réfracté suivant une certaine ligne MS, dont on détermine la direction en remarquant que le rayon réfracté serait MR, parallèle à l'axe, si le rayon venait du point G, et que, par suite, l'angle SMR est égal à l'angle GMK ¹⁾. C'est cet angle $SMR = GMK$ qui détermine l'influence de l'aberration chromatique; en effet, la distance des points de la rétine où elle est frappée par les rayons rouges qui ont la direction de l'axe et par le rayon violet MS peut être considérée comme proportionnelle à l'angle SMR.

On peut faire un raisonnement tout à fait analogue quand on veut déterminer l'aberration sphérique. Il faut alors distinguer les rayons centraux sortant du microscope parallèlement à l'axe et les rayons périphériques qui prennent une direction différente. Or, comme la lumière peut se propager suivant NDF, elle peut également suivre le chemin FDN, d'où l'on peut conclure que la direction du rayon DK, provenant du rayon périphérique BD, est déterminée exactement comme dans le cas précédent. On trouve ainsi le point M, ce qu'il importe de remarquer parce que dans le cas présent la position de G dépend de celle de M. Ensuite, d'après la manière dont le point G a été défini, on peut dire qu'un rayon incident GM serait réfracté suivant MR, parallèle à l'axe. Par conséquent, si de nouveau on prend l'angle SMR égal à GMK, c'est la ligne MS qui indique la direction finale du rayon extrême BD et l'influence de l'aberration est de nouveau déterminée par l'angle SMR ou GMK.

C'est donc cet angle, pour lequel nous avons déjà choisi la notation A, qu'il faut calculer pour chacune des deux aberrations.

Or, on trouve facilement, en introduisant quelques simplifications qui sont permises tant que les rayons ne forment pas avec l'axe des angles trop grands,

¹⁾ Toujours d'après la Prop. VI, p. 475, déjà citée.

et en traitant comme infiniment petites les grandeurs qui proviennent des aberrations :

$$\begin{aligned} \angle \text{KDN} &= \angle \text{BDF} = \frac{a(b-b_1)^2}{b^2}, \\ \text{NK} &= \text{PN} \times \angle \text{KDN} = \frac{ac(b-b_1)}{b^2}, \\ (10) \quad \angle \text{NMK} &= \frac{\text{NK}}{\text{NE}} = \frac{ac(b-b_1)}{b^2 d}. \end{aligned}$$

Reste à calculer l'angle NMG. On a d'abord, si la ligne DN prolongée rencontre la lentille oculaire au point I :

$$\text{EI} = \frac{ad}{c},$$

$$\text{MI} = \frac{c+d}{c} \times \text{NK} = \left(1 + \frac{d}{c}\right) \frac{ac(b-b_1)}{b^2}.$$

Si donc nous posons :

$$(11) \quad \text{ME} = s,$$

on aura :

$$(12) \quad s = \frac{ad}{c} + \left(1 + \frac{d}{c}\right) \frac{ac(b-b_1)}{b^2},$$

et nous trouvons en fin de compte :

$$(13) \quad \angle \text{NMG} = \frac{s(d-d_1)}{d^2},$$

ou bien :

$$(14) \quad \angle \text{NMG} = \frac{a(d-d_1)}{cd} + \frac{ac(b-b_1)(d-d_1)}{b^2 d^2} + \frac{a(b-b_1)(d-d_1)}{b^2 d},$$

et enfin :

$$\begin{aligned} (15) \quad \angle \text{GMK} &= \angle \text{NMK} + \angle \text{NMG} = \frac{ac(b-b_1)}{b^2 d} + \frac{a(d-d_1)}{cd} + \\ &+ \frac{ac(b-b_1)(d-d_1)}{b^2 d^2} + \frac{a(b-b_1)(d-d_1)}{b^2 d}. \end{aligned}$$

²⁾ Puisqu'on a : $2\Delta \text{BDF} = \text{BD}^2 \times \angle \text{BDF} = \text{DP} \times \text{BF}$ et, par suite : $b^2 \times \angle \text{BDF} = a(b-b_1)$.

Après ces calculs préparatoires il fera facile de comprendre la portée des théorèmes de Huygens.

La Prop. XIV (p. 535—543) nous apprend que, lorsqu'un microscope quelconque est donné, on peut, en conservant la lentille oculaire, trouver un autre microscope plus court, dont le grossissement et la clarté de l'image sont les mêmes tandis que la vision est plus nette ou bien le grossissement et la netteté les mêmes et la clarté plus grande. Huygens démontre qu'il suffira pour obtenir le premier de ces avantages de diminuer dans le même rapport la distance focale e de l'objectif, le rayon a de l'ouverture et la distance b de l'objet à l'objectif.

En effet, on constate facilement que, quelle que soit l'aberration qu'on a en vue, la proportionnalité des valeurs de e , a et b dans les deux instruments qu'il s'agit de comparer entraîne celle de ces grandeurs avec b_1 et c . Les formules (4) et (7) ¹⁾ montrent que le grossissement g et la clarté I ne changent pas. Il en est de même de la largeur D ²⁾ du faisceau émergent, comme Huygens ne manque pas de le faire remarquer ³⁾, mais l'angle NMK, qui est déterminé par l'équation (10) diminue dans le même rapport que les longueurs indiquées. Quant à l'angle NMG, déterminé par l'équation (13), on peut remarquer d'abord que la grandeur s , définie par la formule (12), se compose de trois parties $\frac{ad}{c}$, $\frac{ac(b-b_1)}{b^2}$ et $\frac{ad(b-b_1)}{b^2}$

dont la première et la dernière restent constantes, tandis que la seconde diminue. La somme s devient donc plus petite, et il en est de même de l'angle NMG, parce que la différence $d-d_1$ reste constante dans le cas de l'aberration chromatique et diminue dans celui de l'aberration sphérique à cause de la diminution de $ME = s$ ⁴⁾. En somme on voit que l'angle d'aberration $SMR = GMK = NMK + NMG$ est devenu plus petit, en même temps que la longueur $c + d$ du microscope; mais si l'on préfère une augmentation de clarté, on peut, en sacrifiant en partie ou entièrement l'avantage de la plus grande netteté, agrandir un peu l'ouverture $2a$ de l'objectif et obtenir en même temps une plus grande largeur D du faisceau émergent ³⁾.

¹⁾ Voir les p. CXV—CXVI de cet Avertissement.

²⁾ Voir la formule (5) de la p. CXVI.

³⁾ Voir la p. 543 du présent Tome.

⁴⁾ Voir toujours la fig. 38 de la p. 535.

Jusqu'ici nous avons maintenu dans l'expression (15) tous les termes qui représentent les grandeurs dont il est question dans la discussion de la Prop. XIV par Huygens, et nous avons pu démontrer l'exactitude de cette Proposition en suivant de très près son raisonnement. Or, dans les Propositions qui suivent, Huygens néglige les termes qui proviennent de l'angle NMG, ce qui veut dire qu'il considère l'aberration causée par l'oculaire comme négligeable par rapport à celle qui dérive de l'objectif⁵⁾. Nous commencerons par admettre cette simplification, sauf à examiner plus loin jusqu'à quel point elle peut être acceptée.

Nous attribuons donc à l'angle d'aberration la valeur :

$$(16) \quad A = \frac{ac(b-b_1)}{b^2d}.$$

Or, dans la Fig. 42 de la p. 559, où DP représente l'objectif, B la place occupée par l'objet, O le foyer, $OH = e - e_1$ l'aberration longitudinale pour des rayons parallèles à l'axe et $BF = b - b_1$ l'aberration des rayons partant du point N, on a :

$$\angle FDB : \angle HDO = (b - b_1) : (e - e_1) = b^2 \angle FDB : e^2 \angle HDO.$$

Dans le cas de l'aberration chromatique les angles FDB et ODH peuvent être considérés comme égaux d'après le Lemme 1 de la p. 551. On en déduit $\frac{b - b_1}{b^2} = \frac{e - e_1}{e^2} = \frac{\eta}{e}$, et l'on trouve donc :

$$(17) \quad A_c = \frac{\eta ac}{de}.$$

Au contraire, dans le cas de l'aberration sphérique, l'égalité des angles FDB et ODH ne peut pas être admise puisque le Lemme 3 de la p. 561, qui correspond pour l'aberration sphérique au Lemme 1 que nous venons de citer, a besoin d'une correction que nous avons indiquée dans la note 4 de cette p. 561. En

⁵⁾ Voir p. e. les pp. 547, 555, 563, 571, 581 et 647; mais on remarquera qu'on ne trouve nulle part, dans le texte de la Dioptrique, ni dans les Appendices, une démonstration satisfaisante de ce qu'il est permis de négliger l'angle NMG par rapport à l'angle NMK dans le microscope étalon et dans ceux que Huygens en déduit.

tenant compte de la différence des notations, employées ici et dans cette note, on peut écrire :

$$(18) \quad \angle \text{FDB} = \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right) \angle \text{HDO},$$

où la valeur de

$$(19) \quad \lambda = \frac{(33R_1 - 7R_2)(R_1 + R_2)}{27R_1^2 + 6R_1R_2 + 7R_2^2},$$

dépend de la grandeur des rayons de courbure R_1 et R_2 des surfaces sphériques de la lentille objective, R_1 appartenant à la surface qui est ici tournée vers l'œil. Il en résulte :

$$(20) \quad A_s = \frac{ac(e - e_1)}{e^2 d} \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right);$$

mais on fait que l'aberration sphérique longitudinale $(e - e_1)$ d'une lentille d'épaisseur δ est approximativement égale à $\varepsilon_1 \delta$, où ε_1 est un coefficient qui dépend de la forme de la lentille, prenant, par exemple, une valeur égale à $\frac{7}{6}$ dans le cas d'une lentille planconvexe tournant sa convexité du côté de l'œil ¹⁾.

Appliquant en outre la formule (6) de la p. LVIII ²⁾, en y posant $n = \frac{3}{2}$, on trouve facilement :

$$(21) \quad A_s = \frac{\varepsilon_1 a^3 c}{e^3 d} \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right),$$

où ε_1 et λ sont déterminés par la forme de l'objectif.

Nous pouvons maintenant résumer le contenu des Prop. XV (p. 543) et XVIII (p. 569) où Huygens montre comment on peut faire en sorte qu'en diminuant la longueur du microscope on obtienne un grossissement plus fort, tout en conservant la même clarté et la même netteté, ainsi que la même largeur du faisceau

¹⁾ Voir la p. 287 du présent Tome.

²⁾ Dans les notations employées ici cette formule s'écrit : $\delta = \frac{a^2}{2(n-1)e}$.

émergent, et la même valeur du rapport de b à c , c'est-à-dire de BP à PN ³⁾.

Il s'occupe d'abord (Prop. XV, p. 543—551) de l'aberration chromatique. Or, on voit facilement que si les distances b et c changent dans le même rapport il en fera de même de la distance focale e de la lentille DP, puisqu'on a :

$$(22) \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{e}.$$

Par conséquent, si l'angle d'aberration A_c ne change pas de valeur, cela exige, d'après la formule (17), qu'il en soit de même du rapport de a à d . De plus, comme la clarté doit demeurer la même, il faudra, d'après la formule (7) de la p. CXVI, que $\frac{ad}{c}$ reste constant. Cela assure en même temps que le diamètre de la pupille de sortie ne variera pas ⁴⁾. Mais si $\frac{a}{d}$ et $\frac{ad}{c}$ doivent rester constants, c doit varier proportionnellement au carré de a ou de d , et de même b et e . Quant au grossissement $g = \frac{c\omega}{bd}$ ⁵⁾, il variera dans le rapport inverse de d ; c'est-à-dire dans le rapport inverse de la racine carrée de c . On voit donc qu'on peut en effet obtenir de cette manière un grossissement plus fort avec une longueur $c+d$ plus petite, et que, si l'on distingue par un accent les valeurs qui se rapportent au microscope plus court, les relations qui existent entre les grandeurs appartenant aux deux microscopes peuvent être exprimées par les formules de transformation :

$$(23) \quad a' = ka; b' = kb; c' = kc; d' = kd; e' = ke; g' = k^{-1}g; \\ D' = D; I' = I; A'_c = A_c \text{ } ^6).$$

Nous ajoutons que d'après la formule (21) on aura alors :

$$(24) \quad A'_s = k^{-2}A_s;$$

³⁾ Voir toujours la Fig. 38 de la 535.

⁴⁾ Voir la formule (5) de la p. CXVI.

⁵⁾ Voir la formule (4) de la p. CXV.

⁶⁾ De la même manière la transformation dont il s'agit dans la Prop. XIV (voir la p. CXX) se résume comme il suit :

$$a' = ka; b' = kb; c' = kc; d' = d; e' = ke; g' = g; D' = D; I' = I; A_c = kA_c; A'_s = kA_s.$$

mais cette formule nous montre qu'on ne peut pas poursuivre indéfiniment la „progression des microscopes” de plus en plus puissants et de plus en plus courts, qu'on obtiendrait par l'application des formules (23). Huygens s'en est aperçu. En effet, après avoir trouvé (p. 565) que dans un microscope déduit du microscope étalon, en posant $k = \frac{1}{2}$, l'angle de l'aberration sphérique est à peu près égal à 20', il ajoute: „Par conséquent, cet angle fera lui aussi à peine assez grand pour nuire; de sorte que l'effet obtenu avec un microscope de ce genre fera excellent. Mais si nous construisons, d'après la formule de la règle trouvée plus haut, des microscopes encore plus courts et plus grossissants, cet angle d'aberration croîtra toujours; et cette cause empêche donc que, en nous basant sur cette règle, nous puissions augmenter indéfiniment la puissance des microscopes”.

Pour contrôler cette affirmation et pour trouver la valeur minimum de k qu'on puisse admettre, nous calculerons d'abord l'angle de l'aberration sphérique dans le microscope étalon de Huygens, dont nous avons indiqué les dimensions dans la note 4 de la p. CXVII.

À cet effet nous observons que la lentille DP ¹⁾ était dans les microscopes de Huygens une lentille planconvexe tournant sa surface plane vers l'objet ²⁾, qui se trouve en B. Dans ces circonstances on a $\epsilon_1 = \frac{7}{6}$ ³⁾; $\lambda = -1$ ⁴⁾ et l'on trouve facilement $A_s = \frac{11}{6720} = 5'38''$; ce qui correspond assez bien avec la valeur 5'8'' trouvée par Huygens ⁵⁾, si l'on prend en considération qu'il a négligé le facteur $1 - \frac{\lambda e}{c} = \frac{11}{10}$.

Cet angle de 5', ou d'un peu plus, est trop petit pour nuire d'une manière sensible à la netteté de l'image. Huygens s'en assure en retournant l'objectif de manière à tourner sa surface sphérique vers l'objet ⁶⁾. L'aberration sphérique

¹⁾ Voir toujours la Fig. 38 de la p. 535.

²⁾ Voir la p. 561.

³⁾ Voir la p. 287.

⁴⁾ Voir la formule (19) de la p. CXXII, où l'on doit substituer $R_2 = \infty$.

⁵⁾ Voir la p. 563.

⁶⁾ Consultez les p. 563—565.

⁷⁾ D'après le calcul de Huygens, qui néglige le facteur $\left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right)$, le rapport des angles d'aber-

doit devenir alors, d'après le calcul de Huygens, à peu près quatre fois plus grande⁷⁾ et l'angle A_s fera donc porté à 20' environ; toutefois il peut à peine observer une diminution de la netteté. Il en conclut que non seulement un angle de 5', mais même un angle de 20', peut être toléré, et cela malgré la circonstance que l'angle de l'aberration chromatique s'y ajoute encore.

Suivant notre calcul plus complet, on aurait après le retournement de l'objectif $\varepsilon_i = \frac{9}{2}$, $\lambda = \frac{11}{9}$; ce qui conduit à $A_s = \frac{79}{15680} = 17'19''$. On voit donc que, dans l'application des formules (23), on ne peut pas, en partant du microscope étalon, prendre k beaucoup plus petit que $\frac{1}{2}$, et que ce fait est reconnu par Huygens. C'est pourquoi, pour obtenir des grossissements plus forts, il a recours dans la Prop. XVIII, p. 569—575, à d'autres règles, qu'il déduit cette fois de la considération de l'aberration sphérique.

En effet, si l'on admet, comme plus haut⁸⁾, la proportionnalité des grandeurs b , c et e dans les deux microscopes, la condition que la clarté et l'angle d'aberration sphérique⁹⁾ doivent rester constantes exige qu'il en soit de même des expressions $\frac{ad}{c}$ et $\frac{a^3c}{e^3d}$ et, par conséquent, aussi de leur produit $\frac{a^4}{e^3}$. On satisfait à cette dernière condition en posant $a' = k^3a$, $e' = k^4e$; ce qui entraîne $b' = k^4b$, $c' = k^4c$ et enfin, à cause de la valeur constante de la clarté, $d' = kd$, d'où l'on déduit les nouvelles formules de transformation :

$$(25) \quad \begin{aligned} a' &= k^3a; b' = k^4b; c' = k^4c; d' = kd; e' = k^4e; g' = k^{-1}g; \\ D' &= D; I' = I; A'_c = k^2A_c; A'_s = A_s. \end{aligned}$$

Comme on le voit, la condition que le diamètre de la pupille de sortie¹⁰⁾ ne varie pas, condition d'ailleurs équivalente à celle de la conservation de la clarté, est réalisée elle aussi par la nouvelle transformation. Il semble donc qu'on pourrait

ration serait de $\frac{9}{2}$ (voir la p. 285) à $\frac{7}{6}$, c'est-à-dire de 27 à 7. En prenant en considération

la valeur différente dans les deux cas du facteur mentionné, on trouve 237 à 77.

⁸⁾ Voir la p. CXXIII de cet Avertissement.

⁹⁾ Voir les formules (7), p. CXVI, et (21), p. CXXII.

¹⁰⁾ Voir la formule (5), p. CXVI.

obtenir à l'aide de cette transformation, comme Huygens le dit ¹⁾, „une progression pour ainsi dire infinie du grossissement, si la petitesse des lentilles n'y faisait obstacle, laquelle devient bientôt telle que nous ne pouvons ni leur donner des formes sphériques parfaites ni nous en servir assez aisément, attendu qu'elles finissent par échapper même aux regards”. Mais il est clair que tout dépend de l'exactitude des expressions (17) et (21) pour A_c et A_s , dans lesquelles nous avons omis les termes qui proviennent de l'angle NMG; c'est-à-dire de l'aberration causée par l'oculaire. Examinons donc jusqu'à quel point cette omission est permise.

Nous commencerons par déterminer, pour le cas de l'aberration chromatique, le rapport des termes dans A_c , que nous avons omis, à celui que nous avons pris en considération, ou, ce qui revient au même ²⁾, le rapport des angles NMG et NMK.

On trouve facilement pour ce rapport ³⁾:

$$(26) \quad \frac{\angle NMG}{\angle NMK} = \frac{b^2(d-d_1)}{c^2(b-b_1)} + \frac{d-d_1}{d} + \frac{d-d_1}{c},$$

formule qui s'applique aux deux aberrations.

Dans le cas de l'aberration chromatique on a, comme nous avons vu ⁴⁾:

$$\frac{b-b_1}{b^2} = \frac{e-e_1}{e^2} = \frac{\eta}{e}; \quad d-d_1 = \eta d.$$

On en déduit:

$$(27) \quad \frac{\angle NMG}{\angle NMK} = \frac{de}{c^2} + \eta + \frac{d}{c}\eta.$$

¹⁾ Voir le dernier alinéa de la p. 533 du présent Tome.

²⁾ Voir la p. CXXI de cet Avertissement.

³⁾ Voir les formules (10) et (14) de la p. CXIX.

⁴⁾ Voir la p. CXXI.

⁵⁾ Comparez la note 2 de la p. XCVIII.

⁶⁾ Voir pour les dimensions de ce microscope la note 4 de la p. CXVII.

⁷⁾ Celle représentée par les formules (23) de la p. CXXIII.

⁸⁾ Voir la p. CXXV.

Pofant $\eta = \frac{1}{50}$ ⁵⁾, on trouve pour le microscope étalon ⁶⁾:

$$(28) \quad \frac{(\angle \text{NMG})_{\text{étalon}}}{(\angle \text{NMK})_{\text{étalon}}} = \frac{19}{350},$$

et pour ceux qu'on en déduit à l'aide de la première transformation ⁷⁾:

$$(29) \quad \frac{\angle \text{NMG}}{\angle \text{NMK}} = \frac{1}{50} + \frac{6}{175} k^{-1}.$$

Or, puisque Huygens n'a pas l'intention de pousser à l'aide de cette transformation la réduction des dimensions des microscopes beaucoup plus loin que jusqu'à celle qui correspond à la valeur $k = \frac{1}{2}$ ⁸⁾, on peut en conclure que l'omission des termes dépendant de l'angle NMG est justifiée dans ce cas.

Quant à la seconde transformation (25), elle donne:

$$(30) \quad \frac{\angle \text{NMG}}{\angle \text{NMK}} = \frac{1}{50} + \frac{6}{175} k^{-3};$$

mais on doit observer que par cette transformation l'angle NMK diminue dans le rapport de 1 à k^2 ⁹⁾. Il faut donc plutôt comparer la valeur de l'angle NMG dans le microscope plus court à celle de l'angle NMK dans le microscope étalon, valeur que l'expérience a fait connaître comme admissible. On a alors:

$$(31) \quad \frac{\angle \text{NMG}}{(\angle \text{NMK})_{\text{étalon}}} = \frac{1}{50} k^2 + \frac{6}{175} k^{-1},$$

ce qui montre déjà qu'on ne peut pas diminuer indéfiniment la valeur de k ; mais nous découvrirons dans l'aberration sphérique un obstacle beaucoup plus sérieux à la „progression indéfinie du grossissement” que Huygens suppose possible avec cette seconde transformation.

⁹⁾ Voir la formule (10) de la p. CXIX, où $\frac{b-b_1}{b^2} = \frac{e-e_1}{e^2} = \frac{\eta}{e}$; comparez la p. CXXI.

Dans le cas de l'aberration sphérique, dont nous allons traiter maintenant, on a :

$$(32) \quad \frac{b-b_1}{b^2} = \frac{\epsilon_1 a^2}{e^3} \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right)^1; d-d_1 = \epsilon_2 \delta_2 = \frac{\epsilon_2 s^2}{d^2},$$

où δ_2 représente l'épaisseur mathématique³⁾ de la lentille oculaire quand on lui attribue la demi-largeur $ME = s$. De plus, ϵ_2 est un facteur qui dépend de la forme de la dite lentille, et l'on a d'après la formule (12) de la p. CXIX :

$$(33) \quad s = \frac{ad}{c} + \left(1 + \frac{d}{c}\right) \frac{ac(b-b_1)}{b^2} = \frac{ad}{c} + \left(1 + \frac{d}{c}\right) \frac{\epsilon_1 a^3 c}{e^3} \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right);$$

λ étant déterminée, suivant la formule (19), p. CXXII, par les rayons de courbure des surfaces de l'objectif.

On a donc, en substituant les valeurs de $\frac{b-b_1}{b^2}$ et $d-d_1$ dans la formule (26) :

$$(34) \quad \frac{\angle NMG}{\angle NMK} = \frac{\epsilon_2 e^3 s^2}{\epsilon_1 a^2 c^2 d \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right)} + \frac{\epsilon_2 s^2}{d^2} + \frac{\epsilon_2 s^2}{cd}.$$

Si maintenant on calcule la valeur de s dans les microscopes qu'on déduit du microscope étalon par chacune des deux transformations, on trouve, en posant

$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \frac{7}{6}, \lambda = -1$ ⁴⁾, dans le cas de la première transformation⁵⁾ :

$$(35) \quad s = \frac{1}{70} + \frac{11}{3360} k^{-1} + \frac{11}{11760} k^{-2},$$

et dans celui de la seconde⁶⁾ :

$$(36) \quad s = \frac{1}{70} + \frac{11}{3360} k + \frac{11}{11760} k^{-2}.$$

Or, pour les instruments dérivés du microscope étalon par la première transformation l'équation (34) peut s'écrire :

$$(37) \quad \frac{\angle NMG}{\angle NMK} = \frac{14}{11} s^2 k^{-1} + \frac{7}{24} s^2 k^{-2} + \frac{1}{12} s^2 k^{-3}.$$

¹⁾ Comparez le dernier alinéa de la p. CXXI.

²⁾ Comparez les considérations sur la valeur de $e - e_1$ qu'on trouve à la p. CXXII.

³⁾ Comparez la p. LIII.

⁴⁾ Voir le troisième alinéa de la p. CXXIV.

En substituant dans cette formule $k = \frac{1}{2}$, et à s la valeur correspondante 0,0246 qu'on obtient à l'aide de la formule (35), on trouve:

$$\frac{\angle \text{NMG}}{\angle \text{NMK}} = 0,00149.$$

De la même manière ce quotient est trouvé égal à 0,00920 pour $k = \frac{1}{3}$. Il est donc évident qu'il n'y a rien qui s'oppose à l'emploi de la première transformation jusqu'à la limite indiquée par Huygens⁵⁾, du moins lorsqu'on applique cette transformation à des microscopes qui ne sont pas trop différents du microscope étalon de Huygens.

Dans le cas de la deuxième transformation la formule (37) doit être remplacée par l'équation:

$$(38) \quad \frac{\angle \text{NMG}}{\angle \text{NMK}} = \frac{14}{11} s^2 k^{-3} + \frac{7}{24} s^2 k^{-2} + \frac{1}{12} s^2 k^{-1}.$$

Or, si dans cette équation on substitue successivement $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{6}$ à k , et à s les valeurs correspondantes qu'on déduit de la formule (36), on trouve pour le quotient des angles NMG et NMK: dans le premier cas 0,155, dans le deuxième 0,627 et dans le troisième 2,196. Cela nous apprend que déjà pour $k = \frac{1}{6}$ la somme des trois derniers termes de l'expression (15), p. CXIX, qui ont été négligés, dépasse considérablement le premier terme de cette expression, le seul qui ait été pris en considération par Huygens. Il en résulte qu'on ne pourrait guère obtenir par la seconde transformation qu'un grossissement un peu plus que cinq fois plus fort que celui du microscope étalon (qui grossit 36 fois) sans une diminution sensible de la netteté des images; ce qui est bien loin de la „progrression pour ainsi dire infinie du grossissement” supposée par Huygens. Il est vrai d'ailleurs que déjà pour $k = \frac{1}{3}$ la lentille objective devient d'une petitesse extraordinaire puisque la distance focale est proportionnelle à la quatrième et le diamètre de son ouverture à la troisième puissance de k .

⁵⁾ Voir les formules (23), p. CXXIII.

⁶⁾ Voir les formules (25), p. CXXV.

⁷⁾ Voir la p. CXXV.

Ajoutons enfin que nous n'avons trouvé aucune indication que Huygens ait jamais essayé de mettre en pratique les résultats des considérations théoriques qui précèdent; c'est-à-dire, qu'il ait jamais construit en réalité des microscopes dérivés de son microscope étalon d'après l'une ou l'autre des deux transformations.

Il nous faut dire encore quelques mots à propos du facteur $\left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right)$ qu'on rencontre dans la formule (20) de la p. CXXII, et qui a été négligé par Huygens. Comme celui-ci ne connaissait pas la formule générale de l'aberration longitudinale des rayons émanant d'un point quelconque de l'axe ¹⁾, il lui était impossible de déterminer avec exactitude la différence $b - b_1$ dans le cas de l'aberration sphérique. Il s'est tiré d'affaire en admettant après quelque hésitation ²⁾, la proportion :

$$(39) \quad (b - b_1) : (e - e_1) = b^2 : e^2$$

qui est vraie pour l'aberration chromatique ³⁾, et qu'il croyait pouvoir démontrer aussi pour l'aberration sphérique ⁴⁾, du moins dans le cas, qui se présente dans le microscope, où b est peu différent de e ⁵⁾.

Nous avons signalé dans la note 4, p. 559 ⁶⁾, l'erreur qui s'est glissée dans cette démonstration et nous avons montré plus haut à la p. CXXII de cet Avertissement comment cette erreur est corrigée par l'introduction du facteur en question dans les formules (20) et (21). Il en résulte que, même dans le cas où l'objet se trouve tout près du foyer, le calcul de Huygens ne conduit pas à un résultat bien exact, puisque la présence de ce facteur augmente la valeur de A_s , calculée d'après la formule (21), dans le rapport de 10 à 11 lorsque la lentille

¹⁾ Comparez les pp. LXIII, LXXIV et LXXV.

²⁾ Aux §§ 13 et 14 de l'Appendice IX (p. 652—653), Huygens admet implicitement la relation $b - b_1 = e - e_1$; dans une remarque qu'on rencontre vers la fin du § 19 du même Appendice (p. 662), il mentionne la proportion $(b - b_1) : (e - e_1) = b : e$, mais cela semble provenir d'une inadvertance.

³⁾ Voir le lemme 1 de la p. 551 du présent Tome. Nous avons vu à la p. CXXI de cet Avertissement que ce lemme entraîne nécessairement la proportion (39).

⁴⁾ Voir le lemme 2 de la p. 559.

⁵⁾ Voir l'annotation citée dans l'avant-dernier alinéa de la note 7 de la p. 556.

⁶⁾ Voir aussi la note 7 de la p. 556.

⁷⁾ Voir les §§ 7 (p. 637) et 17 (p. 656) de l'Appendice IX. Le théorème nous apprend que lorsqu'on intervertit les deux lentilles d'un microscope composé, de telle manière que leur distance mutuelle reste la même et qu'elles tournent le même côté vers l'objet, le grossissement

objective tourne sa surface plane vers l'objet, et qu'elle la réduit dans le rapport de 90 à 79 lorsque cette lentille est dans la position inverse.

Or, il est curieux de constater que Huygens lui-même n'a pas manqué de découvrir la défectuosité de sa démonstration. Cela résulte du § 19 (p. 661—662) de l'Appendice IX. Huygens y montre d'une façon ingénieuse que le théorème de l'égalité des angles de deux rayons, avant et après la réfraction par un prisme très aigu, n'est pas suffisamment exact pour justifier l'application qu'il en a faite dans sa démonstration. Il prouve à cet effet, par un exemple particulier, que ce théorème peut induire en erreur, quand on l'emploie pour le calcul de l'aberration sphérique d'un faisceau de lumière partant d'un point de l'axe situé à distance finie, en supposant connue l'aberration près du foyer.

C'est à cette occasion qu'il se résout à ne pas admettre dans sa Dioptrique un théorème sur les effets de l'interversion des lentilles oculaire et objective dans un microscope composé⁷⁾; théorème dont la démonstration lui semble devoir

ne change pas; mais que, dans le cas où, comme Huygens le suppose toujours, la distance focale de l'oculaire excède celle de l'objectif, les deux aberrations sont plus fortes dans le microscope interverti. Pour apprécier l'exactitude de ce théorème nous représenterons par a', b', c', d', e' les grandeurs qui correspondent dans le microscope interverti aux grandeurs a, b, c, d, e du microscope primitif. On a alors $d' = e, e' = d, c' = c + d - e$. Ensuite les relations $\frac{1}{c+d-e} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{d}$ et $\frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{1}{e}$ nous donnent $b' = \frac{d(c+d-e)}{c-e} = \frac{bd(c+d-e)}{ce}$.

Enfin la conservation de la clarté exige $a' : b' = a : b$; par conséquent : $a' = \frac{ad(c+d-e)}{ce}$.

On en déduit, en négligeant l'aberration causée par l'oculaire :

$$g' = \frac{c'\omega}{b'd'} = \frac{c\omega}{bd} = g; A'_c = \frac{\eta a' c'}{d' e'} = \frac{\eta a (c+d-e)^2}{ce^2} = \frac{d}{e} \times \left(\frac{c+d-e}{c} \right)^2 A_c;$$

$$A'_s = \frac{s_1 a'^3 c'}{e'^3 d'} \left(1 - \frac{\lambda e'}{c'} \right) = \frac{s_1 a^3 (c+d-e)^4}{c^3 e^4} \left(1 - \frac{\lambda d}{c+d-e} \right) = \\ = \frac{d}{e} \left(\frac{c+d-e}{c} \right)^3 \left(1 + \frac{(d-e)(1-\lambda)}{c-\lambda e} \right) A_s.$$

La première de ces relations nous fait connaître l'égalité du grossissement; proposition dont nous avons donné, à l'exemple de Huygens, une démonstration plus élégante dans le dernier alinéa de la note 4 de la p. XXXIX. La deuxième relation amène $A'_c > A_c$, pour $d > e$.

Pour obtenir la troisième on a dû s'occuper du facteur $\left(1 - \frac{\lambda e}{c} \right)$ dont la valeur n'est pas la même dans les deux cas et que Huygens ne savait pas calculer. Toutefois on peut remarquer que, quand on considère d et e comme petits par rapport à c , l'inégalité $A'_s > A_s$ résulte immédiatement de la présence du facteur $\frac{d}{e}$. De plus pour $\lambda = -1$ (valeur qu'on doit

dépendre de la proportion (39) dont l'exactitude lui paraît maintenant douteuse. Il maintient au contraire les Prop. XV et XVIII, concernant la construction de microscopes plus puissants, déduits du microscope étalon ¹⁾, parce que la démonstration de ces propositions peut être rendue indépendante de la proportion (39) en appliquant le „Theorema demonstrandum” du § 15 de l'Appendice IX (p. 654) dont il ne semble pas mettre en doute la justesse ²⁾. Et nous avons vu, en effet, que le facteur $(1 - \frac{\lambda e}{c})$ n'a pas d'influence sur les formules de transformation (23) et (25) puisque sa valeur ne change pas par ces transformations.

Dans la dernière des propositions de la Dioptrique (la Prop. XIX, p. 577) Huygens s'affranchit d'une restriction qu'il s'est imposée dans les propositions précédentes, à savoir de la condition que le rapport $\frac{b}{c}$ des distances PB ³⁾ et PN de l'objectif à l'objet et à l'image réelle soit maintenu constant.

En premier lieu il considère comme données les valeurs de la distance focale $EN = d$ de la lentille oculaire, du grossissement g , de la clarté I et de l'angle A_c d'aberration chromatique et il se propose d'en déduire la distance focale e de l'objectif, la position de cette lentille, c'est-à-dire les distances b et c , et le rayon a de son ouverture.

Pour déterminer ces inconnues, nous avons les quatre équations suivantes ⁴⁾:

$$(40) \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{e}; \quad \frac{c\omega}{bd} = g^5); \quad \kappa \left(\frac{ad}{c\omega} \right)^2 = 1^6); \quad \frac{\eta ac}{de} = A_c^7).$$

De la première et de la deuxième on déduit facilement: $\frac{c}{e} = \frac{dg + \omega}{\omega}$; ensuite la quatrième donne a , la troisième c et la deuxième b ; de cette manière on trouve:

choisir dans le cas où les deux lentilles sont des verres planconvexes (tournant leur surface plane vers le bas) tous les facteurs par lesquels A_c est multiplié surpassent l'unité.

¹⁾ Par les formules de transformation (23) (p. CXXIII) et (25) (p. CXXV).

²⁾ Voir, pour plus de détails, la note 8 de la p. 663.

³⁾ Voir toujours la Fig. 38 de la p. 535.

⁴⁾ Toujours en négligeant avec Huygens l'aberration qui est causée par l'oculaire.

⁵⁾ Voir la formule (4), p. CXV.

⁶⁾ Voir la formule (7), p. CXVI.

⁷⁾ Voir la formule (17), p. CXXI.

$$(41) \quad PO = e = \frac{d^2 \omega A_c}{\eta (dg + \omega)^2} \sqrt{\frac{\kappa}{I}}; \quad PB = b = \frac{d \omega A_c}{\eta g (dg + \omega)} \sqrt{\frac{\kappa}{I}}; \quad PN = \\ = c = \frac{d^2 A_c}{\eta (dg + \omega)} \sqrt{\frac{\kappa}{I}}; \quad DP = a = \frac{d \omega A_c}{\eta (dg + \omega)^8}.$$

Ces formules montrent de nouveau que, pour autant qu'elles restent applicables, on peut augmenter le grossissement en diminuant les dimensions de l'objectif. Huygens en déduit encore (p. 579) qu'on ne peut pas gagner beaucoup sous ce rapport par un changement de la distance focale de l'oculaire. Il le démontre à l'aide d'une formule, qu'on obtient en éliminant le facteur $(dg + \omega)$ entre les deux premières formules (41). Dans nos notations cette formule s'écrit :

$$(42) \quad b^2 = \frac{e \omega A_c}{\eta g^2} \sqrt{\frac{\kappa}{I}}.$$

Elle fait voir qu'en augmentant le grossissement g sans que la distance focale e change de valeur, on obtiendrait bientôt des valeurs de b plus petites que e , surtout parce que dans le microscope étalon b n'est déjà pas plus grand que $\frac{10}{9} e$. Or, une valeur de b plus petite que e n'est pas admissible.

³⁾ Pour montrer la conformité de ces formules avec celles données par Huygens aux p. 577—579 de la Prop. XIX, nous écrirons avec des accents les lettres qu'il introduit, toutes les fois que cela sera nécessaire pour ne pas confondre ses notations avec les nôtres. Or, dans cette proposition Huygens représente la distance focale de l'objectif par y , la distance BP de l'objet à cette lentille par x , le grossissement donné par $\frac{\omega}{g}$, l'angle d'aberration donné par $\frac{s'}{\omega}$; en outre il suppose $\eta = \frac{1}{50}$. Quant à la clarté, pour la mesurer il introduit le rapport

des angles ZVE et DBP, qu'il désigne par $\frac{\omega}{g}$. L'angle ZVE n'est autre chose que la grandeur apparente sous laquelle l'objet BX est vu au travers du microscope, il a donc la valeur $\frac{gh}{\omega}$, où h représente la grandeur linéaire de l'objet. Comme d'autre part l'angle DBP est égal à $\frac{a}{b}$, on a $\frac{bgh}{a\omega} = \frac{\omega}{g}$; c'est-à-dire $\frac{a}{b} = \frac{gg'h}{\omega^2}$, et, par suite, d'après la formule (6) de la p. CXVI, $I = \kappa \frac{g'^2 h^2}{\omega^4}$. Les substitutions à faire pour introduire dans les formules (43) les

notations de Huygens sont donc les suivantes: $e = y$; $b = x$; $g = \frac{\omega}{g}$; $A_c = \frac{s'}{\omega}$; $\sqrt{\frac{\kappa}{I}} = \frac{\omega^2}{g'h}$.

À l'aide de ces substitutions on vérifie aisément l'identité de la première et de la dernière des formules (41) à celles des pp. 577 et 579.

Cette argumentation est irréfutable, mais elle ne montre pas d'une manière convaincante ce qui arrive lorsqu'on augmente le grossissement sans changer la distance focale de la lentille objective. Pour élucider ce point, nous partirons plutôt de la première formule (41), en l'écrivant :

$$(43) \quad e = \frac{\omega A_c}{n \left(g + \frac{\omega}{d} \right)^2} \sqrt{\frac{n}{I}}.$$

On voit alors que si l'on veut maintenir constante la valeur de e , le facteur $g + \frac{\omega}{d}$ ne doit pas varier. Ainsi, pour obtenir un grossissement plus fort avec la même clarté et la même valeur de A_c , on doit nécessairement *augmenter* la distance focale de l'oculaire; mais si nous représentons par g_0 et par d_0 les valeurs de g et de d dans le microscope étalon, le grossissement ne pourra jamais surpasser, pour des valeurs positives de d , la valeur $g_0 + \frac{\omega}{d_0}$ ¹⁾.

Voyons encore ce qui arrive, lorsqu'on approche indéfiniment de la limite $g = g_0 + \frac{\omega}{d_0}$. Alors d devient infiniment grand (comme aussi $PN = c$), la valeur de $PB = b$ devient égale à celle de $PO = e$, et $DP = a$ prend la valeur limite finie: $\frac{\omega A_c}{n \left(g_0 + \frac{\omega}{d_0} \right)}$.

Or, dans le microscope étalon de Huygens ²⁾, on a $d_0 = 2$ pouces, $g_0 = 36$, tandis qu'il suppose $\omega = 8$ pouces ³⁾. On ne pourrait donc, en partant de ces données, obtenir avec une lentille oculaire convexe un grossissement g plus grand qu'à peu près 40, et cela encore seulement en donnant au microscope des dimensions impraticables.

Ajoutons encore que, pour pouvoir appliquer les formules (41) à des exemples numériques, on doit commencer par calculer pour un microscope étalon les valeurs

¹⁾ Pour des valeurs négatives de d les formules (43) conduisent à un système de lentilles qui ne fonctionnerait pas de la manière désirée, comme il est facile de s'en convaincre.

²⁾ Voir la note 4 de la p. CXVII de cet Avertissement.

³⁾ Voir la p. CVIII.

des grandeurs constantes qu'on rencontre dans ces formules. Si nous prenons, à l'exemple de Huygens, pour ce microscope celui dont les dimensions sont indiquées dans la note 4 de la p. CXVII, nous avons (en supposant toujours

$$\omega = 8, \eta = \frac{1}{50}):$$

$$(44) \quad A_c = \frac{\eta ac}{de} = \frac{1}{200}; \sqrt{\frac{\kappa}{1}} = \frac{c\omega}{ad} = 560;$$

ce qui donne:

$$(45) \quad PO = c = \frac{1120}{\left(g + \frac{8}{d}\right)^2}; PB = b = \frac{1120}{g\left(g + \frac{8}{d}\right)}; PN = c = \\ = \frac{140d}{\left(g + \frac{8}{d}\right)}; DP = a = \frac{2}{\left(g + \frac{8}{d}\right)}.$$

Pour $g = 36, d = 2$, on retrouve ainsi, en effet, les dimensions du microscope étalon, et pour $g = 72, d = 1$, celles de l'instrument qui en est dérivé à la p. 548.

Les formules trouvées (41) sont plus générales que la règle dont il est question dans la Prop. XV (p. 543) et que nous avons résumée dans les formules de transformation (23) de la p. CXXIII. Elles peuvent servir à leur tour pour la détermination des dimensions d'un nouveau microscope plus grossissant qu'un instrument donné et équivalent à ce dernier au point de vue de la netteté et de la clarté des images. Mais elles cessent d'être applicables dès que l'aberration sphérique devient trop sensible. Elles doivent alors être remplacées par d'autres qui peuvent être considérées comme une extension des formules de transformation (25).

Pour les déduire on doit remplacer la dernière des formules (40) par une autre qui se rapporte à l'aberration sphérique, c'est-à-dire, on doit résoudre les équations:

$$(46) \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{e}; \frac{c\omega}{bd} = g; \kappa \left(\frac{ad}{c\omega}\right)^2 = 1; \frac{\varepsilon_1 a^3 c}{e^3 d} \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right) = A_5^4)$$

par rapport aux inconnues e, b, c et a .

4) Voir la formule (21) de la p. CXXII.

Cette résolution ne présente aucune difficulté; les trois premières équations nous font connaître les rapports de c , b et a à e , et la quatrième la valeur de e . De cette manière on trouve :

$$(47) \left\{ \begin{array}{l} PO = e = \frac{d^4 \omega A_s}{(dg + \omega)^4 \varepsilon_1 \left(1 - \frac{\lambda \omega}{dg + \omega}\right)} \left(\sqrt{\frac{\kappa}{I}}\right)^3; PB = b = \frac{dg + \omega}{dg} e = \\ \quad = \frac{d^3 \omega A_s}{g(dg + \omega)^3 \varepsilon_1 \left(1 - \frac{\lambda \omega}{dg + \omega}\right)} \left(\sqrt{\frac{\kappa}{I}}\right)^3; \\ PN = c = \frac{dg + \omega}{\omega} e = \frac{d^4 A_s}{(dg + \omega)^3 \varepsilon_1 \left(1 - \frac{\lambda \omega}{dg + \omega}\right)} \left(\sqrt{\frac{\kappa}{I}}\right)^3; DP = a = \\ \quad = \frac{dg + \omega}{d} \sqrt{\frac{I}{\kappa}} e = \frac{d^3 \omega A_s}{(dg + \omega)^3 \varepsilon_1 \left(1 - \frac{\lambda \omega}{dg + \omega}\right)} \frac{\kappa}{I} \end{array} \right.$$

Pour arriver à des applications numériques Huygens suppose, cette fois encore, que la clarté et l'angle d'aberration sont les mêmes que dans le microscope étalon, mentionné plus haut. Dans ce cas on doit substituer dans les formules (47) :

$$(49) \quad \omega = 8, \varepsilon_1 = \frac{7}{6}, \lambda = -1, A_s = \frac{\varepsilon_1 a^3 c}{e^3 d} \left(1 - \frac{\lambda e}{c}\right) = \frac{11}{6720}; \sqrt{\frac{\kappa}{I}} = \frac{c\omega}{ad} = 560.$$

¹⁾ Pour comparer ces formules à celles communiquées par Huygens à la p. 581 et déduites par lui au § 23, p. 670—672, on doit d'abord poser $e = \frac{7}{6}$ et omettre partout le facteur $\left(1 - \frac{\lambda \omega}{dg + \omega}\right)$, ignoré par Huygens; ensuite on doit faire les substitutions $e = y$, $b = x$, $g = \frac{\omega}{q}$, $A_s = \frac{s'}{\omega}$, $\sqrt{\frac{\kappa}{I}} = \frac{\omega \sqrt[3]{\omega}}{\sqrt[3]{g'h}}$. Quant à la dernière de ces substitutions (les autres étant analogues à celle de la note 8 de la p. CXXXIII) on la trouve en remarquant que, pour obtenir une mesure de la clarté, Huygens pose cette fois $\frac{LZVE}{LDPB} = \frac{\sqrt[3]{\omega}}{\sqrt[3]{g'h}}$; d'où l'on déduit successivement $\frac{bg'h}{a\omega} = \frac{\sqrt[3]{\omega}}{\sqrt[3]{g'h}}$; $\frac{a}{b} = \frac{g\sqrt[3]{g'h}}{\omega \sqrt[3]{\omega}}$; $I = x \frac{(\sqrt[3]{g'})^2 h^2}{\omega^2 (\sqrt[3]{\omega})^2}$ (d'après la formule (6) de la p. CXVI); $\sqrt{\frac{\kappa}{I}} = \frac{\omega \sqrt[3]{\omega}}{\sqrt[3]{g'h}}$.

Il est évident que la théorie assez compliquée du microscope composé, que nous venons d'analyser, ne pouvait pas avoir d'avenir. Elle perdait tout son intérêt dès que, par l'invention des lentilles achromatiques et par les perfectionnements de la théorie et de la technique de la dioptrique, on avait appris à corriger presque entièrement les défauts dus aux aberrations chromatique et sphérique.

C'est pourquoi à titre historique nous nous bornerons à signaler qu'on trouve un résumé très précis et très clair de cette dernière partie de la Dioptrique de Huygens dans l'ouvrage de Robert Smith que nous avons déjà mentionné plus d'une fois ²⁾. Toutefois Smith n'a pas suffisamment approfondi les démonstrations de Huygens pour en découvrir les points faibles. Il a accepté le Lemme 2 de la p. 559 ³⁾ sans y apporter la correction qu'il aurait été à même de calculer parce que, comme nous l'avons vu, il connaissait la formule générale que Huygens ignorait ⁴⁾; il ne s'est pas non plus posé la question jusqu'à quelle limite il est permis de négliger, comme il le fait à l'exemple de Huygens ⁵⁾, l'aberration sphérique de l'oculaire dans la série de microscopes de plus en plus grossissants déduite à l'aide de la transformation (25); série dont il admet avec Huygens l'efficacité jusqu'à l'infini si la limite dépendant de la petitesse des lentilles n'y faisait pas obstacle ⁶⁾.

Recherches sur la profondeur du champ du microscope.

Il y a encore, concernant le microscope, un dernier sujet, touché par Huygens, qu'on ne s'attendrait peut-être pas à rencontrer dans un manuscrit du dix-septième siècle. Nous parlons de l'incommodité éprouvée dans les très forts

²⁾ Voir la note 2 de la p. XLIV et la p. LXXIV. Ajoutons que les Prop. VII et VIII de Smith (p. 270 et 271 de son ouvrage) correspondent aux Prop. XV (p. 543) et XVIII (p. 569) de Huygens. De même les Prop. IX et X de Smith (p. 272 et 274) correspondent respectivement aux parties de la Prop. XIX (p. 577) de Huygens où celui-ci traite de l'aberration chromatique et de l'aberration sphérique.

³⁾ Comparez le Coroll. 4 de la p. 270 de l'ouvrage de Smith avec la formule (21) de la p. CXXII de cet Avertissement.

⁴⁾ Voir les p. LXXIV—LXXVII.

⁵⁾ Comparez les articles 699 et 700 de la p. 267 de l'ouvrage de Smith.

⁶⁾ „Mr. Huygens found that his microscope would bear this inversion” [le retournement de la lentille objective]. „But if we try to magnify much more by this proposition” [la transformation (23)] „the aberrations by the figure will still increase and put a stop to this process; which nevertheless might be continued to infinity by the following proposition, as this excellent Author” [Huygens] „has observed, but for the practical difficulty of making the object-glasses so small as are requisite for that purpose” (p. 271 de l'ouvrage de Smith).

grossissements qu'une petite différence dans la distance a une si grande influence sur la netteté de l'image que, quand on voit distinctement la surface supérieure d'un cheveu étendu sous le microscope, les parties médianes à côté se montrent d'une manière confuse; incommodité qui empêche aussi d'utiliser ces grossissements extrêmes" ¹⁾).

Le passage que nous venons de citer est de 1684, mais nous avons vu que, déjà en avril 1668, Huygens avait attiré l'attention de son frère Constantyn sur cet inconvénient ²⁾. Il reprend le même sujet vers 1690 et le projet de rédaction de la Dioptrique de l'année 1692 nous montre que l'idée lui était venue de le traiter systématiquement dans cet ouvrage ³⁾. Malheureusement il n'a pas même donné un commencement d'exécution à cette idée; de sorte que nous ne possédons que deux Pièces peu achevées qui contiennent quelques calculs se rapportant à ce sujet.

La première de ces Pièces ⁴⁾ date de 1684, c'est-à-dire d'une époque à laquelle Huygens n'avait pas encore développé sa théorie générale du microscope composé, fondée sur la considération des deux aberrations. Huygens y compare deux microscopes donnant le même grossissement et possédant des oculaires à distances focales égales, tandis que la distance focale de l'objectif et les distances de l'objet et de l'image réelle à cette lentille sont doublées dans le microscope le plus long ⁵⁾.

Dans ces conditions il calcule l'effet d'un petit déplacement d de l'objet dans la direction de l'axe sur la position de l'image réelle formée par l'objectif. Il le trouve égal dans les deux cas si on néglige une quantité de l'ordre de d^2 ⁶⁾.

¹⁾ Voir la p. 687 du présent Tome.

²⁾ Voir le passage de la lettre à Constantyn, cité à la p. CVI de cet Avertissement.

³⁾ Voir, à la p. 772 de la Pièce „De Ordine in Dioptriciis nostris servando”, la phrase: „fortasse et de distinctionis profunditate”.

⁴⁾ Voir le § 10, p. 687—689, de l'Appendice X.

⁵⁾ Voir les Fig. 15 et 16 de la p. 689. On y a $DK = 2 DC$; $KV = 2 CP$; $VN = PM$.

⁶⁾ Le résultat était à prévoir à cause de la similitude des parties inférieures des deux microscopes, d'où il s'ensuit que si un déplacement d de l'objet détermine dans le plus court des deux un déplacement d' de l'image, un déplacement $2d$ doit dans le plus long causer un déplacement $2d'$, par conséquent (si on néglige de petites grandeurs d'un ordre plus élevé), un déplacement d doit conduire à un déplacement d' dans le microscope plus long aussi bien que dans le microscope plus court.

⁷⁾ Voir la p. 688.

Il en conclut qu'en doublant la distance focale de l'objectif d'un microscope (en conservant le même grossissement) „il n'y a rien à gagner pour avoir une distinction avec profondeur" 7).

L'autre Pièce 8), de 1690, traite d'un cas aussi spécial. Cette fois c'est la comparaison des effets de deux microscopes simples, dont l'un est une boulette sphérique 9) et l'autre une petite lentille. Et cette comparaison conduit Huygens à la conclusion suivante 10) : „J'ai voulu examiner ici si une petite lentille ne vaut pas mieux qu'une boulette sphérique aussi dans ceci qu'elle souffre plus facilement une plus grande dimension de l'objet dans la direction de l'axe; mais à cet égard elle surpasse à peine la boulette de quoi que ce soit" 11).

Observations microscopiques de Huygens.

Nous avons reproduit dans l'Appendice XI (p. 698—732) les comptes rendus par Huygens de ses nombreuses observations microscopiques des infusoires, des bactéries, des spermatozoïdes et de quelques autres objets microscopiques.

On y lira avec intérêt les notes scientifiques dans lesquelles des savants aussi compétents que M. M. W. Beijerinck et M. N. H. Swellengrebel 12) ont tâché d'identifier les organismes observés par Huygens. À ces notes et au résumé donné par Huygens lui-même, qu'on trouve aux p. 523—527 du présent Tome 13), nous n'ajouterons ici que quelques remarques générales que nous devons pour la plus grande partie à M. Swellengrebel.

On a déjà vu 14) que l'intérêt de Huygens pour l'examen microscopique des infusions de poivre et d'autres substances a été éveillé par les communications qu'il avait reçues au sujet des observations de Leeuwenhoek, mais, une fois qu'il se met à l'œuvre, il se fait connaître comme un microscopiste encore plus minutieux et plus capable que Leeuwenhoek lui-même. Cela se montre surtout

8) Voir, au § 11 de l'Appendice X, les p. 692—694.

9) Voir sur ces boulettes les p. CVI—CVII de cet Avertissement.

10) Consultez à propos de cette conclusion la note 14 de la p. 693.

11) Voir la p. 692.

12) Comparez la note 3 de la p. 702.

13) Voir aussi les lettres échangées en 1678 et 1679 entre Christiaan Huygens et son frère Constantyn aux pp. 65, 92, 124, 125, 130, 131, 204, 205 et 213 du T. VIII.

14) Voir la p. CVI de cet Avertissement.

dans les figures qu'il donne avec une grande profusion. Elles sont souvent si détaillées qu'on peut deviner le genre ou l'espèce qu'il a observé.

Comme M. Beijerinck l'a démontré récemment ¹⁾ d'une façon si convaincante, Leeuwenhoek a vu et décrit des bactéries bien avant l'année 1683 qu'on désigne ordinairement comme l'époque de sa première découverte de ces organismes. En vérité il les a rencontrées sous ses microscopes dès le commencement de ses observations en 1675. De même, Huygens n'a pas tardé à les apercevoir. C'est surtout pendant la première série, de 1678 à 1680, de ses observations qu'il en a décrit et dessiné plusieurs espèces différentes, tandis que dans la seconde série, de 1692, son attention s'est portée plus exclusivement sur l'anatomie des infusoires et sur la manière dont ces animalcules se comportent.

À propos des recherches sur ces derniers organismes nous mentionnons la description des mouvements des cils orales d'un infusoire du genre *Oxytricha* (p. 722) et celle de l'anatomie externe des Vorticelles (p. 716 et 727) dont il a vu probablement les formes libres (p. 718 et 729) et la division (p. 730). Il a observé de même la division (p. 703 et 704) et aussi la conjugaison (p. 711 et 713) d'autres infusoires, et il a dessiné bien exactement la forme extérieure des Rota-toires, où la présence d'une palpe dorsale ne lui a pas échappé (p. 728 et 731 ²⁾).

Ce qu'il y a d'ailleurs de plus intéressant peut-être dans ces manuscrits, ce sont les idées et les expériences de Huygens sur l'origine des organismes de ses infusions. Il s'y montre un adversaire convaincu de la génération spontanée. „Il feroit estrange” dit-il (p. 725—726) „que le poivre, le gingembre, et ces queues de fleurs, engendrassent tous les mêmes animaux. C'est pourquoy il est plus probable qu'ils viennent de l'air attiré par l'odeur”.

Pour vérifier cette hypothèse il ferme une de ses fioles, qui contiennent les infusions, „d'une pièce de chamois liée sur le col; pour voir s'il y naîtra des animaux” (p. 718). La première fois, en juin 1679, cette expérience n'a pas le résultat qu'il en attend. Après deux jours des organismes paraissent dans la fiole fermée ainsi que dans celle qu'il avait laissée ouverte, quoique en moindre quantité; une semaine plus tard „il y avoit dans la fiole fermée aussi bien que dans

¹⁾ Voir la note 3 de la p. 702 du présent Tome.

²⁾ Voir encore, sur la découverte de la viviparité de l'*Anguillula aceti*, les pp. 525 et 700, sur une observation à propos de la distribution inégale des infusoires dans l'infusion, la p. 711, et sur une hypothèse ingénieuse mais fautive sur la manière dont le mouvement des infusoires est produit, la p. 710.

l'ouverte de ces grands animaux qui courroient tres vifte et des grands a queue, outre quantité de mediocres et une infinité d'anguilles" (p. 719). Il en est autrement dans des expériences faites en 1692. Une „eau de poivre qui avoit esté couverte et enfermée d'un cuir de chamois" depuis plus de trois semaines contenait à peine „quelque chose de vivant" et Huygens ajoute „cela peut avoir entré par les pores du chamois" (p. 730). Le jour suivant il y découvre „grande quantité de tres petits a grand peine visibles. qui peut estre avoient passé a travers le chamois" ³⁾).

De plus, Huygens a fait quelques expériences sur l'influence de la chaleur et du froid sur les organismes des infusions. Après avoir laissé geler de l'eau de poivre dans une petite fiole, il voit revenir „les petits animaux" deux jours après le dégel; mais ayant mis une telle fiole dans de l'eau bouillante il ne retrouve rien de vivant après trois jours (p. 716—717).

Quant à la technique suivie dans les observations microscopiques, nous avons déjà dit (p. CXIII) que Huygens se servait presqu'exclusivement du microscope simple. Il en est de même pour Leeuwenhoek, mais avec cette différence que Leeuwenhoek employait des petites lentilles taillées par lui-même ⁴⁾, tandis que Huygens préférait les boulettes, dont il avait étudié si assidûment, vers 1677, la

³⁾ Dans le résumé de ses observations microscopiques (p. 525) il s'exprime bien plus positivement, lorsqu'il dit: „Mais lorsque le vase est fermé, il n'en apparaît aucun". Probablement il n'avait en vue alors que les organismes plus grands, auxquels on réserve maintenant le nom d'„infusoires". Voir d'ailleurs, dans la note 5 de la p. 525, l'interprétation donnée par M. Beijerinck à ces expériences avec des fioles fermées.

⁴⁾ Voici ce qu'on trouve sur les microscopes de Leeuwenhoek aux p. 403—404 de l'ouvrage de Smith cité dans la note 2 de la p. XLIV: „Mr. Leeuwenhoek on the contrary in all his observations..made little or no use of any other microscopes but single ones, as we are informed by our worthy Vice-President Martin Folkes Esquire, in the account he has given us of Mr. Leeuwenhoek's legacy to the Society of 26 of these microscopes..„These microscopes are all single consisting each of a small double convex-glass, let into a socket, between two silver plates riveted together and pierced with a small hole. The object is placed on a silver point or needle, which by means of skrews of the same metal, provided for that purpose, may be turned about, raised or depressed, and brought nearer or put farther from the glass, as the eye of the observer, the nature of the object, and the convenient examination of its several parts may require. Mr. Leeuwenhoek fixed his objects, if they were solid, to this silver point with glew; and when they were fluid or of such a nature as not to be commodiously viewed unless spread upon glass, he first fitted them on a little plate of talk, or excessively thin-blown glass; which he afterwards glewed to the needle in the same manner as his other objects"".

fabrication et l'arrangement pratique ¹⁾). Il ne s'est pas donné moins de peine pour obtenir une bonne illumination des objets transparents qu'il observait à travers ses microscopes ²⁾), et il est curieux de faire remarquer à ce propos que Huygens est peut-être le premier microscopiste qui se soit aperçu des avantages que l'éclairage à fond noir peut présenter quelquefois ³⁾).

LES COMPLÉMENTS À LA DIOPTRIQUE.

Premier Complément. Projets divers de rédaction de la Dioptrique, ou de ses parties.

Nous avons réuni dans ce premier Complément à la Dioptrique les projets de rédaction ou de révision de cet ouvrage que nous avons trouvés dans les manuscrits. Ces projets ont déjà été utilisés dans l'Aperçu de la genèse de la Dioptrique ⁴⁾), qui constitue le début de cet Avertissement, et dans l'historique et l'analyse de plusieurs des sujets traités ⁵⁾). Qu'il suffise donc ici de quelques mots pour signaler les Pièces les plus importantes qu'on trouve dans ce Complément : premièrement (p. 738—745) „le projet du Contenu de la Dioptrique”, de 1673, écrit peu de temps après la découverte de la théorie ondulatoire de la lumière et qui donne l'ébauche d'un ouvrage contenant en même temps la matière de la présente Dioptrique et celle du Traité de la lumière, à l'exception de l'expli-

¹⁾ Voir la p. CVII de cet Avertissement.

²⁾ Comparez la p. CXII.

³⁾ La première fois le 14 mars 1678 (voir la p. 699), quand il a pu observer à l'aide de ce genre d'illumination le mouvement assez rapide des organismes contenus dans une mince pellicule surnageant l'infusion, „on apercevait” écrit-il „ce mouvement par le scintillement de ces animalcules, parce que dans certaines positions ils luisaient, mais dans d'autres bien moins. En se tournant directement vers la lumière on ne voit presque aucun mouvement, mais on l'aperçoit quand la lumière tombe d'à côté”. Ensuite, le 17 septembre de la même année, il annote (p. 710). „Je regardois tous ces animaux non pas directement contre la lumière mais en détournant un peu le microscope, ce qui les fait paroître sur un fond noir. On decouvre mieux par ce moyen les moindres animaux ayant vie, et l'on distingue aussi mieux les parties des grands”.

⁴⁾ Voir les p. X—XI de cet Avertissement.

⁵⁾ Voir la note 3 de la p. LXXXVIII (systèmes de lunettes), la note 4 de la p. XC (distorsion des images), les p. XCVI—XCVII (grandeur de l'aberration chromatique) et enfin la p. CXXXVIII (profondeur du champ sous le microscope).

cation de la double réfraction, qu'alors il n'avait pas encore trouvée. Ensuite nous mentionnons le „Commencement du traité de ma Dioptrique en François que j'avois dessein de joindre au Traité de la Lumière" (p. 754—770), de 1690, et enfin la Pièce „De Ordine in Dioptriciis nostris servando", de 1692, qui contient les idées de Huygens sur une révision projetée de sa Dioptrique, telles qu'il les avait formées à la même époque où il composait et rédigeait la dernière partie de sa Dioptrique, c'est-à-dire celle dans laquelle il traite de la théorie du microscope composé.

Il avait alors abandonné l'idée d'employer la langue française dans la nouvelle rédaction de sa Dioptrique. Il se proposait d'y maintenir la langue latine dans laquelle son manuscrit avait été commencé (en 1652) et poursuivi, et dont il faisait d'ailleurs se servir avec facilité et élégance. Or, il est curieux d'observer de quelle manière il se préparait à cette tâche. En effet, on trouvera aux dernières pages (p. 781—782) du Complément, qui nous occupe ici, toute une série de mots latins et de bouts de phrases qui constituent comme un répertoire d'expressions latines variées, concernant la science de la Dioptrique. Évidemment ces expressions devaient servir à faciliter la rédaction de l'ouvrage projeté, en y évitant une trop grande monotonie dans les locutions.

Deuxième Complément. Conformation de l'œil et théorie de la vision.

On doit à l'admiration de Huygens pour „la construction de l'œil et la manière dont se fait la vision" quelques pages d'une haute éloquence. On les rencontre dans une Pièce intitulée: „De l'œil et de la vision", dont la première rédaction date probablement de 1670⁶⁾. Cette Pièce resta inédite jusqu'en 1908, lorsqu'elle fut publiée par Straub⁷⁾. Il nous serait difficile de nous abstenir d'en citer ici plusieurs passages, si nous ne pensions pas que le lecteur préférera les lire en entier aux p. 797—799 du présent Tome⁸⁾.

Nous nous bornerons donc, dans ce qui suit, à indiquer les principaux sujets de l'optique physiologique ou psychologique dont Huygens s'est occupé, en y

⁶⁾ Voir la note 2 de la p. 791 du présent Tome.

⁷⁾ Voir la note 2 de la p. 788 et le dernier alinéa de la note 2 de la p. 791.

⁸⁾ On trouve des passages de la même portée mais beaucoup moins étendus aux pp. 133—135, 744—745 et 756.

joignant quelques remarques dont nous sommes en grande partie redevables à feu Manuel Straub, le regretté professeur d'ophtalmologie de l'Université d'Amsterdam.

Déjà la figure (p. 131) dessinée par Huygens dans la première Partie de la Dioptrique ¹⁾, qui représente une coupe méridienne de l'œil, est remarquablement exacte quant à la forme générale et la disposition des détails. Plus tard, dans la Pièce „De l'œil et de la vision” ²⁾, Huygens a pu utiliser les mesures prises, en sa présence, en février 1667, par le médecin Jean Pecquet ³⁾. Il est dommage que nous ne connaissions pas les méthodes, dans lesquelles Huygens a eu probablement sa part, qui furent employées dans cette „ophtalmométrie”. Les résultats obtenus prouvent qu'elles avaient été bien choisies.

Dans la première Partie de la Dioptrique et de même dans l'article „De l'œil et de la vision” on rencontre la description d'un œil simplifié formé par deux hémisphères de différents rayons ⁴⁾. La surface de l'un de ces hémisphères représente la cornée, celle de l'autre la rétine ⁵⁾. Or il est curieux de remarquer la grande ressemblance de cet œil simplifié, projeté par Huygens, avec l'œil réduit bien connu de Listing ⁶⁾. Chez tous les deux les surfaces réfringentes de l'œil sont remplacées par une seule surface sphérique de telle manière que le centre de cette surface (le point M de la figure 99, p. 128 du présent Tome) correspond au point K de Listing ⁷⁾ dans lequel il a réuni, pour obtenir la simplification qu'il cherchait, les deux points nodaux très voisins de l'œil réel, tandis que le point E de la figure de Huygens correspond au point F de Listing. De plus, puisqu'ils supposent tous les deux que l'intérieur de l'œil factice est rempli d'un liquide dont l'indice de réfraction est égal à $\frac{4}{3}$, il arrive que le rapport des distances du centre M aux deux points focaux, dont l'un se trouve en E et l'autre en avant du point B à une distance égale à ME, est le même dans les

¹⁾ Comme nous l'avons exposé aux p. III et IV de cet Avertissement, la „Pars Prima” de la Dioptrique, qui constituait primitivement un „Tractatus de refractione et telescopijs”, fut achevée en 1653 et il n'y a, ni dans l'état du manuscrit, ni autrement, aucune raison de supposer que la partie consacrée à la description de l'œil (p. 129—135) serait d'une date postérieure.

²⁾ Voir les figures des pp. 789, 790, 794, 795 et 796.

³⁾ Voir les p. 787—790 du présent Tome.

⁴⁾ Voir les pp. 129—131 et 793—794.

⁵⁾ D'après Huygens la choroïde, où il supposait plutôt le siège de la vision; voir la p. 795.

⁶⁾ Voir les p. 16—18 de l'ouvrage cité dans la note 4 de la p. XXV de cet Avertissement.

⁷⁾ Voir la Fig. 11 de la planche I de l'ouvrage de Listing.

deux constructions, qui, par conséquent, présentent une similitude géométrique complète.

Toutefois les deux inventions avaient chacune un but différent. Celle de Listing devait faciliter les calculs et les constructions des oculistes, celle de Huygens avait pour objet l'étude des dispositions qui font de l'œil réel un instrument d'optique si merveilleux. Ainsi, par exemple, la mesure absolue du rayon MB ⁷⁾ n'importe pas à Huygens, tandis que chez Listing elle est choisie de manière à donner des résultats autant que possible applicables à l'œil réel. D'autre part Listing ne s'occupe guère de la situation du diaphragme formé par la pupille, dont les avantages sont discutés par Huygens à l'aide de son œil simplifié.

En 1691 Huygens a imaginé un œil schématique d'une façon différente ⁸⁾. Il conserve à la surface antérieure de cet œil, qui représente la cornée, sa forme sphérique, mais il donne à sa surface postérieure la forme d'une surface de révolution, dont il apprend à construire la courbe méridienne, point par point, de manière qu'elle reçoive les images des objets très éloignés, formées par les faisceaux de rayons qui après leur réfraction par la surface antérieure, passent par une petite ouverture qui représente la pupille. Ce modèle peut servir, entre autres, pour expliquer, dans l'œil réel, la grande étendue du champ de la vision confuse ⁹⁾, qui excède, pour les deux yeux ensemble supposés immobiles et regardant droit devant eux, un angle de 180° ¹⁰⁾.

Huygens a trouvé chez Kepler les notions de la myopie et de la presbyopie et nous avons déjà analysé plus haut ¹¹⁾ les règles qu'il a donné pour la construction des besicles qui doivent corriger ces défauts. Or, il est intéressant de noter que Huygens a senti le besoin d'une explication de la genèse de l'emmetropie; explication dont on commence seulement de nos jours à s'occuper plus expresse-

⁷⁾ Voir toujours la Fig. 99 de la p. 128.

⁸⁾ Voir les §§ 3 et 4 du deuxième Complément, p. 800—802 du présent Tome. Dans le premier paragraphe Huygens exécute, évidemment avec beaucoup d'exactitude, pour un œil factice, rempli d'eau, les constructions dont il s'agit; dans le second il suppose un œil de verre.

⁹⁾ Confuse, parce que la forme de l'œil réel ne correspond nullement à la supposition qui sert ici de base à la construction de Huygens de la surface postérieure de son œil factice. Avec un tel œil tous les objets pourraient être vus avec une netteté à peu près égale, diminuée seulement par les aberrations sphérique et chromatique. On remarquera la manière dont le raccordement des deux surfaces est obtenu.

¹⁰⁾ Voir la note 5 de la p. 801.

¹¹⁾ Voir la p. XXVI de cet Avertissement.

ment ¹⁾. À ce propos on trouve à la p. 756 du présent Tome l'annotation suivante: „admirable dans les yeux, que les surfaces de la cornée et du cristallin sont justement de telle mesure de convexité que les rayons parallèles rompus concourent dans le fond de la choroïde. peut être que dans les petits enfans cela n'est pas encore ainsi et que les yeux s'y disposent en quelque façon, mais cela même n'est pas moins merveilleux”.

Quant à la manière dont l'accommodation se fait dans l'œil, dans la première Partie de la Dioptrique (p. 133) Huygens laisse le choix entre la supposition d'un mouvement en avant du cristallin et celle d'une augmentation de la convexité de cette lentille. Il admet aussi la possibilité que les deux causes agissent simultanément et il décrit les mécanismes qui devraient, selon lui, entrer en jeu dans l'un et dans l'autre cas. En 1667, à l'occasion des mensurations faites par Pecquet ²⁾, il observe combien le cristallin est flexible et changeant de forme sous la pression des doigts ³⁾. Il en conclut que la deuxième supposition est la plus probable et il voit dans le peu d'espace qui est laissé au cristallin pour se mouvoir en avant une autre raison pour préférer cette supposition à la première. Toutefois en 1670 il revient à la conception (fautive comme on le fait maintenant) d'un mouvement en avant du cristallin sans changement de forme ⁴⁾.

Parlant, vers 1653, dans la première Partie de la Dioptrique des questions que nous appelons de nos jours psychologiques, Huygens dit (p. 135) „qu'elles sont trop obscures pour que des mortels, quels qu'ils soient, puissent en trouver la solution”. À cette même occasion, après avoir écarté la question d'examiner comment il se fait que la pupille en se contractant reste toujours ronde, parce que „l'examen de ces propriétés de l'œil ne fait pas partie de notre plan”, il ajoute qu'il tâchera „encore moins de répondre à la question de savoir comment l'image des objets visibles qui se forme au fond de l'œil parvient de là à notre cerveau et à notre esprit, comment étant renversée, elle nous fait cependant voir les objets debout, et comment il se fait, qu'en regardant avec les deux yeux, nous ne voyons pas les objets doubles”.

¹⁾ Voir l'article de Straub „Ueber die Aetiologie der Brechungsanomalien des Auges und den Ursprung der Emmetropie” dans „v. Graefe's Archiv für Ophthalmologie”, Bd. 70, 1909, p. 130—199, et celui de W. P. C. Zeeman „Linsenmessungen und Emmetropisation” dans le même „Archiv”, Bd. 78, 1911, p. 93—128.

²⁾ Voir la p. CXLIV, qui précède.

³⁾ Voir la p. 789 du présent Tome.

⁴⁾ Voir la p. 794.

Toutefois, plus tard, Huygens est revenu sur les deux problèmes mentionnés en dernier lieu. À propos de celui recherchant „pourquoy on voit les choses droites quoyque tournees dans nostre œil a l'envers” il se fait connaître dans le „Projet du Contenu de la Dioptrique” (de 1673) comme „empiriste” : „Ce n'est” d'après lui „que l'accoustumance de juger, et. . si nous avions veu toute nostre vie toutes choses et mesme le mouvement de nos mains par un verre qui renverse les objets comme un convexe nous dirions encore que nous voions toutes choses directes et ne nous tromperions point en montrant le haut et le bas de nos mains” ⁵⁾. Or, on fait qu'une expérience analogue à celle indiquée par Huygens a été exécutée de nos jours par Stratton ⁶⁾.

Quant à l'autre problème, Huygens a développé dans l'article „De l'œil et de la vision”, qui était destiné à faire partie de sa Dioptrique, avec une clarté qui ne laisse rien à désirer, la notion des points correspondants. „Pour ce qui est de l'action des deux yeux a la fois” dit-il ⁷⁾ „la nature a pourvu d'une maniere bien particuliere a ce qu'ils ne fissent pas paraître l'objet double. C'est qu'elle a fait que chaque point du fond de l'œil a son point correspondant dans le fond de l'autre en sorte que lors qu'un point de l'objet est peint dans quelques deux de ces points correspondants, alors il ne paroît que simple comme il est”. Un peu plus loin il ajoute qu'il est à noter que ces points sont tous deux „du mesme costé des axes et non pas disposez semblablement a l'égard des deux nerfs optiques” et il fait encore remarquer que „d'icy il est aisé de voir pourquoy un object éloigné doit paroître double lors qu'on dispose les yeux pour regarder un autre object plus proche, et pourquoy au contraire l'object proche se doit doubler en voiant simple celui qui est plus distant”. Comme on l'aperçoit, Huygens expose ici une théorie assez complète des points correspondants des deux rétines, telle qu'on la rencontre dans les ouvrages des physiologistes modernes ⁸⁾. D'ailleurs Huygens, aussi bien que les autres grands mathématiciens du dix-septième et du

⁵⁾ Voir la p. 745 du présent Tome. Comparez aussi la p. 829, où Huygens approuve une explication analogue donnée par Molyneux dans son ouvrage de 1692.

⁶⁾ Voir dans le „Psychological Review”, Vol. III, 1896, (p. 611—617) et Vol. IV, 1897, (pp. 341—360; 463—481) les articles de G. M. Stratton, intitulés „Some preliminary experiments on vision without inversion of the retinal image” et „Vision without inversion of the retinal image”.

⁷⁾ Voir la p. 796 du présent Tome.

⁸⁾ À commencer par „Johannes Müller, Zur vergleichenden Physiologie des Gesichtssinnes des Menschen und der Thiere nebst einen Versuch über die Bewegungen des Auges und über

dix-huitième siècles, a laissé à Wheatstone le mérite de faire l'observation (en 1838) que les images sur les deux rétines d'objets à trois dimensions sont nécessairement inégales¹⁾; observation qui fut d'une importance si fondamentale pour la théorie de la vision binoculaire et qui le conduisit à l'invention du stéréoscope. Si Huygens s'était rendu compte de ce que l'explication qu'il donne (p. 796) du fait que, non seulement un point déterminé d'un objet, mais aussi les points qui l'environnent, sont vus simples, ne pouvait être valable qu'approximativement, il aurait fait un premier pas vers les découvertes de Wheatstone, mais on trouve qu'en réalité il n'a pas tiré cette conséquence de la théorie des points correspondants.

Nous avons réservé pour la fin une question à laquelle, vers 1673, Huygens a voulu consacrer un chapitre entier de sa Dioptrique²⁾; dessein que, toutefois, il n'a pas exécuté. Nous parlons de l'estimation du lieu que nous assignons à l'image formée par un système optique.

Huygens a toujours émis l'opinion, qui s'écartait de celle de plusieurs de ses prédécesseurs et de ses contemporains³⁾, que cette estimation est essentiellement un effet de la vision binoculaire. Dès dans la préface⁴⁾ de la première Partie de sa Dioptrique on rencontre l'affirmation „que la vraie cause du phénomène que, en regardant d'en haut un vase rempli d'eau, le fond semble partout s'élever, . . doit être cherchée en considérant les rayons de lumière qui se dirigent vers les deux yeux”.

den menschlichen Blick”, Leipzig, Cnobloch, 1826, p. 71—79. D'ailleurs on trouve déjà des considérations analogues aux p. 46—49 de l'ouvrage de Robert Smith (de 1738), cité dans la note 2, p. XLIV de cet Avertissement.

¹⁾ Voir, dans les „Philosophical Transactions of the Royal Society of London for the year MDCCCXXXVIII” aux p. 371—394, l'article de Ch. Wheatstone intitulé „On some remarkable, and hitherto unobserved, phenomena of Binocular Vision”. Wheatstone n'avait réussi à trouver aucune autre allusion à l'inégalité des images sur les deux rétines qu'une remarque ingénieuse de Leonardo da Vinci (voir la p. 372 de l'article cité) qui explique de cette manière pourquoi même la peinture la plus parfaite ne peut jamais donner une impression de relief aussi forte que celle qu'on reçoit devant les objets réels. Cette remarque de da Vinci fut reproduite aussi par Robert Smith à la p. 41 des „Remarks”, qu'on trouve vers la fin de son ouvrage déjà si souvent cité dans cet Avertissement.

²⁾ Voir la p. 745 du présent Tome.

³⁾ On peut consulter sur les idées de Kepler, Descartes, Barrow et Molyneux à ce sujet les notes 11 de la p. 779, 1 et 3 de la p. 780, 2 et 3 de la p. 830 du présent Tome.

⁴⁾ Voir la p. 9. Toutefois la date où le commencement de cette préface fut écrit est incertaine (voir la note 2 de la p. 2), et il se pourrait bien qu'elle fût postérieure à celle de la publication de l'ouvrage de Barrow, dont nous parlerons bientôt.

En 1669, la question fut mise à l'ordre du jour par Barrow d'une manière qui attirait beaucoup l'attention de ses contemporains. Dans ses „*Lectiones opticae*”⁵⁾, où il traite amplement de la localisation par l'observateur des images formées par les miroirs et les lentilles, il avait été arrêté par une difficulté concernant un cas particulier⁶⁾ où l'expérience était en contradiction avec ses considérations théoriques, basées, comme partout dans son ouvrage, sur l'hypothèse que l'image n'est vue que d'un seul des deux yeux. Ayant tâché en vain de lever cette difficulté, sur laquelle probablement il n'avait pas manqué de consulter Newton⁷⁾, il prit le parti de l'exposer au lecteur, tout en avouant qu'il n'avait pu réussir à la résoudre.

C'était sans doute la déduction par Barrow du „*locus imaginis*”, comme s'il s'agissait d'une question de vision monoculaire, que Huygens avait en vue lorsqu'il écrivait à Oldenburg, en janvier 1670, peu de temps après avoir reçu l'ouvrage de Barrow⁸⁾: „Pour ce qui est du *Locus Imaginis*, j'ose dire qu'il n'a pas bien rencontré, et la difficulté qu'il se forme luy même à la fin, devrait l'en avoir adverty”⁹⁾. En effet, en 1673, Huygens commence le résumé du Chapitre, où il se proposait alors de traiter „du lieu de l'image”, par les phrases: „l'Erreur de plusieurs en cecy. Qu'on ne juge point la distance d'un seul œil, les boîtes peintes en dedans le font voir ou on regarde par un trou, la difficulté qu'un autre aura à rencontrer vostre doit avec un œil fermé”¹⁰⁾. De même, lorsque, en 1683¹¹⁾, Fullenius¹²⁾ le consulte sur les difficultés qu'il avait rencontrées dans l'explication de quelques expériences ayant pour but la détermination du lieu apparent des images d'objets qu'on observe à travers une lentille, Huygens lui expose¹³⁾ combien ces déterminations sont incertaines et subjectives quand on

⁵⁾ Voir l'ouvrage mentionné dans la note 2 de la p. XX de cet Avertissement.

⁶⁾ Il s'agit du cas où l'image réelle de l'objet se formerait derrière la tête de l'observateur. Voir, pour plus de particularités, la note 25 de la p. 775 du présent Tome.

⁷⁾ Voir la note 23 de la p. 771.

⁸⁾ Voir les p. 534 du T. VI et 3 du T. VII.

⁹⁾ Voir la p. 3 du T. VII. Nous profitons de cette occasion pour avertir le lecteur de la correction que nous avons dû apporter à la note 4 de cette page, laquelle note se rapporte au passage que nous venons de citer. On trouve cette correction au dernier alinéa de la note 25 qui commence à la p. 775 du présent Tome.

¹⁰⁾ Voir la p. 745.

¹¹⁾ Voir les p. 447—449 du T. VIII.

¹²⁾ Voir sur Bernardus Fullenius, l'un des éditeurs de la „*Dioptrica*” de Huygens, comme œuvre posthume, la note 1 de la p. 443 du T. VIII.

¹³⁾ Voir les p. 476—478 du T. VIII.

ne se fert que d'un seul œil et il indique quelques circonstances qui peuvent avoir de l'influence sur ces évaluations ¹⁾).

Comme nous l'avons déjà dit Huygens n'a jamais réalisé son dessein de traiter expressément de la manière dont on estime le lieu où l'on voit une image. En 1692, il exprime l'opinion que, quant aux images formées par les lentilles, cette question ne vaut pas la peine de s'en occuper, mais qu'il en est autrement en ce qui concerne celles qu'on observe dans les miroirs ²⁾. Et de nouveau il se propose de résoudre dans sa Dioptrique la „difficulté” de Barrow ³⁾. Or, plus loin dans la même Pièce ⁴⁾ on trouve, sinon une explication détaillée des phénomènes décrits par Barrow, du moins l'exposition suivante concernant le cas du miroir, dont nous croyons utile de traduire ici la partie écrite en latin: „Voiez la difficulté de Barrow. Essayer avec un miroir concave. Lorsqu'il pensait que le lieu et la distance de l'image peuvent être estimés d'un seul œil il a donné contre cet écueil. Là, où il juge du lieu de l'image, ni à l'aide des deux yeux, ni à l'aide du mouvement d'un seul. car avec les deux yeux l'objet se voit double dans ce cas. Et le mouvement d'un seul ne cause pas de parallaxe, mais l'objet se déplace plus que l'œil lui-même. Comment donc le lieu de l'image est-il perçu d'une manière quelconque? Par la seule grandeur apparente de l'objet qu'on connaît”. Cette annotation est accompagnée de quatre figures ⁵⁾ dont les trois premières représentent différents cas qui peuvent s'offrir quand on regarde avec les deux yeux dans un miroir concave l'image d'un point lumineux ou d'un petit objet; tandis que la quatrième figure semble avoir rapport à la vision monoculaire.

¹⁾ Voir encore les p. 534—535 du même T. VIII, où Huygens démontre que Fullenius est entièrement en erreur quand il pense que l'évaluation du lieu apparent serait nécessaire pour la détermination du grossissement. Ajoutons que dans ses lettres à Fullenius, Huygens parle (pp. 477 et 535) des distances dont on peut encore juger à l'aide des deux yeux. D'après son expérience personnelle elles n'excèdent pas 12 ou 15 pieds, mais il croit possible que d'autres personnes, qui ont la vue plus aigüe, en puissent évaluer de plus grandes. Il y voit la cause pour laquelle les tableaux et les décors de théâtre peuvent suggérer aux spectateurs les perspectives les plus lointaines.

²⁾ Probablement parce que la plus grande largeur des miroirs permet souvent d'y regarder avec les deux yeux.

³⁾ Voir la Pièce „De Ordine in Dioptriciis nostris servando” à la p. 771 du présent Tome.

⁴⁾ Voir les p. 775—776, où l'on doit lire la dernière phrase: „Sola apparenti magnitudine notæ rei”.

⁵⁾ Voir la p. 776.

⁶⁾ Voir les pp. 124, 125 et 128—132 du T. VII et surtout la note 1 de la p. 129.

Troisième Complément. Lunettes catoptriques.

Huygens s'est intéressé vivement au télescope à miroir, inventé par Newton en 1671, dont la Société Royale de Londres lui avait fait parvenir la description par l'intermédiaire du secrétaire Oldenburg⁶⁾. Il communiqua cette description à son tour à Gallois⁷⁾, l'éditeur du „Journal des Scavans”, en faisant ressortir les avantages que le nouvel instrument avait sur la lunette dioptrique, à savoir : l'absence d'aberration chromatique et de la perte de lumière, causée par les réflexions multiples aux surfaces des lentilles comme aussi par l'absorption des rayons par la matière du verre, et surtout la valeur considérablement plus petite de l'aberration sphérique. Et il ajouta : „Si au lieu de miroirs sphériques, l'on en pouvoit avoir de paraboliques exactement formez & polis; ces Lunettes feroient l'effet que l'on s'est promis des verres elliptiques ou hyperboliques : & je croy bien plus facile de reüssir aux miroirs”.

Dès l'abord il voit toutefois une difficulté dans le fait qu'il fera difficile „de trouver une matiere pour ce miroir qui soit capable d'un poli aussi beau et uni que celui du verre; et la maniere de donner ce poli sans gaster la figure sphérique”⁸⁾, et cette difficulté s'accroît de plus en plus quand il s'efforce de faire construire sous sa propre direction des miroirs de 10 à 12 pieds⁹⁾. Il finit par déclarer¹⁰⁾ à propos de cette invention de Newton qu'il a „pu connoître par l'expérience” [que] „le défaut de la matiere la rend presque aussi impossible d'exécuter que la difficulté de donner la forme repugne aux Hyperboles de Monsieur Des Cartes de sorte qu'à mon avis il en faudra demeurer à nos verres sphériques aux quels nous avons desia toute obligation et qui peuvent recevoir encore plus grande perfection tant par l'augmentation de la longueur des lunettes que par la correction de la matiere du verre même”¹¹⁾. Ce n'est que beaucoup plus tard, en 1691, que l'idée lui est venue, sur laquelle nous reviendrons, qu'il serait possible d'employer le verre comme matière des miroirs parce qu'il y a des

⁷⁾ Voir les p. 134—137 du T. VII.

⁸⁾ Voir la lettre à Oldenburg du 13 février 1672 à la p. 141 du T. VII.

⁹⁾ Voir les pp. 157, 158, 159, 173 et 186 du T. VII.

¹⁰⁾ Voir sa lettre du 10 juin 1673 à la p. 303 du T. VII.

¹¹⁾ Comparez encore au même propos les pp. 319, 332 et 392 du T. VII, la p. 534 du T. VIII et enfin la note 5 de la p. 805 du présent Tome.

moyens de supprimer ou de diminuer l'inconvénient de la duplication des images.

Du reste, il résulte des annotations que Huygens a consacrées aux télescopes à miroir, bien qu'elles soient très brèves ¹⁾, qu'il avait développé la théorie de cet instrument exactement de la même manière que celle de la lunette keplérienne. Dans ces considérations il s'agit toujours du télescope de Newton, qu'il préfère de beaucoup à ceux que Gregory et Casségrain avaient proposés de construire ²⁾.

Or, l'instrument de Newton se compose d'un miroir concave qui sert d'objectif, et d'une lentille oculaire convexe vers laquelle les rayons sont réfléchis par un petit miroir plan; il est donc clair que les effets qu'il produit doivent être fort semblables à ceux qu'on obtient avec une lunette astronomique.

En premier lieu le grossissement est donné par le rapport entre la distance focale du miroir concave et celle de l'oculaire, règle que Newton avait déjà appliquée à son télescope ³⁾, et que Huygens démontre ⁴⁾ en considérant la marche de deux rayons incidents, l'un coïncidant avec l'axe et l'autre passant dans une direction quelconque par le foyer du miroir concave.

De plus, il détermine l'aberration sphérique longitudinale α pour le cas où le miroir reçoit des rayons parallèles à l'axe. Il la trouve égale à la moitié de la distance AG (voir la figure de la p. 131 du T. VII) entre le point où l'axe coupe le miroir et le plan qui passe par le bord du miroir. Il donne à cette règle une démonstration géométrique très élégante dans l'annotation de 1672, ajoutée par lui à la Pièce contenant la description du télescope de Newton ⁵⁾ et encore, en 1692, une seconde démonstration plus algébrique, qu'on rencontre à la p. 814 du présent Tome.

Si nous désignons par f la distance focale du grand miroir et par d le diamètre de l'ouverture, la règle que nous venons de mentionner peut s'exprimer sous la forme:

$$(1) \quad \alpha = \frac{d^2}{32f}.$$

¹⁾ Voir l'annotation que nous avons reproduite aux p. 131 et 132 du T. VII et de même, à la p. 813 du présent Tome, la sixième Partie du § 2 du Complément dont nous traitons ici.

²⁾ Voir la critique très défavorable de Huygens sur ces instruments aux p. 803—804 du présent Tome et aux p. 189—191 du T. VII.

³⁾ Voir l'avant-dernier alinéa de la p. 130 du T. VII.

⁴⁾ Voir la p. 813 du présent Tome.

⁵⁾ Voir les p. 131—132 du T. VII.

Si, au lieu du miroir, on faisait usage d'une lentille planconvexe, dont la surface sphérique est tournée vers la lumière incidente, on aurait la formule analogue ⁶⁾:

$$(2) \quad \alpha' = \frac{n^3 - 2n^2 + 2 \cdot d'^2}{8n(n-1)^2 \cdot f'^2},$$

ou bien, en prenant $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction n ,

$$(3) \quad \alpha' = \frac{7d'^2}{24f'^2}.$$

La comparaison des valeurs de α et de α' fait voir combien, au point de vue de l'aberration sphérique, le miroir concave l'emporte sur la lentille. Même pour $d = 3d'$ on trouve, en supposant $f' = f$, que l'aberration longitudinale du miroir ferait encore un peu plus petite que celle de la lentille. Toutefois Huygens fait remarquer ⁷⁾ qu'il n'est pas permis d'en conclure qu'on puisse admettre pour le télescope catoptrique une ouverture trois fois plus grande que pour une lunette keplérienne ayant la même distance focale, et il renvoie à ce propos à ce qu'il a démontré dans sa Dioptrique sur les ouvertures des lentilles.

Or, puisque l'annotation où l'on trouve cette remarque date de 1672, la partie de la Dioptrique, que Huygens a en vue ne peut être que la Prop. XI des „Rejecta” ⁸⁾ (p. 339). Et, en effet, les règles qu'il y donne pour la détermination des ouvertures des lunettes, en tenant compte seulement de l'aberration sphérique, peuvent servir également pour déterminer l'ouverture qui convient à un télescope à miroir ⁹⁾.

Cependant, dans la comparaison d'un tel télescope à une lunette keplérienne, on doit avoir égard aux facteurs numériques des formules (1) et (3). Évidemment les rayons des cercles d'aberration qui se forment dans le plan focal auront dans les deux cas respectivement les grandeurs $\frac{d\alpha}{2f}$ et $\frac{d'\alpha'}{2f'}$; c'est-à-dire $\frac{d^3}{64f^2}$

⁶⁾ Voir la note 3 de la p. 286, où n désigne l'indice de réfraction, que nous représentons ici par n , et q l'épaisseur de la lentille. Voir aussi la note 4 de la p. 277, où l'on doit lire $d^2 = 8(n-1)ef$, e représentant cette fois l'épaisseur de la lentille.

⁷⁾ Voir la p. 132 du T. VII.

⁸⁾ Voir sur les „Rejecta” la p. IX, et en particulier sur les règles qui y sont déduites, les pp. LXVIII et LXIX de cet Avertissement.

⁹⁾ Comparez les dernières lignes de la p. 814 du présent Tome, où l'on doit lire „ex sola” au lieu de „ex tota”.

et $\frac{7d'^3}{48f'^2}$. Si l'on divise ces expressions par les distances focales φ et φ' des oculaires, on trouve pour les angles d'aberration A et A' :

$$(4) \quad A = \frac{d^3}{64f^2\varphi}; \quad A' = \frac{7d'^3}{48f'^2\varphi'}.$$

Pour que la vision soit également distincte dans les deux cas, il faut que ces angles soient égaux. Cela nous donne :

$$(5) \quad \frac{d^3}{4f^2\varphi} = \frac{7d'^3}{3f'^2\varphi'}.$$

D'autre part l'égalité de la clarté des images exige ¹⁾:

$$(6) \quad \frac{d\varphi}{f} = \frac{d'\varphi'}{f'}.$$

En combinant cette équation avec la relation précédente, on trouve :

$$(7) \quad \frac{d^4}{4f^3} = \frac{7d'^4}{3f'^3}$$

ou, enfin, si les distances focales f et f' sont supposées égales :

$$(8) \quad d = \sqrt[4]{\frac{28}{3}} d' = 1,75 d',$$

où d représente le diamètre du miroir du télescope catoptrique et d' à le diamètre de la lunette keplérienne.

Dans la même supposition l'équation (6) nous donne :

$$(9) \quad \varphi = \sqrt[4]{\frac{3}{28}} \varphi' = 0,57 \varphi',$$

et, par suite, si l'on désigne les grossissements par g et g' :

$$(10) \quad g = 1,75 g'.$$

Or, dans le télescope de Newton, dont la description fut envoyée le 15 jan-

¹⁾ Comparez la formule (10) de la p. LXVIII de cet Avertissement.

²⁾ Voir toujours les p. 128—132 du T. VII.

vier 1672 à Huygens ²⁾, le grand miroir avait une distance focale d'environ un demi-pied ³⁾. Pour une lentille objective planconvexe qui aurait cette distance focale, on trouve d'après les règles et le Tableau des „Rejecta” ⁴⁾, fondés sur la considération de l'aberration sphérique :

$$d' = 0,185 \text{ pouce}; \varphi' = 0,905 \text{ pouce}; g' = 6,6 \text{ } ^5).$$

D'après ces données la plus grande ouverture admissible dans le télescope de Newton serait de 0,32 pouce, la plus petite distance focale de l'oculaire de 0,52 pouce et le plus fort grossissement de 11,6, tandis qu'en réalité l'ouverture du télescope de Newton était d'environ 2 pouces, la distance focale de l'oculaire d'environ 0,16 pouce, et le grossissement de 38.

Si Huygens a fait ces calculs, il a dû en conclure que le télescope de Newton devait laisser beaucoup à désirer au point de vue de la netteté des images. Mais on ne trouve aucune remarque de cette portée, ni dans l'annotation de 1672 ⁶⁾, écrite en marge de la description de ce télescope (si l'on excepte le „post-scriptum” sur lequel nous reviendrons), ni dans sa Correspondance de cette époque. En effet, il paraît que dans le jugement porté par Huygens sur l'invention de Newton tel qu'on le trouve dans l'article du „Journal des Sçavans” du 29 février 1672 ⁷⁾ et dans sa lettre privée à Oldenburg du 11 février de cette même année ⁸⁾, il ne s'est pas préoccupé beaucoup des dimensions spéciales données par Newton au télescope dont il avait reçu la description, mais qu'il s'est laissé guider par des considérations plus générales.

Ainsi, quand on lit aux endroits cités, à propos des télescopes catoptriques, „qu'avec la moitié ou le tiers de la longueur des Lunettes, on peut être encore moins, on pourra faire l'effet accoutumé”, il faut expliquer cette assertion de la manière suivante :

³⁾ Newton donne $6\frac{1}{3}$ pouces anglais; ceux-ci étaient un peu plus petits que les pouces de Rhynland employés probablement par Huygens. Ainsi dans le „post-scriptum” et les calculs, dont nous parlerons bientôt, Huygens estime à 6 pouces la distance focale du télescope de Newton.

⁴⁾ Voir les p. 339—353 du présent Tome.

⁵⁾ On se sert le plus facilement des données du Tableau (p. 353) pour une lunette de 8 pieds de distance focale. Cette distance étant égale à $2^4 \times \frac{1}{2}$ pied, on n'a qu'à diviser, d'après les règles des „Rejecta”, l'ouverture et le grossissement par 8 et la distance focale de l'oculaire par 2.

⁶⁾ Voir les p. 131—132 du T. VII.

⁷⁾ Voir les p. 134—136 du T. VII.

⁸⁾ Voir les p. 138—139 du T. VII.

On doit considérer que Huygens était convaincu de ce que la perte de lumière, causée dans la lunette keplérienne par les réflexions aux surfaces de l'objectif et par l'absorption par la matière de cette lentille, était considérablement plus grande que la perte produite par les réflexions aux miroirs de la lunette catoptrique ¹⁾. Par suite l'équation (6) qui exprime l'égalité de la clarté doit être remplacée par la relation :

$$(6') \quad \frac{d\varphi}{f} = \frac{\kappa d'\varphi'}{f'},$$

où le facteur κ a une grandeur inconnue, mais qui est, en tout cas, sensiblement moindre que l'unité. L'égalité du grossissement exige :

$$(11) \quad \frac{f}{\varphi} = \frac{f'}{\varphi'}.$$

En combinant ces équations avec l'équation (5), qui ne change pas, on trouve :

$$(12) \quad f = \sqrt[3]{\frac{3}{28} \kappa f'} = 0,475 \kappa f'.$$

Ainsi, pour avoir p. e. $f = \frac{1}{3} f'$, on doit supposer $\kappa = 0,70$ ²⁾.

Il nous faut dire encore quelques mots à propos du „post-scriptum” ajouté plus tard à l'annotation de 1672 ³⁾, mentionnée plus haut. Ce „post-scriptum” est conçu ainsi : „L'ouverture donnée par Newton à son télescope d'un demi-pied est beaucoup plus grande qu'il ne faut. Il est certain que, par suite, l'image doit paraître comme recouverte par un brouillard. Voyez la cause au Livre H, p. 71 et précédentes. L'ouverture, qu'il fait de 2 pouces, ne devait pas excéder $\frac{2}{3}$ pouce”.

Les dates assez nombreuses qu'on trouve disséminées sur les pages de ce Livre H prouvent que la page citée doit avoir été écrite en 1692. À cette

¹⁾ Voir le deuxième alinéa de la p. 136 du T. VII.

²⁾ Il est à peine nécessaire de faire remarquer qu'avec un bon verre la perte de lumière est beaucoup moindre que celle qui est impliquée par ce nombre. De plus, la perte causée dans le télescope de Newton par les réflexions aux deux miroirs n'était certainement pas négligeable. En effet, les considérations que nous venons d'exposer n'ont d'autre but que d'expliquer le

époque Huygens avait pleinement reconnu l'insuffisance des règles formulées dans les „Rejecta” 4). Il a donc dû fonder la conclusion à laquelle il arrive dans le „post-scriptum” sur d'autres considérations que sur celles que nous venons d'exposer. Or, les pages qui précèdent, dans le Livre H, la p. 71 citée ont été reproduites par nous aux paragraphes 6—10 de l'Appendice IX (p. 634—643). Les calculs qu'on y trouve avaient alors donné à Huygens la conviction que le plus grand angle d'aberration sphérique admissible devait être estimé à 1'40" 5). Quant à la p. 71 elle-même, nous ne l'avons pas reproduite parce qu'elle est biffée et que les calculs qu'elle contient sont très confus. Toutefois on y reconnaît facilement de quelle manière Huygens a cru pouvoir conclure que l'ouverture d'un télescope catoptrique de la distance focale de celui de Newton ne doit pas excéder $\frac{2}{3}$ pouce : il a supposé que l'angle d'aberration de l'instrument devrait au plus égaler cette valeur de 1'40".

Dans nos notations cela revient à poser, suivant l'équation (4) 6) :

$$(13) \quad \frac{d^3}{64f^2\varphi} = 1'40'' = 0,000485,$$

ou bien, en prenant $f = 6$ pouces, c'est-à-dire, à peu près égale à la distance focale du grand miroir du télescope de Newton :

$$(14) \quad d = \sqrt[3]{1,12\varphi} \text{ (en pouces).}$$

Si Huygens s'était conformé au grossissement de 38, indiqué par Newton 7), il aurait posé $\varphi = \frac{1}{38}f = \frac{3}{19}$ pouce et trouvé $d = 0,56$ pouce. Au lieu de cela Huygens a supposé qu'on se contenterait d'un grossissement de 24 et il a trouvé que même alors l'ouverture ne devrait pas surpasser $d = 2\sqrt[3]{\frac{1}{29}}$ pouce. En effet, la formule (14) nous donne alors $d = 0,65$.

raisonnement par lequel Huygens doit avoir été guidé en formulant l'assertion rapportée plus haut.

3) Voir la p. 132 du T. VII.

4) Voir la p. IX de cet Avertissement.

5) Voir surtout les pp. 636, 639, 640 et 643 du présent Tome.

6) Voir la p. CLIV de cet Avertissement.

7) Voir la p. 130 du T. VII.

C'est après avoir obtenu ce résultat, que Huygens formule la conclusion qu'on trouve dans la note 10 de la p. 132 du T. VII; conclusion qui est entièrement conforme à celle qui est empruntée plus haut au „post-scriptum” en question.

D'ailleurs Huygens n'a pas longtemps persisté dans l'opinion que la limite de l'angle d'aberration admissible doit être fixée à 1'40". Déjà huit pages plus loin que la p. 71 citée on trouve dans le Livre H un nouveau calcul, reproduit à la p. 652 du présent Tome, où cette limite est portée à 4'10". Ensuite dans le texte de la Dioptrique (p. 565) il l'évalue à 20', c'est-à-dire à douze fois 1'40". Il va sans dire que cette nouvelle limite aurait conduit à des résultats numériques tout différents ¹⁾ et c'est bien pour cette raison que Huygens a biffé les calculs de la p. 71.

Nous avons déjà dit ²⁾ que, vers 1691, Huygens s'est proposé de remplacer le miroir métallique du télescope de Newton par un miroir en verre, nonobstant la duplication des images qui semblait devoir résulter de l'emploi d'une matière transparente. Or, nous avons reproduit les recherches qui s'y rapportent aux paragraphes 2 et 3 du troisième Complément, p. 805—819 du présent Tome.

Au § 2 ³⁾ Huygens détermine d'abord la position relative des deux images qu'on obtient dans le cas d'un point lumineux infiniment éloigné, situé sur l'axe, en tenant compte des deux réfractions que subissent les rayons réfléchis par la surface postérieure. En désignant par b l'épaisseur du verre au milieu et en négligeant les termes de l'ordre $\frac{b^2}{f}$ il trouve pour la distance mutuelle des deux „foyers” $d = \frac{13}{12} b$ si les deux surfaces ont le même rayon de courbure (p. 805), et $d = \frac{1}{3} b$ si elles sont concentriques (p. 807). Il se propose ensuite de chercher un cas où l'on aura $d = 0$, c'est-à-dire où les deux foyers coïncident. Il n'y réussit pas en supposant (p. 809—810) que l'épaisseur b

¹⁾ Pour le grossissement de 38, indiqué par Newton, on trouve alors $d = 1,28$ pouce et pour celui de 24, supposé par Huygens, $d = 1,50$ pouce.

²⁾ Voir les p. CLI—CLII de cet Avertissement.

³⁾ Voir les p. 805—814 du présent Tome.

au milieu est si petite qu'elle peut être négligée, mais il démontre (p. 810—811) que la coïncidence se réalisera si le rayon de courbure de la surface postérieure surpasse de $\frac{13}{9}b$ celui de la surface antérieure.

Même dans ce cas idéal, où il y aura coïncidence exacte des foyers qui correspondent à ces rayons incidents parallèles à l'axe, cette coïncidence n'existera pas nécessairement pour les deux points de convergence de rayons parallèles frappant le miroir dans une autre direction. L'image d'un objet d'une certaine étendue sera alors plus ou moins confuse vers les bords, et on pourra se faire une idée de cet effet en calculant le grossissement de chacune des deux images. Cette difficulté s'est en effet présentée à Huygens ⁴⁾ et il paraît même qu'elle l'a conduit en 1691 à rejeter entièrement l'emploi des miroirs en verre ⁵⁾. Il était alors arrivé à la conclusion que le grossissement de l'image formée par la réflexion à la surface antérieure est au grossissement de l'image due à la surface postérieure comme 1 est à $1 - \frac{4b}{3a}$ ⁴⁾; mais une année après il croit que le raisonnement qui l'a conduit à ce résultat est erroné, et il ajoute: „par conséquent une telle construction du télescope de Newton aura le meilleur succès” ⁶⁾.

Or, la question ne peut pas être résolue, comme Huygens a cru pouvoir le faire, en considérant exclusivement les rayons qui participent à la formation du point de l'image qui se trouve sur l'axe. Voyons donc quelle en est la véritable solution.

À cet effet nous nous servirons de la figure 5 de la p. 812, dans laquelle A est le centre de la surface antérieure DF et N celui de la surface postérieure EG, tandis que VHK et VHGFK sont les chemins qui peuvent être suivis par un rayon VH arrivant au point H parallèlement à l'axe. Enfin Q et B sont les points où l'axe est rencontré par GH et GF prolongées. En prenant, comme plus haut, $AD = a$, $DE = b$ et $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction du verre, on aura successivement, si l'on néglige les termes de l'ordre $\frac{b^2}{a}$:

⁴⁾ Voir la p. 812 et surtout la note 2 de cette page.

⁵⁾ Voir le premier alinéa du „post-scriptum” de la p. 813.

⁶⁾ Voir la ligne 6 d'en haut de la p. 813.

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} NE = a + \frac{13}{9}b^1), NA = \frac{4}{9}b, DK = \frac{1}{2}a^2), QA = 2a^3), \\ QE = 3a + b, BE = \frac{3}{5}a + b^4), BD = \frac{3}{5}a, BN = \frac{2}{5}a + \frac{4}{9}b, \\ QN = 2a - \frac{4}{9}b, KA = \frac{1}{2}a, BA = \frac{2}{5}a. \end{array} \right.$$

Supposons maintenant qu'un objet infiniment éloigné ait la grandeur angulaire δ . En se rappelant que pour une seule surface sphérique, soit qu'elle réfléchisse la lumière, soit qu'elle la réfracte, les dimensions linéaires d'un objet et de son image sont entre elles dans le rapport de leurs distances au centre de courbure, on trouve pour les grandeurs des images :

$$(16) \quad p = KA \times \delta, p' = QA \times \delta \times \frac{BN}{QN} \times \frac{KA}{BA}.$$

Il en résulte :

$$(17) \quad \frac{p'}{p} = \frac{BN}{QN} \times \frac{QA}{BA}$$

ou bien, après substitution des valeurs (15) :

$$(18) \quad \frac{p'}{p} = 1 + \frac{4b}{3a}.$$

On voit donc que la différence des grossissements, présumée par Huygens en 1691⁵⁾, existe bien réellement mais dans le sens inverse de ce qu'il suppose.

Notons encore, avant de passer aux recherches de 1692, qu'il a considéré aussi l'aberration chromatique, qui doit résulter des deux réfractions à la surface antérieure du verre, des rayons qui sont réfléchis par la surface postérieure⁶⁾. Pour le cas où les deux surfaces sont également courbées, il calcule l'écart entre les foyers

¹⁾ Voir la p. 810.

²⁾ Puisque K est le foyer de la surface antérieure au cas de la réflexion.

³⁾ Q étant le foyer virtuel de cette même surface pour le cas de la réfraction.

⁴⁾ B étant l'image du point Q par rapport à la surface postérieure réfléchissante.

⁵⁾ Voir la p. 812.

⁶⁾ Voir les p. 808—809.

des rayons rouges et des rayons violets, qui se trouve être seulement la 156^{ième} partie de l'épaisseur du verre.

Au printemps de 1692 Huygens croit pouvoir constater, comme nous l'avons dit, que la difficulté provenant de la différence des grossissements des deux images, qui l'avait arrêté en 1691, n'existe pas. Toutefois il ne se dissimule pas ⁷⁾ qu'il sera très difficile de donner aux deux surfaces des rayons de courbure dont la différence est exactement égale à $\frac{13}{9}b$, ainsi que la règle qu'il a trouvée l'exige.

Sa première idée est de former le grand miroir du télescope d'une plaque de verre d'une épaisseur partout égale, mais si petite que l'écart de $\frac{1}{3}b$, qu'il a trouvé pour ce cas, n'ait pas d'influence nuisible ⁸⁾. Ensuite une autre solution de la difficulté lui semble préférable ⁹⁾. Au lieu de faire coïncider autant que possible les images produites par les deux surfaces on pourra, au contraire, chercher à augmenter leur distance mutuelle. Cela aura pour effet que, si l'une des deux est vue distinctement à travers l'oculaire, les détails de l'autre ne seront guère remarqués ¹⁰⁾; la netteté avec laquelle la première image se présente à l'observateur n'en souffrira que peu. Poursuivant cette idée, Huygens détermine les conditions dans lesquelles la distance mutuelle des foyers est égale à six fois ¹¹⁾ ou bien à cinq fois ¹²⁾ l'épaisseur du verre, le foyer le plus éloigné du miroir appartenant dans le premier cas à la surface postérieure et dans le second à la surface antérieure.

Après avoir achevé ces calculs théoriques, Huygens s'applique à trouver les moyens pratiques de réaliser son invention ¹²⁾. Enfin dans une dernière annotation ¹³⁾ il examine l'aberration sphérique du faisceau de rayons, réfléchi par la surface postérieure.

7) Voir le troisième alinéa du P. S. de la p. 813 et la suscription de la deuxième Partie du § 3, p. 815.

8) Voir toujours le P. S. de la p. 813.

9) Voir la p. 815.

10) Comparez la note 12 de la p. 815.

11) Voir la p. 816.

12) Voir les p. 816—819.

13) Voir la p. 819.

Toutes ces recherches nous montrent quelle importance Huygens a attachée à l'idée de remplacer le miroir métallique de Newton par un miroir en verre. Pourtant on peut douter si jamais il y a eu un commencement d'exécution à ce projet. Dans des lettres du 2 et du 13 juin 1692 ¹⁾ son frère Constantyn l'exhorte à „pouffer” son „invention ou celle de Newton des Lunettes a miroirs concaves”. Ce sont là les dernières traces de cette invention qu'on trouve dans la Correspondance.

Quatrième et dernier Complément. Critiques et remarques sur quelques ouvrages de dioptrique.

Huygens n'appartenait pas à ce genre de savants qui sont tellement absorbés par leurs propres idées et recherches qu'ils ne réussissent pas à prendre connaissance régulièrement des ouvrages des autres; type de savant qui d'ailleurs était beaucoup plus rare à l'époque où Huygens vivait qu'il ne l'est à l'état actuel, où la production scientifique a pris une extension incomparablement plus grande.

Au contraire, Huygens a toujours porté un intérêt très vif (et surtout sur le terrain de l'optique) aussi bien aux travaux de ses prédécesseurs (y compris les anciens ²⁾) qu'à ceux de ses contemporains. Sa Correspondance et la présente Dioptrique en contiennent d'abondantes preuves; ce quatrième Complément en apporte de nouvelles.

Nous y avons réuni trois Pièces contenant des annotations, qui n'avaient pas pu trouver place dans la Correspondance, concernant des ouvrages d'Eschinardo, du père Gottignies et de Molyneux.

La première de ces Pièces ³⁾ corrige la solution d'un des problèmes qu'Eschinardo ⁴⁾ s'était posés dans un „Addendum” à ses „Centuria Problematum Opticorum.” Ce problème ⁵⁾ se rapporte à la construction d'une lunette hollandaise très courte ⁶⁾, comparable à l'un des deux tubes d'un binocle tel qu'on en

¹⁾ Voir les pp. 289 et 295 du T. X.

²⁾ Voir à ce propos les pp. 3—5, 738, 747, 772, 779, 791 et 792 du présent Tome.

³⁾ Voir les p. 820—824.

⁴⁾ Voir sur Francesco Eschinardo et son ouvrage les p. 323—324 du T. VI.

⁵⁾ Consultez sur le problème en question la note 7 de la p. 821 du présent Tome.

⁶⁾ Comparez la note 6 de la p. 821.

fabrique aujourd'hui; lunette, qui pourrait servir aux mêmes buts auxquels on emploie maintenant ce dernier instrument. La solution d'Eschinardo, où l'erreur qui s'y est glissée est une erreur de calcul ⁷⁾, n'est pas sans intérêt historique, puisqu'elle montre qu'Eschinardo connaissait, en 1667, c'est-à-dire avant la publication des „Lectiones opticae” de Barrow ⁸⁾, la solution générale du problème ayant pour objet de déterminer pour une lentille planconcave ou planconvexe ⁹⁾, la situation de l'image d'un point lumineux qui se trouve sur l'axe de la lentille.

La deuxième Pièce (p. 825—826) contient un passage emprunté à un manuscrit du père Gottignies ¹⁰⁾ dont Huygens a pu prendre connaissance. On y trouve en outre quelques remarques à propos de ce manuscrit. Cette Pièce, d'ailleurs, n'a pas beaucoup d'importance.

Il en est autrement de la troisième, où Huygens donne (p. 826—844) un résumé de la „Dioptrica nova” de Molyneux ¹¹⁾, rédigé peu de temps après qu'il avait reçu cet ouvrage en mars ou avril 1692 ¹²⁾. Dans ce résumé il suit le texte de Molyneux presque page par page et l'accompagne continuellement de ses remarques. En lisant ces annotations, on aperçoit, comme à vol d'oiseau, presque tout le terrain de la dioptrique, tel qu'il se présentait aux savants pendant les dernières années de la vie de Huygens.

⁷⁾ Voir la note 5 de la p. 825.

⁸⁾ Voir sur cet ouvrage la note 2 de la p. XX de cet Avertissement.

⁹⁾ Probablement la solution lui était connue aussi pour une lentille quelconque (voir les notes 7 de la p. 821 et 5 de la p. 825). Nous regrettons de n'avoir pu vérifier cette conjecture à l'aide de l'ouvrage d'Eschinardo, que nous n'avons pas pu examiner.

¹⁰⁾ Voir sur le père Gottignies la note 7 de la p. 825.

¹¹⁾ Voir encore sur l'ouvrage de Molyneux les pp. XXII—XXIV, XXX (note 1), XLIII—XLIV et LXXIII—LXXIV de cet Avertissement.

¹²⁾ Voir la p. 279 du T. X.

Tables de Concordance de la présente édition
de la Dioptrique et des éditions de 1703 par de Volder
et Fullenius et de 1728 par 's Gravefande.

I.

<i>Éditions de 1703 et de 1728¹⁾.</i>	<i>Édition présente.</i>	<i>Époque probable de la rédaction.</i>
De refractione radiorum. p. 1—5, [p. 1—5].	De refractione radiorum, p. 3—13.	Les parties en italiques après 1666 et peut-être encore beau- coup plus tard. Le reste vers 1653.
Prop. I—XX, p. 6—74, [p. 5—57].	Part. I, Lib. I, Prop. I—XX, p. 13—109.	Vers 1653.
Prop. XXI—XXIII, p. 74—81, [p. 57—62].	Part. I, Lib. I, Prop. XXII—XXIV, p. 111—125.	Les parties en italiques après 1666. Le reste vers 1653.
Prop. XXIV—XXX, p. 82—111, [p. 62—84].	Part. II, Prop. I—VII, p. 273—313.	Vers 1666.
Prop. XXXI—XXXIII, p. 112—120, [p. 84—91].	Part. I, Lib. I, Prop. XXVI— —XXVIII, p. 129—141.	Vers 1653.
Prop. XXXIV, p. 121— —122, [p. 92—93].	Part. I, Lib. III, Prop. I, p. 245—247.	Vers 1653.
Prop. XXXV, p. 123—124, [p. 93—94].	Part. I, Lib. II, Prop. I, p. 173—175.	Après 1666 et peut-être en- core beaucoup plus tard.

¹⁾ Les numéros entre crochets se rapportent aux pages de l'édition de 1728.

<i>Éditions de 1703 et de 1728¹).</i>	<i>Édition présente.</i>	<i>Époque probable de la rédaction.</i>
Prop. XXXVI—XLV, p. 125—160, [p. 95—122].	Part. I, Lib. II, Prop. II— —XI, p. 175—229.	Vers 1653.
Prop. XLVI—XLVII, p. 160—162, [p. 122—124].	Part. I, Lib. II, Prop. XII— —XIII, p. 231—233.	Après 1666. Probablement vers 1690.
De telescopiis, p. 163—167, [p. 124—128].	De telescopiis p. 435—443.	Vers 1685.
Prop. XLVIII—XLIX, p. 167—178, [p. 128—137].	Part. III, Prop. I—III, p. 443—461.	Entre 1666 et 1685.
Prop. L, p. 179—182, [p. 137—140].	Part. I, Lib. III, Prop. II, p. 247—253.	Vers 1653.
Prop. LI, p. 182—185, [p. 140—142].	Part. III, Prop. IV, p. 461— —467.	Entre 1666 et 1685.
Prop. LII—LIII, p. 186— —192, [p. 142—147].	Part. I, Lib. III, Prop. IV— —V, p. 259—269.	Vers 1653.
Prop. LIV, p. 192—196, [p. 147—150].	Part. III, Prop. V, p. 469— —473.	Entre 1666 et 1685.
Prop. LV—LVIII, p. 196— —220, [p. 150—170].	Part. III, Prop. VI—IX, p. 475—511.	Vers 1685.
De microscopiis, p. 221, [p. 170].	De microscopiis, p. 513— —515.	Entre 1678 et 1686.
Prop. LIX—LX, p. 222— —233, [p. 171—180].	Part. III, Prop. X—XIII, p. 515—535.	Entre 1678 et 1692.
Prop. LXI—LXVI, p. 233—263, [p. 181—202].	Part. III, Prop. XIV—XIX, p. 535—585.	Vers 1692.

II.

<i>Édition présente.</i>	<i>Publications antérieures.</i>
De refractione radiorum, p. 3—13.	Éd. de 1703, p. 1—5; de 1728, p. 1—5. De refractione radiorum.
Part. I, Lib. I, Prop. I—XX, p. 13—109.	Éd. de 1703, p. 6—74; de 1728, p. 5—57, Prop. I—XX.
Part. I, Lib. I, Prop. XXI, p. 109—111.	Nouveau.
Part. I, Lib. I, Prop. XXII—XXIV, p. 111—125.	Éd. de 1703, p. 74—81; de 1728, p. 57—62. Prop. XXI—XXIII.
Part. I, Lib. I, Prop. XXV, p. 125—129.	Nouveau.
Part. I, Lib. I, Prop. XXVI—XXVIII, p. 129—141.	Éd. de 1703, p. 112—120; de 1728, p. 84—91, Prop. XXXI—XXXIII.
Appendices au Livre I, p. 143—171.	Nouveau.
Part. I, Lib. II, Prop. I—XIII, p. 173—233.	Éd. de 1703, p. 123—162; de 1728, p. 93—124. Prop. XXXV—XLVII.
Appendices au Livre II, p. 235—242.	Nouveau.
Part. I, Lib. III, Prop. I, p. 245—247.	Éd. de 1703, p. 121—122; de 1728, p. 92—93, Prop. XXXIV.
Part. I, Lib. III, Prop. II, p. 247—253.	Éd. de 1703, p. 179—182; de 1728, p. 137—120. Prop. L.
Part. I, Lib. III, Prop. III, p. 253—259.	Nouveau.
Part. I, Lib. III, Prop. IV—V, p. 259—269.	Éd. de 1703, p. 186—192; de 1728, p. 142—147. Prop. LII—LIII.
Appendice au Livre III, p. 271.	Nouveau.
Part. II, Prop. I—VII, p. 273—313.	Éd. de 1703, p. 82—111; de 1728, p. 62—84. Prop. XXIV—XXX.
Part. II, Prop. VIII—XI, p. 315—353.	Nouveau.
Appendices à la Partie II, p. 355—433.	Nouveau.

<i>Édition présente.</i>	<i>Publications antérieures.</i>
De telescopiis, p. 435—443.	Éd. de 1703, p. 163—167; de 1728, p. 124—128. De telescopiis.
Part. III, Prop. I—III, p. 443—461.	Éd. de 1703, p. 167—178; de 1728, p. 128—137. Prop. XLVIII—XLIX.
Part. III, Prop. IV, p. 461—467.	Éd. de 1703, p. 182—185; de 1728, p. 140—142. Prop. LI.
Part. III, Prop. V—IX, p. 469—511.	Éd. de 1703, p. 192—220; de 1728, p. 147—170. Prop. LIV—LVIII.
De microscopiis p. 513—515.	Éd. de 1703, p. 221; de 1728, p. 170. De microscopiis.
Part. III, Prop. X—XIX, p. 515—585.	Éd. de 1703, p. 222—263; de 1728, p. 171—202. Prop. LIX—LXVI.
Appendices à la Partie III, p. 587—736.	Nouveau.
Complément I, p. 737—782.	Nouveau.
Appendices au Complément I, p. 783—786.	Nouveau.
Complément II, § 1, première partie, p. 787—788.	Nouveau.
Complément II, § 1, deuxième partie, p. 788—790.	Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde, XLVI, Neue Folge, Bd. V, 1908, p. 297.
Complément II, § 1, troisième partie p. 790.	Nouveau.
Complément II, § 2, p. 790—799.	Klinische Monatsblätter für Augenheilkunde, XLVI, Neue Folge, Bd. V, 1908, p. 299—304.
Complément II, § 3, p. 800—802.	Nouveau.
Compléments III—IV, p. 803—844.	Nouveau.

LA DIOPTRIQUE ¹⁾.

PREMIÈRE PARTIE. TRAITÉ DE LA RÉFRACTION ET DES TÉLESCOPES.

1653.

LIVRE PREMIER. DE LA RÉFRACTION DUE AUX SURFACES PLANES ET SPHÉRIQUES ET AUX LENTILLES.

De la Réfraction des Rayons.

Déjà ²⁾ dans l'antiquité on avait remarqué que les rayons de lumière, en tombant sur l'eau ou sur d'autres corps transparents, changent de direction au moment où ils atteignent la surface de ces corps, et s'écartent du droit chemin. Car parmi les Problèmes d'Aristote il en est un dans lequel on demande la cause de la courbure apparente des rames ³⁾. On dit aussi qu'un opuscule d'Archimède a existé, dans

¹⁾ Sur la première feuille du manuscrit, laquelle est d'un format plus petit que les autres, on lit de la main de Huygens: „Dioptrice mea, ubi quædam tollenda, quædam addenda. Figurarum maximam partem ligno incisam habeo. Addetur de Causis Halonum et Pareliorum. Item Libella Telescopica, qualis edita in diario Eruditorum Parisiensi.” Ces figures xylographiques furent utilisées par de Volder et Fullenius dans leur édition de 1703, citée dans l'„Avertissement” vers la fin de l'„Aperçu général”; mais le plus grand nombre manquait („verum cum longe major pars adhucdum conficienda esset, non, qualem optaremus, invenire potuimus artificem”). En effet, plusieurs des figures de cette édition sont assez défectueuses, et comme il était impossible de distinguer avec certitude celles qui avaient été approuvées par Huygens, il nous semblait préférable de les emprunter toutes, dans la présente édition, au manuscrit même. Quant à la „Dissertatio de Coronis et Parheliis,” elle fut publiée en même temps que la „Dioptrica” dans l'édition de 1703; tandis que les deux articles de Huygens sur le niveau à lunette avaient paru dans le „Journal des Sçavans” du „Lundy 29 janvier”, et du „Lundy 26 Fevrier” 1680.

²⁾ Toute la partie cursivée au côté latin, qui va suivre, a été écrite au moins après 1666, si non encore beaucoup plus tard. Elle a remplacé, dans le manuscrit que nous suivons, une version plus primitive qu'on retrouve dans la copie de Niquet et que nous reproduisons dans l'Appendice I, p. 143 du Tome présent. Et peut-être a-t-il existé encore une préface dans le genre de celles qui précèdent aux „Theoremata de Quadratura hyperboles et circuli” (voir p. 283—287 du T. XI) et à l'ouvrage: „De circuli magnitudine” (p. 115—119 du T. XII); laquelle occupait quatre pages du manuscrit, puisque ce manuscrit commence par la page 5,

DIOPTRICA ٧.

[PARS PRIMA. TRACTATUS DE REFRACTIONE ET
TELESCOPIIS.]

[1653.]

[LIBER I. DE REFRACTIONE PLANARUM ET SPHAERICARUM SUPERFICIERUM
ET LENTIUM.]

De Refractione Radiorum.

Radios²⁾ lucis in aquam aut alia pellucida corpora incidentes, inflecti cum superficie eorum attigerint et a via recta detorqueri, jam antiquis temporibus animadversum fuit. Est enim inter Aristotelis Problemata in quo de remorum apparenti curvitate queritur³⁾. Itemque Archimedis libellus exstitisse fertur de annulo sub

où on lit en haut: „paginas 1, 2, 3, 4 rejeci”. Dans ce cas il est bien dommage qu’elles ne soient pas parvenues jusqu’à nous.

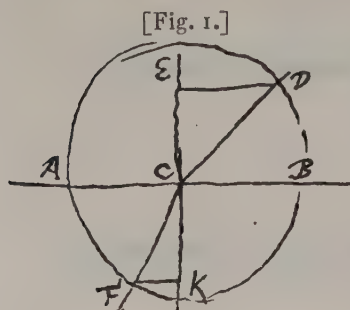
³⁾ Huygens désigne ici les „Problematum sectiones duæ de quadraginta”; mais il semble qu’il se trompe, puisque ni dans ce traité-ci, ni dans les autres écrits d’Aristote, nous n’avons pu trouver aucune allusion au phénomène d’une rame paraissant courbée ou brisée.

Du reste, l’illusion optique qui se produit lorsqu’un bâton est en partie sous l’eau est fréquemment mentionnée par les auteurs anciens. Nous citons: Platon (Rép. X, 5): „Le même objet nous paraît courbé ou droit, selon que nous le regardons dans l’eau ou en dehors de l’eau.” Plutarque (De plac. phil. 3,5): „Nous voyons que les lettres paraissent courbées dans l’eau; car le rayon optique est fléchi par une force extérieure, vu que la matière de l’eau est plus dense. Par la même cause, en regardant de loin, nous voyons la rame brisée dans l’eau”. Ptolémée (Opt. II): „Rursus cum fuerit res, quam visus penetrat, plana, et illud quod in ea videtur, rectum, pars quoque ejusdem rei videndæ fuerit extra, sicut accidit in remis, fit imaginatio, quod ipsa res sit fracta.” Lucrèce (De rer. nat. 4, vs. 439 sq.):

„Nam quæcumque supra rorem salis edita pars est
Remorum recta est, et recta superne gubernat:
Quæ demersa liquore obeunt, refracta videntur
Omnia converti, sursumque supina reverti,
Et reflexa prope in summo fluitare liquore.”

Enfin Vitruve (De Archit. VI, 2), après avoir parlé de l’illusion optique produite par la perspective, ajoute: „Similiter in navibus remi cum sint sub aqua directi, tamen infracti videntur.”

lequel il considérait un anneau vu sous l'eau ¹⁾; l'auteur y parlait sans doute de cette flexion des rayons et de l'illusion optique qui en résulte. Mais les lois que suivent les rayons réfractés ont été trouvées plus tard; c'est de nos jours seulement qu'on les a découvertes. L'expérience a montré que ces lois sont les suivantes:



Considérons un corps transparent liquide ou solide, se trouvant du côté de K, et possédant une surface plane, qui est coupée suivant la ligne AB par un autre plan, celui dans lequel est dessinée la figure. Un rayon oblique DC tombe sur cette surface, faisant avec la droite ECK, qui y est perpendiculaire, un angle DCE. Ce rayon pénètre dans l'eau ou dans le verre suivant la droite CF faisant avec CK un angle moindre que l'angle DCE.

Le phénomène obéit à la loi suivante: les sinus des

deux angles, c'est-à-dire les perpendiculaires DE, FK correspondant à ces angles et abaissées chacune d'un point de la circonférence dont C est le centre sur la droite EK, ont entre elles une proportion bien déterminée et invariable.

Or, cette mesure des réfractions par la proportion non pas des sinus, mais des angles mêmes, avait été définie anciennement par Alhazen l'Arabe et Vitellion ²⁾, et confirmée plus ou moins par quelques expériences. Mais comme, dans des inclinaisons plus grandes, cette proportion se trouvait différer de la proportion

¹⁾ La Catoptrique d'Archimède est mentionnée par Théon d'Alexandrie dans son Commentaire sur l'Almageste de Ptolémée (I, 3); l'agrandissement apparent des corps célestes lorsqu'ils s'approchent de l'horizon y est attribué à la flexion des rayons par les vapeurs humides, „ainsi qu' Archimède le dit et le démontre dans sa Catoptrique”; par Apulée (Apologia sive de Magia, Liber XVI); il y déclare qu'il sied au philosophe d'examiner la genèse des images qu'on aperçoit dans les glaces, et de chercher la cause des inflammations produites par les miroirs concaves, ainsi qu' Epicure, Archytas, Platon et les Stoïciens l'avaient fait avant lui; „alia præterea ejusdem modi plurima, quæ tractat volumine ingenti Archimedes Syracusanus”; par l'auteur de la Catoptrique (probablement apocryphe) d'Euclide, où il est dit dans la septième scolie que, d'après Archimède, si l'on admet que la marche d'un rayon est réversible, les angles du rayon réfléchi et du rayon incident avec le plan réfléchissant sont nécessairement égaux; par Olympiodore, dans son Commentaire sur la Météorologie d'Aristote (III); il y parle de la flexion des rayons qui donne naissance aux arcs-en-ciel artificiels et il ajoute: „Archimède démontre la même chose d'une autre façon: il fait voir la flexion du rayon visuel à l'aide de l'anneau jeté dans le vase”; enfin par J. Tzetzes (Hist. var. Chiliades, XII, vs. 971—974), où il déclare avoir lu un livre d'Archimède sur la combustion produite à l'aide des miroirs.

L'expérience de l'anneau, à laquelle Huygens fait allusion, est mentionnée encore entre autres par Héliodore de Larisse (Optique I, 11) et dans la Catoptrique dite d'Euclide, où on lit; „Si un objet est jeté dans un vase et que la distance est choisie de telle manière qu'on ne l'aperçoit plus, alors, lorsque de l'eau est versée dans le vase et que la distance reste la même, l'objet jeté dans le vase sera vu.”

²⁾ Il s'agit des ouvrages cités dans les notes 26, p. 9 et 6, p. 6 du T. I. Alhazen, dans l'„Opticæ

*aquis viso*¹⁾, in quo procul dubio de flexu isto radiorum agebatur, nataque inde visus fallacia. Leges vero, quas ita affecti radij sequuntur, serius, ac nostro demum ævo repertæ sunt. Quas hoc modo sese habere experientia docuit.

Sit liquidi vel solidi diaphani corporis versus K existentis superficies plana, quæ ab alio plano, in quo figura hæc descripta intelligitur, secetur secundum rectam AB. In hanc incidat radius obliquus DC, qui ad rectam ECK, superficiæ propositæ perpendicularem, faciat angulum DCE; is in aqua vitrove perget secundum CF minori angulo ad CK inclinatum, quam sit angulus DCE. atque ea lege ut sinus utriusque anguli, hoc est perpendiculares eorum DE, FK ex circumferentia circuli centro C descripti in rectam EK demissæ certam, eandemque semper inter se rationem servant.

*Hæc autem refractionum mensura, non sinuum, sed angulorum ipsorum proportionem ab Alhaseno Arabe et Vitellione*²⁾ *olim definita fuerat, et experimentis quibusdam utcumque confirmata. Sed cum in majoribus radiorum inclinationibus a vero discrepare proportio illa reperiretur, diligentius sibi eandem rem recen-*

Thesaurus", décrit les instruments nécessaires pour mesurer les angles d'incidence et de réfraction, entendant par ce dernier l'angle entre le rayon réfracté et le rayon incident; après quoi il fait suivre (VII, 3, 10): „Quantitates autem angulorum refractionis differunt secundum quantitates angulorum, quos continent prima linea, per quam extenditur lux in primo corpore, et perpendicularis exiens a loco refractionis super superficiem secundi corporis, secundum diaphanitatem secundi corporis. Nam quanto magis crescit angulus, quem continent prima linea et perpendicularis, tanto crescit angulus refractionis: et quanto magis decrescit ille angulus, quem continent perpendicularis et prima linea, tanto decrescit angulus refractionis. Sed anguli refractionum non observant eandem proportionem ad angulos, quos continet prima linea cum perpendiculari, sed differunt hæc proportionem in eodem corpore diaphano. Cum ergo prima linea per quam lux extenditur in primo corpore, continuerit cum perpendiculari duos angulos inæquales, in duobus diversis temporibus, aut in duobus locis diversis: tunc proportio anguli refractionis, quæ est ab angulo minore ad angulum minorem, minor erit proportionem anguli refractionis anguli majoris ad anguli majorem.”

Si les valeurs numériques manquent chez Alhazen, Vitellio (Optica X, 8) a donné des tables pour les angles de réfraction pour trois combinaisons de milieux différents, savoir air-eau, air-verre et eau-verre. Ces tables sont tellement justes qu'on peut vérifier à leur aide d'une manière tout-à-fait probante la constance du rapport des sinus et même la relation bien connue entre les trois indices de réfraction; comme M. Bosscha l'a montré dans les Archives Néerlandaises, T. XIII, 1908, p. XIV du „Programme de la Société Hollandaise des Sciences.”

Nous faisons suivre ici la table pour le cas où la lumière passe de l'air dans l'eau:

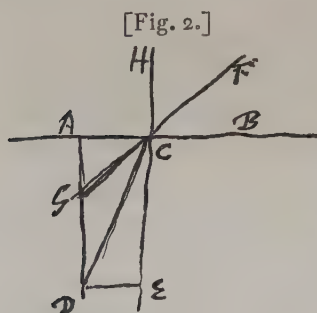
Angle d'incidence	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
Angle de réfraction	7 ³ / ₄ °	15 ¹ / ₂ °	22 ¹ / ₂ °	29°	35°	40 ¹ / ₂ °	45 ¹ / ₂ °	50°

Cette table ne diffère que par le premier des angles de réfraction de celle qu'on rencontre dans l'Optique de Ptolémée, ouvrage inconnu à Huygens et ses contemporains. Là on trouve 8° au lieu de 7³/₄°.

Comme on le voit, les anciens savaient parfaitement que les angles d'incidence et de réfraction ne sont pas proportionnels et ils connaissaient le sens dans lequel leur rapport change quand l'angle d'incidence augmente; mais, comme Huygens le dit, il était réservé aux modernes de trouver la loi exacte de ce changement.

* Voir les Paralipom. ad Vitellionem¹⁾.

véritable les modernes ont jugé qu'il leur fallait examiner la chose avec plus de soin. Parmi eux Kepler, après plusieurs vains efforts *, n'a pas trouvé, il est vrai, la véritable loi; mais par ses conjectures et ses différentes tentatives il a beaucoup contribué aux études de ses successeurs. Après lui Willebrord Snellius, lorsque l'importance de la chose était devenue plus manifeste, vu que le télescope avait été inventé, parvint avec beaucoup de peine et après avoir fait de nombreuses expériences, à mesurer convenablement la grandeur des réfractions, sans toutefois comprendre suffisamment ce qu'il avait trouvé. Car en prenant par exemple comme surface de l'eau le plan AB, et comme objet visible sous l'eau le point D, que l'œil placé en F doit alors apercevoir sur la droite FC,



Snellius prolongeait cette droite FC, jusqu'à ce qu'elle rencontrât la droite DA au point G, DA étant perpendiculaire à la surface de l'eau. Ayant fait cette construction, il affirmait que l'image de l'objet vu apparaît en G, et que les droites CD et CG ont entre elles une proportion déterminée, savoir pour l'eau 4 : 3. C'est là en effet la vraie proportion de ces droites, et cela s'accorde avec cette loi de la réfraction que nous venons d'expliquer. Car CD est à CG, suivant la doctrine des triangles, comme le sinus

de l'angle DGC ou AGC ou HCF est au sinus de l'angle CDG ou DCE. Mais Snellius n'a aucunement fait attention à cette proportion des sinus. Il se figurait que la chose dépend si complètement de l'image apparente qu'il croyait reconnaître même dans un rayon perpendiculaire, tel que HC, l'effet de la réfraction, consistant, comme il pensait à tort, en un raccourcissement du rayon visuel²⁾. Il était trompé par le fait que lorsqu'on regarde d'en haut un vase rempli d'eau, le fond semble partout s'élever. Or, la vraie cause de ce phénomène doit être cherchée

¹⁾ Il s'agit de l'ouvrage: Ad Vitellionem Paralipomena, Quibus Astronomiæ pars optica traditur; Potissimum de artificiosa Observatione et Aestimatione Diametrorum deliquiorumque Solis & Lunæ. Cum Exemplis insignium Eclipsium. Habes hoc Libro, Lector, inter alia multa noua, Tractatum luculentum de modo visionis, & humorum oculi usu, contra Opticos & Anatomicos, Authore Joanne Keplero, S. C. M.^{dis} Mathematico. Francofurti, Apud Claudium Marnium & Hæredes Joannis Aubrii. Anno M.DCIV. Cum Priuilegio S. C. Majestatis.

Au quatrième chapitre „De refractionum Mensura” de cet ouvrage, Kepler réfute d'abord quelques opinions erronées au sujet de la réfraction et cherche ensuite à trouver des constructions et des algorithmes permettant de calculer l'angle de réfraction en fonction de l'angle d'incidence. Ainsi, aux p. 101—105, il démontre qu'en choisissant convenablement une hyperbole et un point A, situé sur son axe, on peut obtenir que, pour deux valeurs données de l'angle d'incidence, les rayons qui partent du point A en faisant avec l'axe ces angles donnés seront réfléchis par l'hyperbole (d'après la loi de l'égalité des angles avec la normale) de manière que leurs rayons réfléchis feront avec l'axe des angles égalant les angles correspondants de réfraction, pris de la table de Vitellion, citée dans la note précédente. Et si cette hyperbole peut servir, en appliquant le même procédé à tous les angles

tiores investigandam existimarunt. In quibus Keplerus, plurimis frustra tentatis *, ipsam quidem rei veritatem non est affecutus; conjecturis tamen suis, varijsque molitionibus non parum sequentium studia adjuvit. Post eum vero Willebrordus Snellius, cum jam majus operæ pretium appareret, quippe exorto telescopij invento, multo labore multijsque experimentis eo pervenit ut veras quidem refractionum mensuras teneret, nec tamen quod invenerat satis intelligeret. Nam positâ, ex gratia, aquæ superficie AB, visibili vero sub aqua in D, quod oculo in F posito appareat quasi in rectâ FC, continuabat hanc FC, donec in G puncto occurreret rectæ DA, ad superficiem aquæ perpendiculari; hisque ita descriptis, statuebat imaginem rei visæ apparere in G, rectæque CD ad CG certam esse rationem, veluti in aqua sesquiterciam. Quæ rectarum inter se ratio vera est, ac convenit prorsus cum ea quam paulo ante explicuimus refractionis lege; quia CD est ad CG, ex doctrina triangulorum, ut sinus anguli DGC, vel AGC, seu HCF, ad sinum ang. CDG, sive DCE. Verum ad hanc sinuum proportionem nequaquam attendit Snellius et usque adeo ab apparente imagine rem omnem pendere existimavit, ut etiam in radio perpendiculari qualis HC, effectum refractionis, seu, ut falso opinatur, decurtationem radij visorij agnoscat ²⁾. deceptus eo quod etiam rectâ

* Vide Paralipom. ad Vitellionem ¹⁾.

d'incidence, pour la réfraction dans l'eau, d'autres hyperboles mesureront les réfractions des autres milieux.

Plus loin Kepler procède d'une autre façon. Il suppose (Prop. III, p. 111) que la différence $i - r$ entre l'angle d'incidence et l'angle de réfraction est la somme de deux parties, l'une proportionnelle seulement à l'angle d'incidence, l'autre proportionnelle en outre à la sécante de cet angle. Puis après (Prop. VI, p. 113) il corrige cette supposition en remplaçant la sécante de l'angle d'incidence par celle de l'angle de réfraction. Enfin (Prop. VIII, p. 114—115) il prend, au lieu de la sécante même, celle-ci diminuée de l'unité et le calcul qu'il adopte finalement équivaut à l'emploi de la formule:

$$i - r = Ci + Ci (\sec r - 1) = Ci \sec r.$$

Comparant ensuite les valeurs calculées de $i - r$, avec celles qui résultent de la table mentionnée, il arrive au résultat suivant:

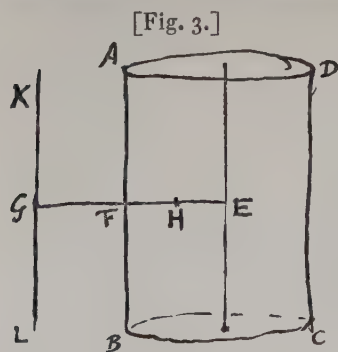
Angle d'incidence	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Valeur calculée de $i - r$	2°26'	4°59'	7°49'	11°2'	14°46'	19°8'	24°11'	30°0'	36°30'
Valeur déduite de la table	2°15'	4°30'	7°30'	11°0'	15°0'	19°30'	24°30'	30°0'	

La différence entre les valeurs calculées et les valeurs observées paraît très faible et Kepler fait suivre: „Neque te moueat tantilla discrepantia, credes mihi, infrâ tantam subtilitatem, experientiam in hac minus apta materia non descendere. Vides inaequalitatem inesse magnam differentiis mearum & Vitellionarum. Meæ verò refractiones ex æqualitate & ordine perfectæ sunt. Ergò in Vitellionis refractionibus culpa hæret. Id tantò magis credes, si ad incrementorum incrementa in Vitellione respexeris. Surgunt enim per 30' minuta. Certum igitur est, Vitellionem suis ab experientia captis refractionibus manum admouisse vt in ordinem illas per secundorum incrementorum æqualitatem redigeret.”

²⁾ Le manuscrit de Snellius est perdu; mais le passage dont il s'agit a probablement été reproduit textuellement par Golius dans une lettre du 1^{er} novembre 1632 mentionnée dans l'article qu'on trouve cité dans la note 2, p. 9 qui suit. Voici alors le passage en question:

„Esto medii densioris terminus AB, visibile V, radius incidentiæ VR, refractus in rariore

en considérant les rayons de lumière qui se dirigent vers les deux yeux. Tout ceci, exposé par Snellius dans un livre entier sur la réfraction, est resté inédit. Nous avons vu ce livre autrefois ¹⁾ et nous avons appris que Descartes l'a vu également. C'est peut-être de ce livre que Descartes a tiré sa loi des sinus ²⁾, dont il s'est servi fort heureusement dans l'explication de l'arc-en-ciel ³⁾ et dans la recherche de la forme des lentilles ⁴⁾. La valeur numérique de ce rapport des sinus, lorsque le rayon tombe de l'air dans l'eau, ou dans le verre, ou dans d'autres corps transparents, peut être cherchée à l'aide d'un prisme, comme Descartes l'indique ⁵⁾, ou par d'autres procédés, que celui qui aura bien compris ce qui précède n'aura pas de peine à trouver. Quant à nous, les procédés que je vais décrire nous ont paru être plus commodes que les autres. Si la matière transparente est liquide, il faut remplir avec ce liquide un vase de verre dont la paroi a la forme d'un cylindre ou tout au moins celle d'une surface de révolution autour de l'axe ⁶⁾. Plus ce vase est volumineux, et plus le verre en est mince, mieux il convient à l'expérience. Soit



ABCD ce vase. Plaçons-le de telle manière que son axe soit perpendiculaire à la direction des rayons solaires ou à celle des rayons venant d'une source lumineuse lointaine. Ces rayons, s'ils tombent sur le vase du côté DC, convergeront de l'autre côté du vase après avoir traversé le verre et l'eau qui y est contenue, et si le vase a une forme cylindrique, ils engendreront une ligne lumineuse telle que KL, sur une surface plane parallèle aux génératrices du cylindre. Lorsqu'on aura obtenu la ligne la plus brillante et la moins large possible, on prendra au compas la distance GF qui sépare la surface plane du vase, et on marquera cette distance

medio RO, oculi situs in puncto O. Videbitur itaque imago rei visibilis in concursu radii refracti OR continuati et perpendicularis incidentiæ; qua sit VP et punctum concursus I. In eodem itaque medio, sc. hic densiore, radius incidentiæ verus erit VR, suusque apparens RI. Docent observata quæ ratio est VR ad RI, semper obtinere eandem inter quoscumque radios similes; ut U'R' et R'I', quin in ipso radio perpendiculari et irrefracto UA ubi incidentis ipsius pars est radius apparens; neque enim res visibilis U spectata perpendiculariter suo apparet loco, sed superiore in J: atque ut UA ad AJ, ita VR se habet ad RI. Unius itaque radii obliqutione, aut perpendicularis contractione cognita, quod modis pluribus facile fieri potest, cognoscetur ratio cæterorum incidentium et apparentium omnium, quæ, exempli gratiâ, in aqua ut 4 ad 3, in vitro ut 3 ad 2, quando sc. utrobique oculus consistit in aëre."

Il est presque superflu de remarquer que la réfraction d'un étroit faisceau de lumière issu du point U dans la direction UA donne lieu à une image virtuelle qui se trouve précisément au lieu J indiqué par Snellius.

desuper in vas aqua plenum inspicienti, fundus omni parte attolli videtur. Cujus rei vera causa ex radijs ad utrumque oculum tendentibus petenda est. Hæc autem omnia quæ de refractionis inquisitione volumine integro Snellius exposuerat inedita mansere, quæ et nos vidimus aliquando ¹⁾ et Cartesium quoque vidisse accepimus, ut hinc fortasse mensuram illam quæ in sinibus consistit, elicuerit ²⁾; quæ in explicanda Iride ³⁾ & vitrorum figuris investigandis ⁴⁾ felicissimè est usus. Cujusmodi vero sit illa Refractionis in sinibus proportio cum radius ex aere in aquam, vitrumve, aut alia corpora diaphana defertur, id vel prismate, ut Cartesius præcipit ⁵⁾ inquiri potest, vel alijs modis; quos qui præcedentia intellexerit, non difficulter inveniet. Nobis hi, quos jam docebo, cæteris faciliores visi sunt. nam si liquida diaphani materia data sit, ea vitreum vas impleatur, quod vel cylindri formam habeat, vel ejusmodi solum quæ circa axem rotunda sit ⁶⁾; quo autem capacius erit, quodque tenuiori vitri, eo melius. Esto illud ABDC, atque ita collocetur, ut axem habeat solaribus radijs, vel ab lumine longinquo venientibus, directè oppositum. Hi igitur radij si cadant in latus DC, concurrent ex parte altera vasis, postquam et vitrum et aquam eo contentam transferint, et, si cylindraceum vas fuerit, lineam quandam lucidam signabunt ut KL in plana superficie vasis lateri parallela. Ea ubi perfectissima contigerit linea minimæque latitudinis, circino capiatur distantia GF qua planum a vase abest, eaque distantia in chartam annotetur: atque apponatur deinde semidiameter vasis FE à centro ad

¹⁾ Probablement vers 1662 ou 1663. Jusqu' en 1662, la dernière fois le 8 mars 1662 dans sa lettre à son frère Louis (T. IV, p. 71), Huygens n'a jamais mentionné, en connection avec la loi de la réfraction, que le seul nom de Descartes. Au 2 janvier 1665 il écrit à Moray „Je vous remercie de la table des refractions, qui verifie fort bien le principe dont depuis Snellius et Monsieur des Cartes l'on s'est servi en la dioptrique.” (T. V, p. 188). Alors donc les droits de Snellius à l'invention de ce principe étaient connus à Huygens et à Moray et il semble probable que Huygens les a fait connaître à celui-ci pendant son second séjour à Londres en 1663. Or, ces droits furent, en effet, revendus publiquement pour la première fois en 1662 par Isaac Vossius dans son ouvrage „De lucis natura et proprietate”, où il dit que le fils de Snellius lui avait montré le manuscrit de son père.

²⁾ On peut consulter sur cette question l'article de M. D. J. Korteweg, „Descartes et les Manuscrits de Snellius” dans la „Revue de Métaphysique et de Morale”, 4^e année, 1896, p. 489—501” (aussi Nieuw Archief, sér. 2, T. III, p. 57—71).

³⁾ Dans le „Discours Huitiesme” des „Meteores”, intitulé „De l'arc-en-ciel” (T. VI, p. 325—344 de l'édition récente des Œuvres de Descartes par Adam et Tannery).

⁴⁾ Dans le „Discours Huictiesme” de „La Dioptrique”, intitulé „Des figures que doiuent auoir les corps transparens pour detourner les rayons par refraction en toutes les façons qui seruent à la ueuë” (T. VI, p. 165—196 de l'édition d'Adam et Tannery).

⁵⁾ Dans le „Discours Dixiesme” de l'ouvrage cité dans la note précédente (T. VI, p. 211—213 de l'édition d'Adam et Tannery). On peut consulter encore sur cette méthode la p. 218 du T. I.

⁶⁾ Comparez la dernière phrase de l'Appendice I, p. 145 du Tome présent. À partir d'ici, il y a concordance entre le manuscrit principal et la copie de Niquet, à l'exception des lieux que nous signalerons plus loin.

sur une feuille de papier. On y ajoutera le rayon FE du vase, c'est-à-dire la distance du centre à la surface extérieure. Soit H le point qui partage ce rayon en deux parties égales. L'indice de réfraction de l'eau ou en général du fluide considéré fera alors le rapport $EG:GH$; ce sera toujours ce rapport qu'on trouvera entre les deux sinus, comme je l'ai dit plus haut. Mais les rayons, après avoir traversé le verre, convergeront plus exactement si nous ne laissons passer que ceux-là seulement qui pénètrent dans le vase cylindrique par le milieu; il faut donc couvrir les deux côtés jusqu'à une certaine distance du milieu. On trouvera la démonstration de ce qui vient d'être dit dans la suite de ce traité, au théorème XIII du premier livre ¹⁾. On verra en outre, d'après le théorème XXV du livre I ²⁾, que les réfractions qui ont lieu dans le verre ne nous empêchent nullement de considérer le cylindre ABCD comme formé entièrement d'eau.

Et si l'on veut obtenir par un procédé tout aussi rapide l'indice de réfraction du verre ou du cristal, il faut prendre une lentille formée de cette substance et possédant une surface plane et une surface convexe telle que la lentille ABC. On exposera la surface plane aux rayons du soleil ou à ceux d'une lampe placée à grande distance de sorte que les rayons tombent perpendiculairement sur cette surface. Derrière la lentille on placera une surface plane et on l'éloignera de la lentille à une distance telle que les rayons, en convergeant vers cette surface, y engendrent l'image la plus nette possible du soleil ou de la flamme. Soit cette image en E. Que l'on mesure alors la distance EB de cette image à la surface convexe de la lentille, et que l'on sache que l'indice de réfraction du verre ou du cristal considéré est égal au rapport de la somme du rayon de courbure DB de la surface convexe et de la longueur mesurée BE, c'est-à-dire de DE d'une part, et de la longueur BE elle-même d'autre part. Cette proposition sera démontrée au théorème IX du premier livre ³⁾. Il sera avantageux de couvrir les bords de la lentille jusqu'à une certaine distance du centre, afin qu'elle donne une image plus nette de la source lumineuse. Je pourrais aux méthodes décrites en ajouter d'autres plus laborieuses, conduisant plus subtilement à la connaissance de ce même indice de réfraction. Mais comme il n'est pas fort important de chercher la valeur numérique de cet indice avec une grande précision, et que cette valeur est quelque peu différente, comme je l'ai déjà dit ⁴⁾, pour diverses sortes de verres ou d'eaux, il me semble inutile de faire connaître d'autres procédés. J'ajoute toutefois que l'indice de réfraction de l'eau de pluie, mesuré avec précision, s'est trouvé avoir la valeur $250:187$, peu supérieure à la fraction $\frac{4}{3}$; c'est ce que Descartes a inféré ingénieusement de la considération du diamètre de l'arc-en-ciel ⁵⁾. D'après cette même méthode, nous avons calculé l'indice de réfraction du verre, en nous servant d'une petite sphère solide de cette substance, et en observant ⁶⁾ à l'aide de cette sphère que le rayon d'un arc-en-ciel pour une

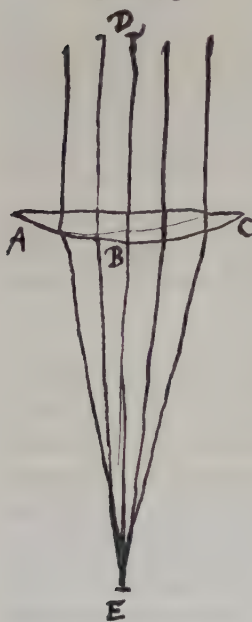
¹⁾ Voir la p. 79 du Tome présent.

²⁾ Voir la p. 125 du Tome présent.

extimam superficiem, quæ bifariam secetur in H. Jam proportio refractionis aquæ, vel quicunque liquor fuerit, habebitur ea quæ est EG ad GH, quæ nempe eadem semper in sinibus existet ut superius exposui. Accuratus autem radij post vitrum colliguntur si tantum eos transire sinamus qui circa medium cylindrum penetrant, lateribus utrinque aliquousque contactis. Ac demonstratio quidem hujus in sequentibus invenietur, libri primi propof. [XIII] ¹⁾. nec refractiones quæ in vitro hic accidunt quicquam obesse, quo minus cylindrus ABCD velut totus aqueus censeatur, patebit ex ijs, quæ dicentur lib. [I] propof. [XXV] ²⁾.

Quod si vitri aut crystalli refractiones simili compendio inquirere libeat, lentem ex ea materia formatam accipe, superficie altera plana, altera convexa, qualis hic est lens ABC. Superficiem planam soli oppone vel lucernæ procul positæ ut

[Fig. 4.]



radij incident ad rectos angulos: post lentem vero adhibe planum aliquod, ac tantum remove, ut in eo radij coeuntes imaginem solis aut flammæ quam nitidissimam depingant: Esto in E. Tum distantiam hujus imaginis ab lentis convexa superficie metire EB, et quam rationem habet semidiameter convexitatis ABC puta DB unâ cum inventa longitudine BE, hoc est, tota DE ad hanc ipsam BE, eandem scito esse refractionis vitri vel crystalli propositæ. hoc enim demonstrabitur lib. I. prop. [IX] ³⁾. Lentem vero circa latera aliquatenus texisse proderit, ut imaginem lucidi eo nitidiorem referat. Alios modos adjungere his possem operosiores, quibus proportio eadem refractionis subtilius ⁴⁾ colligatur, *sed cum non multum intersit scrupulose eam definiri* ⁵⁾ et in diversi generis vitris aquisve, ut jam dixi ⁶⁾, diversa aliquantum deprehenditur, operæ pretium non videtur plura de his præcipere. Aquæ tamen pluvix refractionis, ut hoc addam, accuratè dimensa reperta est ut 250 ad 187, paulo scilicet major sesquitertia; idque ex Iridis amplitudine Cartesius subtiliter sane collegit ⁷⁾. Similique ratione, adhibita sphærula vitrea solida, inventaque *ex observatione* ⁸⁾ semidiametro iridis in pluvia vitrea, si qua

³⁾ Voir la p. 35 du Tome présent.

⁴⁾ La copie de Niquet ajoute: „accuratiusque”, mot qu’on trouve aussi dans le manuscrit primitif mais que Huygens biffa plus tard.

⁵⁾ La copie de Niquet donne: „Sed quia nulla necessitas scrupulosam adeo inquisitionem exigit”.

⁶⁾ C’est-à-dire dans la rédaction primitive, rejetée depuis, du début de l’ouvrage présent; consultez la p. 144 du Tome présent où nous donnons cette rédaction.

⁷⁾ Voir la note 4, p. 153 du Tome présent.

⁸⁾ Voir la lettre à G. van Gutschoven du 6 mars 1653, p. 225 du T. I, où on lit entre autres:

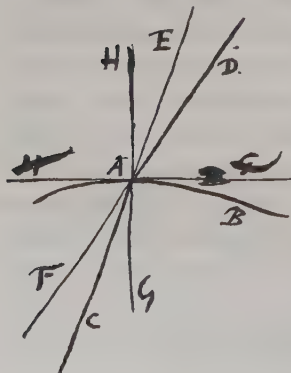
pluie de verre, si jamais une telle pluie venait à tomber, ferait de $21^{\circ} 45'$. Nous expliquerons ce calcul ¹⁾ dans le traité des Parélies ²⁾. Quant à la valeur de l'indice, nous avons trouvé ³⁾ qu'elle est supérieure à $\frac{1}{78}$, c'est-à-dire à $\frac{3}{2}$, mais inférieure à $\frac{1}{75}$. Il est donc permis de prendre la valeur $\frac{3}{2}$; l'erreur ainsi commise est négligeable. D'ailleurs nous n'avons nullement, dans les théorèmes qui suivent, eu égard à cette valeur là plutôt qu'à aucune autre, et il faut savoir que ce que nous établirons dans ces théorèmes est vrai, indépendamment de la valeur numérique de l'indice de réfraction.

Les trois théorèmes suivants, dont nous ferons par la suite un fréquent usage, découlent aisément de la loi des réfractions, que nous venons d'exposer.

PROPOSITION I ⁶⁾.

Soit donnée une surface quelconque AB, bornant un corps transparent existant du côté C, et soit AC le rayon réfracté provenant du rayon DA qui tombe de l'extérieur sur ce corps. Prolongeons DA vers F et CA vers E. Imaginons-nous ensuite que le corps transparent change de place de telle manière qu'il reste borné par la même surface AB, mais qu'il vienne se trouver de l'autre côté de cette surface, c'est-à-dire du côté E. Je dis qu' alors le rayon réfracté, provenant du rayon FA, fera AE.

[Fig. 5.]



En effet, soit HAG qui coupe la surface au point A, une perpendiculaire à cette surface. Le rayon DA et le rayon réfracté AC sont par conséquent dans le même plan passant par HG. Vu que le rayon DA, lorsque le corps transparent est situé du côté G, fait avec la perpendiculaire HG le même angle que le rayon FA, lorsque le corps transparent est situé du côté H (car DAF est par hypothèse une ligne droite), les rayons réfractés provenant de chacun de ces rayons feront aussi avec HG des angles égaux. Or, le rayon réfracté AC, provenant du rayon DA, fait avec AG l'angle CAG. Le rayon réfracté provenant du rayon FA fera donc un angle égal avec HA, c'est-à-dire un angle de grandeur

„Nempe sicut ex angulis semidiametri iridis caelestis utriusque Cartesius aquae refractionem invenit veræ proximam; Ita ego comparato mihi exiguo cylindro vitreo minimi digiti crassitudinem habente, soli eum exposui, observavique instrumento Geometrico sub quo angulo color ruber appareat. Et sic comperi semidiametrum maximam iridis primariae in pluvia vitrea fore circiter graduum 21.50. secundariae minimam graduum 89.” On peut consulter

talis caderet, grad. 21. 45'; proportionem refractionis vitri inde calculo ¹⁾ subduximus, *cujus ratio in ijs, quæ de Pareliis, explicabitur* ²⁾, comperimusque majorem quam 114 ad 76, sive quam 3 ad 2, minorem vero quam 115 ad 76. ut sesquialteram usurpare absque errore liceat ³⁾. *Cæterum* ⁴⁾ non ad hanc magis quam ad aliam quamlibet *in sequentibus theorematis respeximus quæque ijs definiemus omnia eodem modo se habitura sciendum est* ⁵⁾, quæcunque demum fuerit refractionis proportio.

Porro ex lege refractionum modo explicata tria hæc Theoremata facile deducuntur, quorum in cæteris frequens usus erit.

PROPOSITIO [I] ⁶⁾.

Si fuerit superficies quælibet AB, terminans diaphanum versus C existens, sitque radij DA extrinsecus in illam incidentis refractione AC, et producat DA versus F, et CA versus E. Et intelligatur deinde diaphanum ita transponi ut eadem superficie AB terminetur, sed existat ad partem ejus contrariam, ubi nempe est E. Dico jam radij FA refractionem fore AE.

Sit enim recta HAG quæ penetret superficiem AB ad angulos rectos in A. Sunt ergo in eodem plano per HG ducto tum DA tum refractione ejus AC. Quia vero radius DA ad perpendicularem HG existente diaphano versus G eodem angulo inclinatur, quo radius FA, existente diaphano versus H, est enim DAF, ex hypothesi, linea recta, etiam refractiones utriusque cum ipsa HG angulos æquales constituent. Radij autem DA refractione AC facit angulum CAG, ergo

encore l'Appendice III, p. 154 du Tome présent qui contient des observations exécutées en 1658.

¹⁾ Consultez sur ce calcul l'Appendice II. On y trouvera la règle suivant laquelle il doit être exécuté et l'application au cas de l'eau, où le demi-diamètre de l'arc-en-ciel est supposé être égal à 41° 30'; voir les p. 151—153 du Tome présent.

²⁾ De cette phrase, ajoutée après 1666, c'est-à-dire après la date de la copie de Niquet, où elle manque, il résulte que Huygens avait alors l'intention de joindre le contenu de l'Appendice II à l'ouvrage projeté „De Coronis et Parheliis” qui n'a paru qu'après son décès et qui ne contient rien de semblable. Ce fut depuis 1658 que Huygens s'occupa du sujet des paréliis; comparez les pp. 219 et 496 du T. II.

³⁾ Dans la Correspondance de 1652 et 1653 (voir les pp. 192, 204 et 225 du T. I) Huygens donne le même rapport comme étant de 600 à 397, ce qui revient à celui de 114,8.. à 76.

⁴⁾ „Nos autem” dans la copie de Niquet.

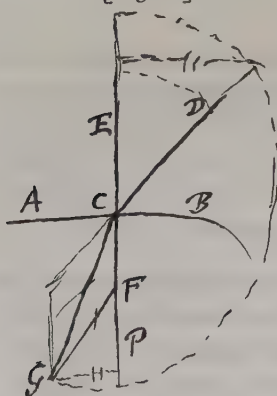
⁵⁾ La copie de Niquet donne au lieu des mots cursivés: „sequentia theoremata adstruimus; sed universalem hanc effecimus contemplationem, adeo ut, quæ definiemus omnia eodem modo se habitura sint.”

⁶⁾ Plus tard Huygens a annoté: „Nous n'avons à faire de celle cy qu'en traitant des surfaces caves.”

HAE, CAE étant une ligne droite. Mais de plus FA et AE se trouvent dans le même plan passant par la droite HG, vu que FA est le prolongement de DA, et AE de CA. Il est donc évident que le rayon réfracté provenant du rayon FA n'est autre que AE, lorsque le corps transparent se trouve du côté H. C'est ce qu'il fallait démontrer.

PROPOSITION II.

[Fig. 6.]



Soit AB la surface d'un corps transparent, la forme de cette surface étant arbitraire. Soit DC un rayon oblique tombant du dehors sur cette surface, CG le rayon réfracté, et la droite ECP une normale à la même surface. Prenons un point quelconque F sur cette normale, à l'intérieur du corps transparent, et tirons FG parallèle au rayon DC. Je dis que cette parallèle coupe le rayon réfracté CG et que le rapport CG : GF est égal à l'indice de réfraction.

Car l'angle FCG est plus petit que l'angle DCE à cause de la réfraction; cet angle fera donc aussi plus petit que l'angle PFG; c'est pourquoi les droites CG et FG se couperont nécessairement. De plus, selon la loi des réfractions exposée plus haut le rapport du sinus de l'angle DCE au sinus de l'angle FCG est égal à l'indice de réfraction. Or, le sinus de l'angle DCE est le même que celui de l'angle DCF ou CFG. Par conséquent dans le triangle CFG le rapport du sinus de l'angle CFG au sinus de l'angle FCG est égal à l'indice de réfraction. La même chose fera donc vraie pour le rapport du côté CG au côté GF, car dans tout triangle les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés.

Il est clair que la réciproque de cette proposition est également vraie. C'est-à-dire, lorsque FG est parallèle au rayon DC et rencontre la droite CG, et que le rapport CG : GF est égal à l'indice de réfraction, CG fera le rayon réfracté qui correspond au rayon DC.

huic æqualem angulum efficit refractione radij FA cum ipsa HA, hoc est æqualem angulo HAE, est enim CAE linea recta. Sed et in eodem plano, per rectam HG ducto, sunt FA et AE, quum sint in directum ipsis DA, CA. Ergo patet radij FA refractionem fore ipsam AE quando diaphanum est a parte H. quod erat dem.

PROPOSITIO [II].

Si fuerit diaphani superficies quælibet AB, in quam extrinsecus cadat obliquus radius DC, qui refringatur secundum CG; sitque recta ECP secans diaphani superficiem ad angulos rectos, et sumatur in ea intra diaphanum punctum quodvis F, unde ducatur FG parallela radio DC. dico hanc occurrere refractioni CG, et habere CG ad GF rationem eam quæ est refractionis.

Quia enim propter refractionem angulus FCG minor est quam DCE, idem quoque minor erit quam PFG, ideoque CG, FG necessario concurrent. Porro quia secundum refractionum legem superius expositam, sinus anguli DCE ad sinum anguli FCG rationem habet eam, quæ est refractionis. Sinus autem anguli DCE idem est qui anguli DCF seu CFG. Ergo in triangulo CFG habebit sinus anguli CFG ad sinum anguli FCG rationem refractionis. Quare eandem quoque habebit latus CG ad latus GF. Quia nempe in omni triangulo, latera inter se eandem proportionem servant, quam sinus angulorum, quibus illa subtenduntur.

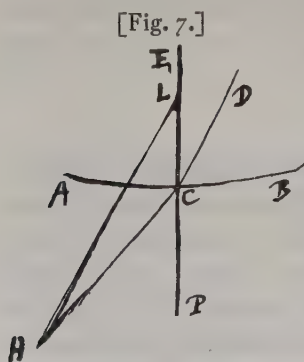
Patet autem et conversæ hujus ¹⁾ veritas. Nempe si FG parallela existente radio DC, rectæque CG occurrente, fuerit CG ad GF ratio eadem quæ est refractionis, tunc CG fore refractionem radij DC.

¹⁾ La copie de Niquet intercale le mot „propositionis”; qu'on retrouve dans le manuscrit même, mais qui y fut biffé depuis.

PROPOSITION III.

Soit AB [Fig. 7.] la surface d'un corps transparent, la forme de cette surface étant arbitraire. Le corps transparent se trouve du côté L. Soit DC un rayon à l'intérieur de ce corps. Ce rayon sort du corps au point C et est réfracté selon CH. Soit ECP une normale à la surface. Prenons sur cette normale un point quelconque L et tirons de là une parallèle LH au rayon DC. Je dis que cette parallèle coupe le rayon réfracté CH, et que le quotient $LH:HC$ est égal à l'indice de réfraction.

Car le rayon DC quitte le corps après avoir été réfracté à la surface; l'angle PCH fera donc plus grand que l'angle LCD, c'est-à-dire que l'angle CLH. Il en résulte manifestement que les droites CH et LH se coupent.



De plus, suivant la loi des réfractions, le rapport du sinus de l'angle PCH au sinus de l'angle LCD ou CLH est égal à l'indice de réfraction. Or, le sinus de l'angle PCH est le même que celui de l'angle LCH. Par conséquent dans le triangle LHC le rapport du sinus de l'angle LCH au sinus de l'angle CLH sera égal à l'indice de réfraction. La même chose fera donc vraie pour le rapport des côtés LH et HC. Ce qu'il fallait démontrer.

Ici aussi la réciproque de la proposition est évidemment vraie. C'est-à-dire, lorsque LH est parallèle au rayon DC et rencontre la droite CH, et que le rapport $LH:HC$ est égal à l'indice de réfraction, CH sera le rayon réfracté qui correspond au rayon DC.

Nous expliquerons dans la suite comment on trouve les points où se réunissent les rayons après avoir été réfractés par quelque surface plane, convexe ou concave, ou bien ceux où les rayons, dispersés par cette réfraction, se coupent lorsqu'on les prolonge en sens inverse. Nous les appellerons points de concours ou points de dispersion. Toutefois, comme nous désignerons également par ce nom des points auxquels ne correspondent pas exactement, comme on le fera voir, tous les rayons réfractés, nous devons dire en peu de mots ce qu'il faut alors entendre par là. Lorsqu'il peut être démontré que les rayons qui tombent parallèlement sur la lentille ABC [Fig. 8] coupent tous l'axe DBE, après la réfraction, en-deçà d'un certain point E, ou bien qu'ils coupent tous l'axe au-delà de ce point, et cela de telle façon que plus un rayon incident est proche de l'axe, plus le point où le rayon réfracté, qui y correspond, coupe l'axe est proche du point E, et que cette

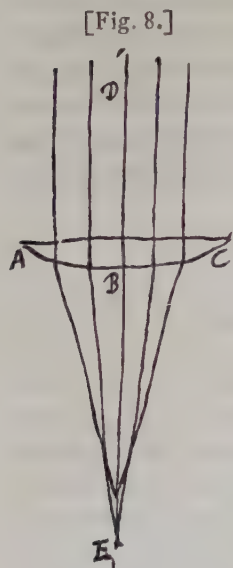
PROPOSITIO [III].

Si fuerit diaphani superficies quæcunque AB [Fig. 7], terminans diaphanum versus L existens: radius autem intra diaphanum sit DC, qui in C egrediens¹⁾, refringatur in CH. Et ducta ECP, quæ superficiem secet ad angulos rectos, sumatur in ea punctum quodvis L, unde ducatur LH parallela radio DC. dico hanc occurrere refractioni CH, atque esse LH ad HC rationem eam quæ est refractionis.

Quia enim radius DC refractus exit à diaphano, erit angulus PCH major angulo LCD, hoc est, angulo CLH. Unde manifestum est rectas CH, LH concurrere.

Porro autem, quia secundum legem refractionis, sinus anguli PCH ad finem anguli LCD five CLH, proportionem refractionis habet, sinus autem anguli PCH idem est qui sinus anguli LCH, habebit itaque in triangulo LHC, sinus anguli LCH ad finem anguli CLH proportionem refractionis. Quare eandem quoque habebit latus LH ad latus HC, quod erat probandum.

Rursus autem et conversa propositionis hujus manifesta est. Nempe si LH parallela existente radio DC, rectæque CH occurrente, fuerit LH ad HC ratio ea quæ refractionis, etiam CH fore refractionem radij DC.



Nunc quomodo puncta ea inveniantur, ad quæ radij, postquam in superficie aliqua plana convexa aut cava refracti fuerint, colliguntur, vel ad quæ dispersi respiciunt, deinceps exponemus; quæ quidem puncta concursus vel dispersus vocabimus. Quoniam vero²⁾ hoc nomine etiam illa puncta designabimus ad quæ tamen radios omnes refractos non accuratè pertinere ostensum fuerit, id quomodo tunc intelligendum sit paucis declarandum est. Ergo si radios parallelos in

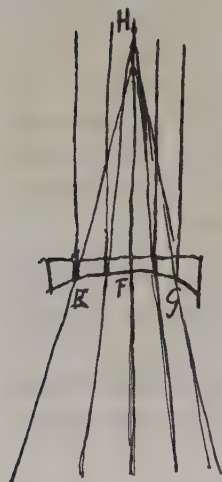
lentem ABC [Fig. 8] incidentes omnes post refractionem convenire ostendatur cum axe DBE citra punctum quoddam E, vel omnes ultra idem punctum, verum hoc pacto ut quo quisque radius axi propinquior fertur eo refractus concurrat propius ad punctum E, idque ad distantiam tandem quavis data minorem, tum

¹⁾ La copie de Niquet intercale: „diaphanum”; mot qui fut biffé dans le manuscrit que nous suivons.

²⁾ La copie de Niquet intercale „plerumque”, mot biffé dans le manuscrit.

dernière distance finit par devenir plus petite qu'une grandeur donnée quelconque,

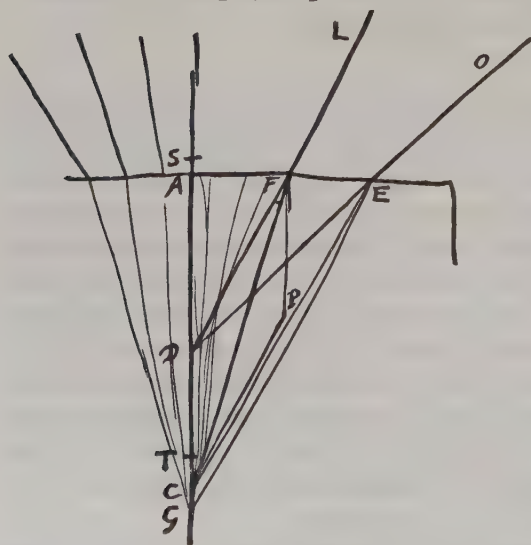
[Fig. 9.]



alors aussi le point E fera appelé le point de concours. Et de même pour une lentille concave KFG [Fig. 9], lorsque nous aurons démontré que les rayons parallèles venant du côté H sont dispersés après la réfraction de telle façon que prolongés en sens inverse ils rencontrent tous l'axe FH soit en-deçà soit au-delà d'un certain point H, et cela avec les mêmes conditions que nous avons aussi posées pour la lentille convexe, alors le point H fera appelé le point de dispersion ¹⁾. Même nous considérons dans la plupart des cas ces points comme déterminant exactement le concours ou la dispersion des rayons; nous pourrons le faire en ayant égard seulement aux parties centrales des lentilles ou des surfaces, parties dont les dimensions, par rapport aux diamètres de la convexité ou de la concavité, doivent être assez faibles pour que ce qui est imparfait dans le sens géométrique paraisse parfait à nos yeux. Car il est certain que les dimensions latérales des lentilles satisfont à cette condition; cela est vrai aussi bien pour les lentilles que

nous voyons donner dans l'obscurité une image des objets que le soleil éclaire en-dehors, que pour celles dont se composent les lunettes ou les télescopes: s'il en était autrement, on n'obtiendrait pas avec ces lentilles des effets aussi remarquables.

[Fig. 10.]



PROPOSITION IV.

Problème 1³⁾.

Étant donnée la surface plane d'un corps transparent et le point où se dirigent les rayons au moment où ils tombent du dehors sur cette surface, trouver le point de concours des rayons réfractés ⁴⁾.

Soit AE la surface plane du corps transparent, ou plutôt soit AE une ligne droite située sur cette surface, et soit donné le point D où se dirigent les rayons LF, OE, au moment où, venant du dehors, ils rencontrent cette surface. Soit DA une perpendiculaire sur cette surface, et figurons-nous que

quoque punctum E concursus punctum dicetur. Similiterque in lente cava KFG [Fig. 9], si parallelos radios à parte H venientes post refractionem ita spargi ostenderimus, ut retrorsum producti convenient cum axe FH omnes citra punctum quoddam H, vel omnes ultra, iisdemque etiam conditionibus quas in convexa posuimus, tum punctum H dicetur punctum dispersus ¹⁾. Quin etiam hæc puncta *plerumque sic accipiemus* ²⁾, tanquam concursum aut dispersum radiorum exactè determinarent; medias videlicet lentium aut superficierum partes respicientes, quarum satis exigua sit proportio ad convexitatis vel cavitatis diametros, ut quantum ad sensum oculorum attinet perfectum videatur quod geometrica ratione est imperfectum. Ita enim sese habere lentium latitudines certum est, tum earum quibus in tenebris picturam representari videmus rerum quæ foris a Sole illuminantur, tum quibus perspicilla seu telescopia constant; neque enim alioqui tam insignes earum effectus cernerentur.

[PROPOSITIO IV.]

Problema [I.] ³⁾

Data diaphani superficie plana, et puncto, ad quod radij tendentes in superficiem extrinsecus impingant; Invenire punctum concursus refractorum ⁴⁾.

Sit [Fig. 10] diaphani superficies plana AE, hoc est, in qua est linea recta AE, sitque datum punctum D, ad quod tendentes radij ut LF, OE, superficiei dictæ extrinsecus occurrant. Sit autem DA eidem ad angulos rectos, omnesque lineæ

¹⁾ On retrouve cette définition des points de concours et de dispersion dans les lettres à Van Gutschoven du 4 novembre 1652 et du 6 mars 1653 (pp. 191 et 224—225 du T. I). Dans toute la présente partie de sa Dioptrique Huygens s'y tient strictement sans se rebuter des complications qu'elle apporte dans les démonstrations géométriques à la mode des anciens.

²⁾ La copie de Niquet donne: „frequenter ita considerabimus,” ce qui constitue la leçon primitive du manuscrit, biffée depuis et remplacée par les mots cursivés.

³⁾ Huygens a ajouté en marge: „hoc cum 3^{bus} sequentibus forsan melius post refractiones singularum sphaëricarum superficierum”. L'annotation est sans doute d'une date de beaucoup postérieure à la rédaction primitive et même à la copie de Niquet où l'indication n'a pas été suivie.

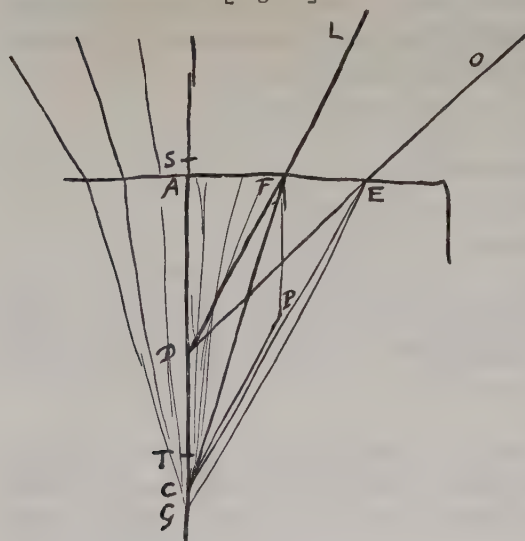
⁴⁾ Les propositions IV—VII contiennent, pour les divers cas qui peuvent se présenter, la déduction de la relation $d_2 = nd_1$, où d_1 et d_2 désignent les distances à la surface plane des points de concours des rayons qui se trouvent dans le premier et dans le second milieu, et où n représente l'indice de réfraction du second milieu par rapport au premier.

Ici, et dans la suite, nous appelons „premier milieu” celui où les rayons se trouvent avant la réfraction.

toutes les droites qui apparaissent dans la figure soient situées dans un plan passant par AD. Prolongeons AD et choisissons le point T de telle manière que le rapport $TA : AD$ soit égal à l'indice de réfraction. Je dis que ce point T sera le point de concours cherché. Or, en premier lieu je démontrerai qu'aucun rayon réfracté ne rencontre l'axe AD en-deçà du point T. Soit en effet FC le rayon réfracté provenant du rayon LF. Achétons la construction du parallélogramme CDFP. FP sera donc perpendiculaire à la surface AE et PC sera parallèle au rayon LF et rencontrera le rayon réfracté provenant de ce rayon en C. Le rapport FC : CP sera donc égal à l'indice de réfraction*. Or, FD est égale à CP. Par

* Prop. II.

[Fig 10.]



conséquent le rapport CF : FD sera lui aussi égal à cet indice de réfraction, c'est-à-dire à $TA : AD$. Le carré de CF est donc aussi au carré de DF, comme celui de TA est à celui de AD. Le carré de CF est donc au carré de DF, comme une quantité plus grande est à une quantité moindre. Par conséquent, soustrayant des deux côtés le carré de AF, on voit que le rapport $CA^2 : AD^2$ est plus grand que le rapport $CF^2 : DF^2$, c'est-à-dire que le rapport $TA^2 : AD^2$. Le carré de CA sera donc plus grand que celui de TA, et la ligne CA elle-même sera plus grande que TA : d'où il appert que le rayon réfracté FC rencontre

l'axe AD au-delà du point T.

Il faut démontrer en second lieu que les rayons réfractés provenant de rayons situés plus près de la droite AD la rencontrent en un point plus rapproché du point T que ceux provenant de rayons plus éloignés de cet axe. Soit, en effet, le rayon OE plus éloigné de l'axe que le rayon LF, et soit EG le rayon réfracté correspondant à ce rayon-là. Joignons les points C et E par une droite. Le carré de CE surpasse alors le carré de ED d'une quantité égale à la différence des carrés de CF et de DF, vu que cette différence, ainsi que la première, est égale à la somme du carré de CD et de deux fois le rectangle sur les lignes CD et DA. Or, le carré de CE est plus grand que celui de CF. Le rapport $CE^2 : ED^2$ est donc plus petit que le rapport $CF^2 : FD^2$. C'est pourquoi le rapport CE : ED est aussi inférieur au rapport CF : FD. Mais CF est à FD comme GE à ED. En effet, on peut démontrer pour les lignes GE et ED, comme cela a été démontré pour les lignes CF et FD, que leur rapport est égal à l'indice de réfraction : cela résulte de ce

* Prop. 12. 1. 2. Eucl. 3)

quæ in schemate apparent intelligantur in plano per AD ducto. Producat AD et habeat TA ad AD rationem eam quæ est refractionis. Dico T fore punctum concursus quæsitum. Et primo quidem ostendam nullius radij refractionem concurrere cum AD citra punctum T. Sit enim FC refractionis radij LF; et perficiatur parallelogrammum CDFP. Erit igitur FP superficiei AE ad angulos rectos, et PC parallela radio LF, ejusque refractioni occurrens in C. Quare FC ad CP habebit proportionem quæ est refractionis *. Est autem FD æqualis CP. Ergo etiam CF ad FD proportionem refractionis habebit, hoc est, eam quam TA ad AD. Ergo et quadratum CF ad quadr. DF, ut quadr. TA ad quadr. AD. Ergo ratio quadrati CF ad quadr. DF est majoris ad minus. Quare auferendo utrinque quadratum AF, erit ratio quadrati CA ad quadr. AD major quam quadrati CF ad quadr. DF, hoc est quam quadrati TA ad quadr. AD. Itaque quadratum CA majus erit quadrato TA, et CA linea major quam TA: unde apparet refractionem FC convenire cum axe AD ultra punctum T.

* [Prop. II.] ¹⁾

Secundo loco ostendendum est radiorum rectæ AD propinquiorum refractiones propius concurrere ad punctum T quam remotiorum. Sit enim radius OE remotior radio LF, et refractionis ejus sit EG: et jungatur EC. Quadratum igitur CE excedit quadr. ED, quantum CF quadratum excedit quadr. DF, quia utrorumque differentia est æqualis quadrato CD et duplo rectangulo CDA ²⁾ *. Est autem quadratum CE majus quadrato CF. Ergo minor est ratio quadrati CE ad quadr. ED, quam quadrati CF ad quadratum FD. Quare et lineæ CE ad ED minor ratio quam CF ad FD. Ut autem CF ad FD ita est GE ad ED. Nam sicut de lineis CF, FD ostensum fuit, ostendi etiam potest de lineis GE, ED, habere eas rationem quæ est refractionis, quia scilicet EG statuitur esse refractionis radij OE tendentis ad D. Igitur minor erit ratio CE ad ED quam GE ad ED: ac proinde GE major quam CE. Unde facile perspicitur AG quoque majorem esse quam CA; adeoque concursum refractionis radij OE longius abesse a puncto T quam radij LF.

* prop. [12.] l. 2. Eucl. ³⁾

Denique ostendere oportet aliquos radios refractos convenire cum AD producta in puncto quod dato quolibet intervallo minus distet à puncto T. Sumatur punctum C, dato intervallo propius situm puncto T et ulterius distans ab A quam ipsum T; et sicut differentia quadratorum TA, AD ad quadr. AD, ita sit differentia quadratorum CA, AD ad quadr. DS. Ergo quia differentia prior minor est posteriore, erit et quadratum AD minus quam quadra-

¹⁾ Ici, et souvent dans la suite, Huygens a indiqué par un astérisque les lieux où une citation lui semblait désirable, sans toutefois donner cette citation; ce qui fut fait alors par de Volder et Fullenius à l'occasion de la première publication, en 1703, des „Opera Posthuma”.

²⁾ Il s'agit du rectangle qui a CD et DA pour côtés.

³⁾ Le numéro de la proposition fut laissé en blanc par Huygens. Il manque de même dans la copie de Niquet; mais il s'agit clairement de la Prop. 12 du Livre 2 des „Eléments” d'Euclide; proposition qu'on trouve citée dans la note 15, p. 29 du T. XII.

que EG est par hypothèse le rayon réfracté provenant du rayon OE dont le prolongement passe par le point D. Le rapport CE : ED sera donc inférieur au rapport GE : ED; par conséquent GE est plus grande que CE. On voit donc aisément que AG aussi est plus grande que CA, et que le point où le rayon OE coupe l'axe après avoir été réfracté est par conséquent plus éloigné du point T que le point sur l'axe qui correspond au rayon LF.

Il faut enfin faire voir que quelques rayons réfractés rencontrent le prolongement de AD en un point situé du point T à une distance inférieure à un intervalle donné quelconque. Prenons un point C situé à une distance moindre du point T que la distance donnée et plus éloigné du point A que le point T lui-même. Comme la différence de TA^2 et AD^2 est à AD^2 , ainsi soit la différence de CA^2 et AD^2 à DS^2 . Par conséquent, comme la première différence est inférieure à la seconde, le carré de AD sera aussi plus petit que celui de DS; et la ligne DA sera plus petite que DS. Ainsi, si l'on décrit une circonférence avec le centre D et le rayon DS, cette circonférence coupera la droite AF par exemple en F. Joignons le point F aux points C et D, et prolongeons DF jusqu'en L. Vu qu' alors la différence de TA^2 et AD^2 est à AD^2 comme la différence de CA^2 et AD^2 est à DS^2 ou à DF^2 , on aura, par composition, TA^2 est à AD^2 comme la différence de CA^2 et AD^2 , augmentée de DF^2 , est à DF^2 . Or, la différence $CA^2 - AD^2$, c'est-à-dire $CD^2 + 2 CD \cdot DA$, ajoutée à DF^2 donne une somme égale à CF^2 . Par conséquent, $TA^2 : AD^2 = CF^2 : DF^2$. Et $CF : DF = TA : AD$. Or $TA : AD$ est égal à l'indice de réfraction. Dans le triangle CFD on a donc $CF : FD$ égal à ce même indice; et il en est de même pour le rapport des sinus des angles CDF ou ADF d'une part, FCD d'autre part. Or, l'angle ADF est l'angle entre le rayon incident LF et la perpendiculaire, et l'angle FCD est celui entre la même perpendiculaire et la ligne FC. Il est donc certain que FC est le rayon réfracté provenant du rayon LF. Nous avons ainsi démontré que le rayon réfracté provenant d'un certain rayon incident coupe l'axe AD en un point situé du point T à une distance plus petite qu'un intervalle quelconque. A cause de tout cela le point T sera le point de concours cherché.

PROPOSITION V.

Problème 2.

Étant donnée la surface plane d'un corps transparent et un point d'où proviennent des rayons qui tombent du dehors sur cette surface, trouver le point de dispersion des rayons réfractés.

Soit [Fig. 11] AE la surface plane du corps transparent et D le point donné, d'où procèdent des rayons tels que DF se dirigeant vers ce corps. Soit la ligne DA

perpendiculaire à la surface AE. Prolongeons-la, et soit $TA : AD$ égal à l'indice de réfraction. Je dis que T fera le point de dispersion cherché, c'est-à-dire que les rayons réfractés, tels que FN, provenant de rayons issus du point D, tels que DF, ont dans le corps transparent la direction qu'ils auraient en venant du point T.

En effet, prolongeons DF du côté L et joignons les points F et T. Alors il fera clair par ce qui précède que si, contrairement à notre hypothèse, nous nous figurons que la surface AE limite un corps transparent situé du côté D, les rayons, qui se dirigent vers le point D ont après la réfraction leur point de concours en T, de sorte que FT sera le rayon réfracté provenant du rayon LF. Or, FD est le prolongement de LF, et FN est celui de TF. Par conséquent, FN sera ici le rayon réfracté provenant du rayon DF*. Le rayon DF a donc après la réfraction la même direction que s'il provenait du point T; c'est pourquoi le point T fera le point de dispersion cherché. Il est évident qu'en vérité les rayons réfractés, prolongés en sens inverse, coupent l'axe AD au-delà du point T.

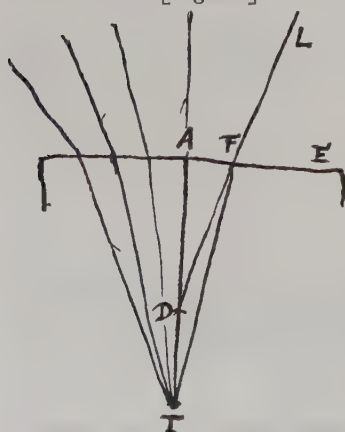
* Prop I.

PROPOSITION VI.

Problème 3.

Étant donnée la surface plane d'un corps transparent et un point d'où proviennent des rayons tombant de l'intérieur sur cette surface, trouver le point de dispersion des rayons réfractés.

[Fig. 12.]



ainsi qu'il suit du problème 1, vu que le rapport $TA : AD$ est égal à l'indice

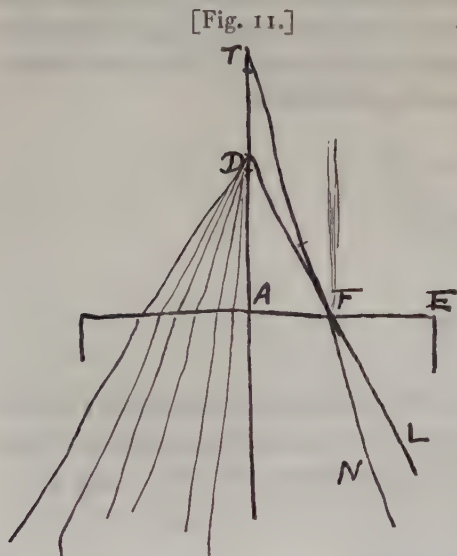
Soit AE [Fig. 12] la surface plane du corps transparent et T le point donné, d'où les rayons, tels que TF, se dirigent vers la surface AE. Soit TA une droite perpendiculaire à la surface AE. Divisons-la par le point D de telle façon que $TA : DA$ soit égal à l'indice de réfraction. Je dis que D fera le point de dispersion cherché, c'est-à-dire que FL, le rayon réfracté correspondant au rayon TF, aura une direction telle qu'il semblera provenir du point D. En effet, joignons les points F et D. Si donc LF était un rayon tombant sur la surface AE et se dirigeant vers le point D, le rayon réfracté qui y correspondrait serait FT, ainsi qu'il suit du problème 1, vu que le rapport $TA : AD$ est égal à l'indice

et producat, habeatque TA ad AD proportionem refractionis. Dico T fore punctum dispersus quæsitum: Hoc est radiorum ex D procedentium refractiones,

sicut FN est radij DF, intra diaphanum
ita ferri, quasi venirent ex puncto T.

Producatur enim DF versus L, et jungatur FT. Igitur si superficiem AE, contra quam hîc positum est, terminare imaginemur diaphanum versus D existens, manifestum est per præced. radiorum ad D tendentium refractiones concurrere ad punctum T: ita ut radij LF refractione futura sit FT. Est autem FD in directum ipsi LF, et FN in directum ipsi TF. Ergo et FN erit hic refractione radij DF *. Itaque radius DF refractus ita fertur quasi ex puncto T manaret, ideoque erit T punctum dispersus quæsitum. Patet autem ejusmodi esse, ut radiorum refractiones retro productæ ultra ipsum T, cum recta AD conveniant.

* [Prop. I.]



[PROPOSITIO VI.]

Problema [3].

Data diaphani plana superficie et puncto ex quo manantes radij intrinsecus in eam deferantur; invenire punctum disperfus refractorum.

Sit [Fig. 12] plana superficies diaphani AE et punctum T datum, ex quo radij ad superficiem AE ferantur ut TF. Sit TA recta ad superficiem AE perpendicularis, eaque dividatur in D ita ut TA ad DA habeat proportionem refractionis. Dico D fore punctum dispersus quæsitum: ut nempe FL refractionis radij TF feratur quasi ex puncto D procederet. Jungatur enim FD. Si igitur LF esset radius incidens in superficiem AE, tendensque ad punctum D, ejus refractionis foret FT, ut ex probl. [1] est manifestum; quia nimirum TA ad DA est pro-

de réfraction. Par conséquent le rayon FL fera inversement le rayon réfracté provenant du rayon TF; car telle est la loi des réfractions, comme cela a été exposé plus haut. D est donc le point de dispersion cherché. Ce point fera tel que tous les rayons réfractés rencontrent l'axe en-deça de D, c'est-à-dire en un point plus rapproché que D lui-même de la surface A. Cela peut facilement être démontré à l'aide des considérations du problème 1.

PROPOSITION VII.

Problème 4.

Étant donnée la surface plane d'un corps transparent et un point en-dehors de ce corps où se dirigent des rayons qui tombent du dedans sur cette surface, trouver le point de concours des rayons réfractés.

Soit AE [Fig. 13] la surface plane du corps transparent et T le point donné en-dehors de ce corps, où se dirigent des rayons tels que LF lorsqu'ils rencontrent la surface AE en venant du dedans. Soit TA une perpendiculaire à la surface. Prenons sur cette droite le point D de telle manière que le rapport $TA : AD$ soit égal à l'indice de réfraction. Je dis que D est le point de concours cherché. Car il est clair d'après le probl. 2 que, si DF est le rayon incident, le rayon réfracté qui y correspond sera FL, vu que FL est le prolongement de TF et que le rapport $TA : AD$ est égal à l'indice de réfraction. Par conséquent FD fera ici inversement le rayon réfracté provenant du rayon LF, et partant D le point de concours des rayons qui se dirigeaient vers T. Ajoutons qu'aucun rayon ne rencontre l'axe au-delà du point D.

Lemme 1. 1°)

Soit ABC [Fig. 14] un triangle possédant un angle obtus A. Une droite partant de B rencontre AC, prolongée du côté C, au point D. Je dis que le rapport $BD : DA$ est plus petit que $BC : CA$.

En effet, soit CE une parallèle à DB. Comme l'angle A est par hypothèse

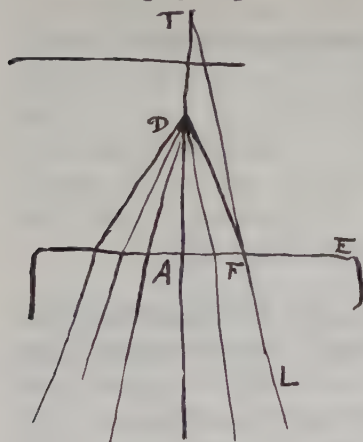
portio refractionis. Igitur vicissim radij TF refractionis erit FL ; hæc enim refractionum lex est ut supra fuit expositum. Igitur D est punctum dispersus quæsitum. Erit autem ejusmodi ut radiorum refractiones omnes citra D concurrant, hoc est ut concursus earum minus distet a superficie A quam punctum D . Quod facile probari potest ex iis quæ habentur in Probl. [1].

[PROPOSITIO VII.]

Problema [4].

Data diaphani superficie plana, et puncto extra diaphanum ad quod tendentes radij intrinsecus in superficiem ejus incident, invenire punctum concursus refractorum.

[Fig. 13.]



Superficies diaphani plana sit AE , et punctum extra datum T , quo tendentes radij ut LF , occurrant superficiei AE intrinsecus. Sit TA superficiei ad angulos rectos, eaque secetur in D , ut TA ad AD sit proportio refractionis. Dico D esse punctum concursus quæsitum. Constat enim ex probl. [2] si DF sit radius incidens, ejus refractionem fore FL , quoniam FL est in directum ipsi TF , ratio autem TA ad AD eadem quæ refractionis. Igitur vicissim hic erit FD refractionis radij LF ; ac proinde D punctum concursus radiorum tendentium ad T . Nullus autem radius concurret ultra D .

Lemma [1.] ¹⁾

Sit triangulum BAC [Fig. 14] angulum A obtusum habens, et ducatur ex B quæ occurrat AC , versus C productæ in D . Dico minorem esse rationem BD ad DA quam BC ad CA .

Sit enim ducta CE parallela DB . Quoniam ergo angulus A obtusus est; angu-

¹⁾ Huygens a annoté en marge: „haec 4 lemmata possunt omitti.” Cette annotation doit dater d'avant 1666, puisqu'on la rencontre de même dans la copie de Niquet.

obtus, et que l'angle BEC est égal à la somme des angles A et ECA, BEC fera un angle obtus, et par conséquent dans le triangle BEC le côté BC sera plus grand que le côté EC. C'est pourquoi on aura $EC : CA < BC : CA$. Or, $EC : CA = BD : DA$. Donc aussi $BD : DA < BC : CA$. Ce qu'il fallait démontrer.

Lemme 2.

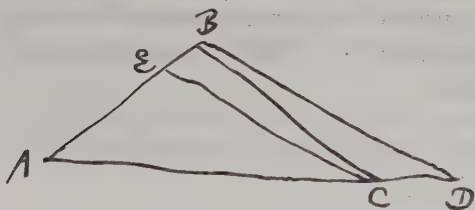
Réciproquement, si nous considérons de nouveau un triangle BAC [Fig. 14] possédant un angle obtus A, et que BD est opposée à ce même angle et rencontre la droite AC ou son prolongement, de telle manière que le rapport $BD : DA$ soit plus petit que le rapport $BC : CA$, je dis que DA est plus grande que CA.

En effet, si nous admettons que DA est plus petite que CA, on aura par le lemme précédent $BD : DA > BC : CA$. Or, par hypothèse $BD : DA < BC : CA$. Par conséquent, DA n'est pas plus petite que CA. Elle ne peut pas non plus lui être égale. La seule possibilité qui reste c'est que DA soit plus grande que CA. Ce qu'il fallait démontrer.

Lemme 3.

Soit un triangle ABC [Fig. 15] possédant un angle obtus B. Une droite partant de B rencontre AC, prolongée du côté C, au point D. Je dis qu'on aura $AD : DB < AC : CB$.

[Fig. 15.]

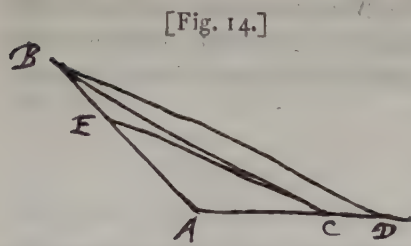


En effet, soit CE parallèle à DB. Vu que l'angle B du triangle CBE est obtus, le côté CE sera plus grand que le côté CB. Par conséquent, $AC : CE < AC : CB$. Or, $AC : CE = AD : DB$. Donc aussi $AD : DB < AC : CB$; ce qu'il fallait démontrer.

Lemme 4.

Considérons de nouveau le triangle ABC [Fig. 15] possédant un angle obtus B. Tirons BD de manière à ce que cette droite coupe AC ou son prolongement en D, et que l'angle ABD soit également obtus; soit en outre $AD : DB < AC : CB$. Je dis que AD est plus grande que AC.

En effet, soit $AD < AC$, il résultera alors du lemme précédent que le rapport



lus autem BEC æqualis utrisque simul, angulo A et ECA: Erit et BEC angulus obtusus, ideoque in triangulo BEC latus BC majus latere EC. quare minor ratio erit EC ad CA quam BC ad CA. ut autem EC ad CA ita BD ad DA. Ergo minor quoque ratio BD ad DA quam BC ad CA. Quod erat propositum.

Lemma 2.

Contra autem, posito ut ante, triangulo BAC [Fig. 14], angulum A obtusum habente, si ducatur BD eidem obtuso angulo subtensa, occurrensque rectæ per AC, ita ut minor fit ratio BD ad DA, quam BC ad CA; dico DA majorem esse quam CA.

Si enim DA minor dicatur quam CA, erit per præced. lemma major ratio BD ad DA quam BC ad CA. Ponitur autem minor esse. Ergo DA non erit minor quam CA, sed nec æqualis potest esse. Ergo superest ut DA sit major quam CA. quod erat propositum.

Lemma 3.

Sit triangulum ABC [Fig. 15] angulum B obtusum habens, et ducatur ex B quæ productæ AC versus C occurrat in D. Dico minorem fore rationem AD ad DB quam AC ad CB.

Sit enim CE parallela DB. Quoniam ergo trianguli CBE obtusus est angulus B, Erit latus CE majus latere CB: ac proinde minor ratio AC ad CE quam AC ad CB. Ut autem AC ad CE ita est AD ad DB. Ergo minor quoque ratio AD ad DB quam AC ad CB. quod erat propositum.

Lemma 4.

Sit denuo triangulum ABC [Fig. 15] angulo B obtuso, et ducatur BD occurrens rectæ per AC in D, ita ut et angulus ABD existat obtusus, sitque ratio AD ad DB minor ratione AC ad CB. Dico AD majorem esse quam AC.

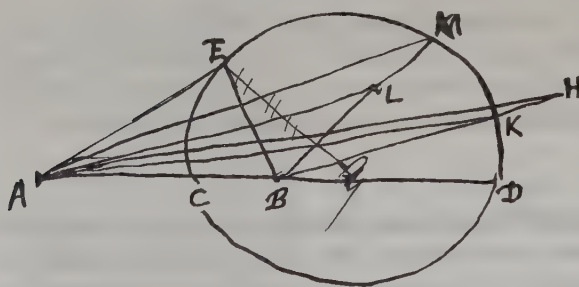
Si enim AD minor dicatur quam AC, sequetur ex lemmate præcedenti, ratio-

AC: CB est plus petit que le rapport AD: DB. Mais ici nous avons posé AD: DB < AC: CB. Par conséquent AD n'est pas plus petite que AC. Elle ne lui est pas non plus égale, vu que BC et BD sont par hypothèse différentes l'une de l'autre. Donc AD > AC. Ce qu'il fallait démontrer.

Lemme 5.

Soit une ligne droite AB divisée en C de telle manière que AC > CB. Prolongeons cette droite du côté B, et soit AD:

[Fig. 16.]



: DB = AC: CB. Décrivons avec CD comme diamètre la circonférence de cercle CED. Si des lignes droites AE, BE sont menées d'un point quelconque E de cette circonférence, je dis qu'on aura AE: EB = AC: CB. Cela a été démontré par Eutocius

dans son Commentaire aux Coniques d'Apollonius¹⁾. Et mieux par le professeur Fr. van Schooten, dans sa restitution des lieux plans d'Apollonius³⁾. Mais si un point, tel que H, est pris en dehors du cercle, et que ce point est réuni par des droites à A et à B, je dis qu'on aura AH: HB < AC: CB.

En effet, tirons la droite AK, K étant le point où la droite BH coupe la circonférence. On a donc AK: KB = AC: CB; partant AK > KB. C'est pourquoi, si l'on ajoute des deux côtés KH, on aura AK + KH: HB < AK: KB. Mais HA < HK + KA, ou HA = HK + KA, si H est pris sur la ligne CD prolongée du côté D. On aura donc aussi AH: HB < AK: KB, c'est-à-dire < AC: CB. Ce qu'il fallait démontrer.

Si nous prenons au contraire un point tel que L à l'intérieur de la circonférence, et que nous joignons ce point par des droites à A et à B, je dis qu'on aura AL: LB > AC: CB.

En effet, supposons que le prolongement de BL rencontre la circonférence en M. Joignons les points A et M. On a donc AM: MB = AC: CB, et par conséquent AM > MB. Mais AL + LM > AM, l'égalité ayant lieu si le point L est pris sur la ligne BD. Par conséquent, on aura aussi AL + LM > MB.

nem AC ad CB minorem esse quam AD ad DB. hic autem ratio AD ad DB minor ponitur quam AC ad CB. Non est igitur AD minor quam AC. Sed nec æqualis, cum BC, BD diversæ ponantur. Ergo major est AD quam AC, quod erat propof.

Lemma [5].

Est lineæ recta AB [Fig. 16] divisa in C, ut AC sit major quam CB. Et producatæ versus B, habeatque AD ad DB rationem eandem quam AC ad CB: Et describatur circa CD diametrum circulus CED. Si ad quodvis circumferentiæ punctum ut E ducantur rectæ AE, BE. Dico esse AE ad EB ut AC ad CB. Demonstratum hoc est ab Eutocio in comm. ad Conica Apoll.¹⁾ Et melius a Clariff. Viro Fr. Schotenio, in locis planis Apollonij *ab ipso*²⁾ restitutis³⁾. Quod si vero extra descriptum circulum sumatur punctum ut H, ad quod rectæ inflectantur à punctis A, B; dico AH ad HB minorem rationem habere quam AC ad CB.

Ducatur enim AK ad intersectionem circumferentiæ et rectæ BH. Est igitur AK ad KB ut AC ad CB: ideoque AK major quam KB. Quare addita utrique KH, erit AKH ad HB minor ratio quam AK ad KB. Sed HA minor est quam HKA vel ipsi æqualis, si H sumtum fuerit in lineæ CD versus D prolongata. Ergo et AH ad HB minorem rationem habebit quam AK ad KB, hoc est, quam AC ad CB. quod erat propositum.

Rursus si intra circulum sumatur punctum ut L ad quod rectæ inflectantur à punctis A et B. Dico AL ad LB rationem majorem esse quam AC ad CB.

Producta enim BL occurrat circumferentiæ in M, et jungatur AM. Est ergo AM ad MB ut AC ad CB, ideoque AM major quam MB. Sed ALM major est quam AM, vel eidem æqualis, si punctum L sumtum fuerit in lineæ BD. Ergo ALM quoque major erit quam MB. Quare si utrinque auferatur LM, fiet

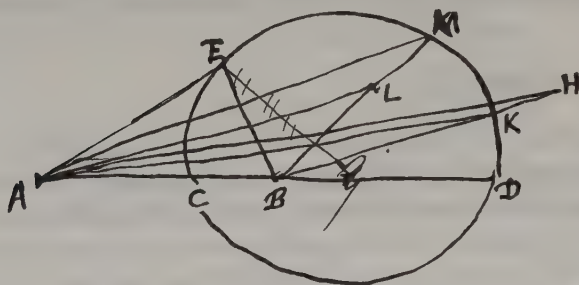
¹⁾ Voir la p. 5 verso de l'édition de Commandin, citée dans la note 4, p. 6 du T. I.

²⁾ La rédaction primitive et la copie de Niquet donnent „à se”.

³⁾ Il s'agit de l'ouvrage: *Exercitationum Mathematicarum*, Lib. III. *Continens Apollonii Pergæi Loca plana restituta*. Lugd. Batav. Ex Officina Johannis Elsevirii. *Academiæ Typographi*. CIOIOCLVI. On y trouve à la p. 261 une construction et démonstration du lieu géométrique en question, qui sont bien plus simples que celles d'Eutocius; toutefois, comme la construction de van Schooten est fondée sur la détermination du centre du cercle CED, elle est un peu plus compliquée que celle donnée ici par Huygens.

Et, en retranchant des deux côtés LM, le rapport du reste AL au reste LB

[Fig. 16.]



fera donc plus grand que celui de AL + LM et de MB. Or, $AL + LM : MB \geq AM : MB$. Le rapport AL : LB sera donc en tout cas plus grand que le rapport AM : MB. La vérité de notre proposition est donc établie.

Et il est clair que la réciproque des deux propositions est également vraie. C'est-à-

dire que, si $AH : HB < AC : CB$, le point H tombe en-dehors de la circonférence CED décrite de la manière indiquée. Mais, si $AL : LB > AC : CB$, le point L est situé à l'intérieur de cette circonférence.

PROPOSITION VIII.

Problème 5.

Étant donnée la surface sphérique convexe d'un corps transparent, sur laquelle tombent du dehors des rayons parallèles, trouver le point de concours des rayons réfractés¹⁾.

Soit ABP [Fig. 17] la surface convexe du corps transparent et C le centre de cette surface, sur laquelle tombent des rayons tels que OB, NP parallèles à la droite AC menée par le centre. Prolongeons AC jusqu'en Q de manière à ce que le rapport AQ : QC soit égal à l'indice de réfraction. Je dis que Q sera le point de concours cherché.

Et d'abord nous démontrerons qu'aucun rayon réfracté ne rencontre le prolongement de AC au-delà du point Q. En effet, soit BL le rayon réfracté provenant du rayon OB (or, BL coupera nécessairement AC au-delà du point C). Joignons les points C et B. Vu qu'alors CB est perpendiculaire à la surface AB, et que BL est le rayon réfracté provenant du rayon OB, auquel CL est parallèle, le quotient BL : LC sera égal à l'indice de réfraction*, c'est-à-dire à AQ : QC. Mais $AL > BL$, parce que la première de ces droites passe par le centre de la circonférence AB. Par conséquent, $AL : LC > BL : LC$, c'est-à-dire $> AQ : QC$. Et, par partage, $AC : CL > AC : CQ$; donc $CL < CQ$. Le rayon réfracté provenant du rayon OB ne coupera donc pas AC au-delà du point Q.

* Prop. II *).

major ratio reliquæ AL ad reliquam LB quam ALM ad MB. Ratio autem ALM ad MB major est vel eadem cum ratione AM ad MB. Ergo ratio AL ad LB major utique erit quam AM ad MB. quare constat propositum.

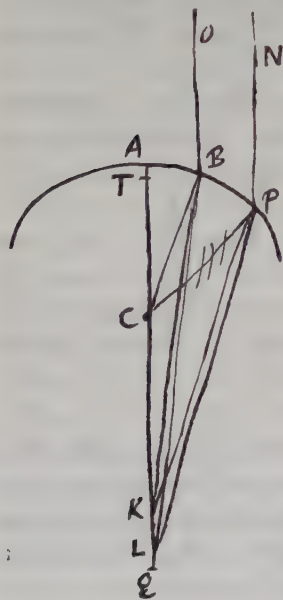
Patet autem et conuersum utriusque horum. Nempe si AH ad HB minorem rationem habeat quam AC ad CB , punctum H cadere extra circulum CED dicto modo descriptum. Si autem AL ad LB maiorem habeat rationem quam AC ad CB , punctum L intra eundem circulum cadere.

[PROPOSITIO VIII.]

Problema [5].

Data diaphani superficie sphaerica convexa, in quam radij paralleli extrinsecus incident, invenire punctum concursus refractorum ¹⁾).

[Fig. 17].



Est superficies convexa diaphani ABP cujus centrum C, in quam incident radij ut OB, NP, paralleli rectæ AC quæ per centrum ducta est. Producatur AC usque in Q, ut AQ ad QC habeat rationem eam quæ est refractionis. Dico Q fore punctum concursus quæsitum.

Ac primo quidem demonstrabitur nullius radij refractionis cum producta AC concurrere ultra punctum Q. Sit enim radij OB refractionis BL, (quæ necessario conveniet cum AC ultra punctum C) et jungatur CB. Quia igitur CB in superficiem AB perpendicularis est, BL autem refractionis radij OB, cui radio parallela est CL, habebit BL ad LC rationem eam quæ est refractionis *, hoc est eam quam AQ ad QC. Sed AL major est quam BL, quoniam illa per centrum circuli AB ducta est. Itaque major ratio AL ad LC quam BL ad LC, hoc est, quam AQ ad QC. Et dividendo, major proinde ratio AC ad CL quam AC ad CQ: ideoque CL minor quam CQ. Ergo refractionis radij OB non concurrunt cum AC ultra punctum Q.

* [Prop. II].

1) Les propositions VIII—XI contiennent la déduction de la relation $f = \frac{n}{n-1} R$; où R est le rayon de la surface sphérique, lequel doit être pris positivement dans le cas où cette surface est convexe vers le premier milieu; f la distance focale, considérée comme positive quand le foyer se trouve dans le second milieu, n l'indice du second milieu relatif au premier. Dans le cas de la proposition présente le second milieu est le milieu le plus dense et on a R positif.

En second lieu nous ferons voir que les rayons réfractés provenant de rayons situés plus près de l'axe AC coupent l'axe en des points moins éloignés du point Q que ceux provenant de rayons situés à plus grande distance de l'axe. En effet, soit OB un rayon situé plus près du dit axe AC que le rayon NP, et soit PK le rayon réfracté qui y correspond. Tirons les droites CP et KB. On verra de la même manière que plus haut, que les rapports $BL : LC$ et $PK : KC$ sont chacun égal à l'indice de réfraction *. Or, $BK > PK$. Par conséquent, $BK : KC > PK : KC$, c'est-à-dire $> BL : LC$. Or, l'angle BCL, opposé à la fois à la ligne BL et à la ligne BK, est nécessairement un angle obtus. On aura donc $CL > CK$ *. Et ainsi il est évident que le rayon réfracté provenant du rayon OB rencontre l'axe en un point plus rapproché du point Q que celui qui correspond au rayon réfracté provenant du rayon NP.

* Prop. II.

* Lem. 2.

Nous démontrerons enfin que quelques rayons réfractés coupent AC en un point éloigné du point Q à une distance inférieure à un intervalle quelconque donné. En effet, considérons d'abord l'un quelconque NP des rayons incidents et le rayon réfracté PK qui y correspond. Prenons entre K et Q un point L éloigné du point Q à une distance moindre que l'intervalle donné. Prenons en outre un point T tel que $CQ : QA = CL : LT$, et joignons les points P et L. Vu qu'alors l'angle PCL est obtus, et $CL > CK$, on aura $PL : LC < PK : KC$ *. Or, le rapport $PK : KC$ est égal à l'indice de réfraction, puisque PK est par hypothèse le rayon réfracté provenant du rayon NP. Par conséquent, comme le rapport $PL : LC$ est plus petit que le rapport $PK : KC$, il sera également inférieur au rapport $TL : LC$, car, en vertu de notre construction, on a $TL : LC = AQ : QC$, c'est-à-dire $= PK : KC$. PL est donc plus petite que TL. Mais $TL < AL$; car $CT < CA$, vu que $CL < CQ$. La circonférence décrite du centre L avec le rayon LT doit donc nécessairement couper la circonférence AP entre A et P. Admettons qu'elle la coupe en B. Tirons BO parallèle à AC, et joignons B avec L et avec C. Comme CB est alors perpendiculaire à la surface AB, et que le rapport $BL : LC$, c'est-à-dire $TL : LC$, est égal à l'indice de réfraction, BL fera le rayon réfracté correspondant au rayon OB, parallèle à la droite AC. On voit ainsi que les rayons réfractés provenant de ce rayon-là et de tous ceux qui seront situés plus près de l'axe, coupent l'axe en des points éloignés du point Q à une distance plus petite que l'intervalle donné. Et pour cette raison Q sera le point de concours des rayons réfractés, ce qu'il s'agissait de trouver.

* Lem. 1.

PROPOSITION IX.

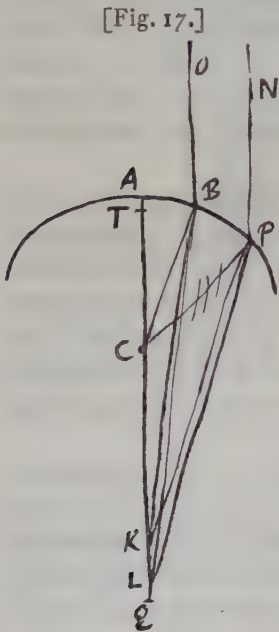
Problème 6.

Étant donnée la surface sphérique convexe d'un corps

Secundo loco ostendetur radiorum axi AC propiorum refractiones propius accedere ad punctum Q quam remotiorum. Sit enim radius OB dictæ AC propior quam radius NP, atque hujus refractionis sit PK. Et jungantur CP, KB. Eâdem igitur ratione qua modò, et BL ad LC et PK ad KC habebit proportionem refractionis *. Est autem BK major quam PK. Ergo major ratio BK ad KC quam PK ad KC, hoc est, quam BL ad LC. Angulus autem BCL necessario est obtusus, cui utraque linearum BL, BK subtenditur. Ergo major erit CL quam CK *. Atque ita apparet, refractionem radij OB propius concurrere ad punctum Q quam refractionem radii NP.

* [Prop. II].

* [Lem. 2.]



Denique ostendemus aliquos radios refractos convenire cum AC ad punctum quolibet dato intervallo minus distans à puncto Q. Sit enim primò quilibet radius parallelus incidens NP, et refractione ejus PK, et sumatur inter K et Q punctum L dato intervallo propinquius puncto Q. Quam autem rationem habet CQ ad QA, eam habeat CL ad LT, et jungatur PL. Quoniam igitur angulus PCL obtusus est, et CL major quam CK, erit minor ratio PL ad LC quam PK ad KC *. Est autem ratio PK ad KC eadem quæ refractionis, quia PK ponitur esse refractione radij NP. Ergo cum ratio PL ad LC sit minor quam PK ad KC, eadem quoque minor erit ratione TL ad LC, nam per constr. est TL ad LC ut AQ ad QC, hoc est, ut PK ad KC. Igitur PL minor quam TL. Sed TL minor est quam AL; est enim CT minor quam CA, quia CL minor quam CQ. Ergo circumferentia descripta centro L, radio LT, necesse est ut secet circumferentiam AP inter A et P. Secet ergo in B, et ducatur BO parallela AC, jungantur BL, CB. Quia igitur CB ad superficiem

* [Lem. I.]

AB perpendicularis est, habetque BL hoc est TL ad LC proportionem refractionis, erit BL refractionis radij OB, rectæ AC paralleli. Itaque patet et hujus radij, et omnium qui ab axe AC minus distabunt refractiones concurrere ad puncta dato intervallo minus remota à puncto Q. Et ob hæc quidem erit Q punctum concursus radiorum refractorum, quod invenire oportebat.

[PROPOSITIO IX.]

Problema [6].

transparent, sur laquelle tombent du dedans des rayons parallèles, trouver le point de concours des rayons réfractés¹⁾.

Soit AB [Fig. 18] la surface convexe, et C son centre où passe CA parallèle aux rayons incidents. Prolongeons cette droite jusqu'en R, et soit le rapport $CR : RA$ égal à l'indice de réfraction. Je dis que R est le point de concours cherché.

* Prop. III. Nous démontrerons donc en premier lieu qu'aucun rayon réfracté ne rencontre le prolongement de CA au-delà du point R. En effet, soit BL le rayon réfracté provenant du rayon OB parallèle à la droite CA. Joignons B et C. Comme CB est perpendiculaire à la surface AB, et CL parallèle au rayon OB, le rapport $CL : LB$ fera égal à l'indice de réfraction*, c'est-à-dire à $CR : RA$. Mais $LA < LB$. Par conséquent, on aura $CL : LA > CL : LB$, c'est-à-dire $> CR : RA$, et, par partage, $CA : AL > CA : AR$. Donc $AL < AR$, et il est clair que le rayon réfracté provenant du rayon OB coupe l'axe en-deçà du point R.

Il faut faire voir en second lieu que les rayons réfractés provenant de rayons situés plus près de la droite CA coupent l'axe plus près du point R. Soit donc le rayon OB plus près de CA que le rayon NP, et soit PK le rayon réfracté provenant du rayon NP. Joignons les points B et K d'une part, C et P d'autre part. Le rapport $CK : KP$ fera donc égal à l'indice de réfraction, et le rapport $CL : LB$ de même. Mais comme $KB < KP$, on aura $CK : KB > CK : KP$, c'est-à-dire $> CL : LB$. Et les angles CBL et CBK sont nécessairement obtus. On aura donc $CL > CK$, ce qui démontre notre proposition.

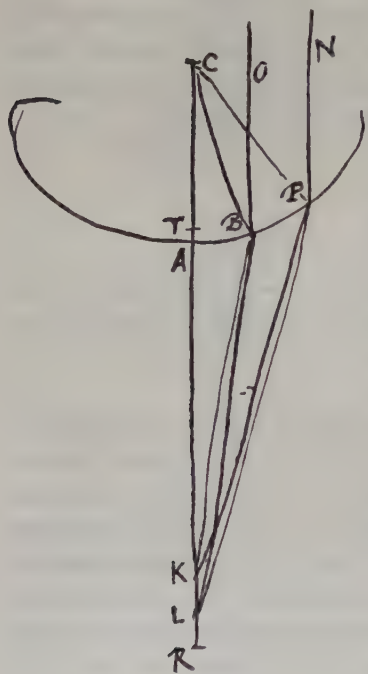
Il faut enfin démontrer qu'un des rayons réfractés coupe le prolongement de CA en un point éloigné du point R à une distance plus petite qu'un intervalle donné. Soit NP l'un quelconque des rayons parallèles et PK le rayon réfracté qui y correspond. Prenons un point L entre K et R, tel que LR soit inférieure à l'intervalle donné. Soit le rapport $CL : LT$ égal à l'indice de réfraction, c'est-à-dire à $CR : RA$. Vu qu'alors $AL < AR$, on aura $CA : AL > CA : AR$. Et, par composition, $CL : LA > CR : RA$, c'est-à-dire $> CL : LT$; d'où l'on tire $LT > LA$. Joignons les points L et P. Alors, comme l'angle CPK est obtus et que CL est par hypothèse plus grande que CK, l'angle CPL sera également obtus: et partant on aura $CK : KP > CL : LP$ *. Or, $CK : KP = CL : LT$, car ces rapports sont chacun égal à l'indice de réfraction. Par conséquent, $CL : LT > CL : LP$ et $LT < LP$. Mais on a démontré que cette même longueur LT est plus grande que LA. Si l'on décrit du centre L et avec le rayon LT une circonférence, celle-ci

* Lem. 3.

¹⁾ Voir la note 1, p. 33 du Tome présent. Dans le cas présent on doit substituer $R = -AC$, $n = n_1^{-1}$, où n_1 désigne l'indice de réfraction du milieu le plus dense. On trouve alors d'après la formule mentionnée; $AR = AC : (n_1 - 1)$; c'est-à-dire $CR = n_1 \cdot CA$.

radij intrinsecus occurrant, invenire punctum concursus refractorum¹⁾.

[Fig. 18.]



Sit superficies convexa AB, centro C, per quod ducta sit CA radijs incidentibus parallela. Producatur ea ad R, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Dico R esse punctum concursus quaesitum.

Primum ergo demonstrabimus nullius refractionem radij convenire cum producta CA ultra punctum R. Sit enim radij OB ipsi CA paralleli refractione BL, et jungatur BC. Ergo cum CB ad superficiem AB perpendicularis sit, et CL parallela radio OB, habebit CL ad LB proportionem refractionis*, hoc est, eam quam CR ad RA. Sed LA minor est quam LB. Igitur CL ad LA majorem habebit rationem quam ad LB, hoc est quam CR ad RA: Et dividendo CA ad AL majorem quam CA ad AR. Ergo AL minor quam AR. patetque radij OB refractionem concurrere citra punctum R.

* [Prop. III].

Porro ostendendum est radiorum rectae CA propinquiorum refractiones propius pervenire ad punctum R. Sit itaque radius OB quam NP propior CA, et refractione radij NP sit PK; et jungantur BK, CP. Habebit igitur CK ad KP refractionis pro-

* [Prop. III].

portionem* aequae ac CL ad LB, quia autem KB minor est quam KP, erit major ratio CK ad KB quam CK ad KP, hoc est, quam CL ad LB. Suntque anguli CBL, CBK uterque necessario obtusi. Ergo major erit CL quam CK, ex quo propositum patet.

Denique est ostendendum, alicujus radij refractionem occurrere CA productae in puncto, quod dato quolibet propius sit puncto R. Sit aliquis e parallelis radijs NP, cujus refractione PK: Et sumatur punctum L inter K et R, dato intervallo propius puncto R, et habeat CL ad LT rationem refractionis, eandem nempe quam CR ad RA. Quia ergo AL minor est quam AR, erit CA ad AL ratio major quam CA ad AR. Et componendo major ratio CL ad LA quam CR ad RA, hoc est quam CL ad LT. Quare LT major erit quam LA. Jungatur LP. Itaque quia angulus CPK est obtusus, et ponitur CL major quam CK, erit quoque obtusus angulus CPL: ac proinde major ratio CK ad KP quam CL ad LP*. Ut autem CK ad KP ita est CL ad LT, nam utraque est ratio eadem quam refractionis. Ergo major ratio CL ad LT quam CL ad LP, ac proinde LT minor quam LP. Sed eadem LT major est ostensa quam LA. Ergo si centro L,

* [Lem. 3].

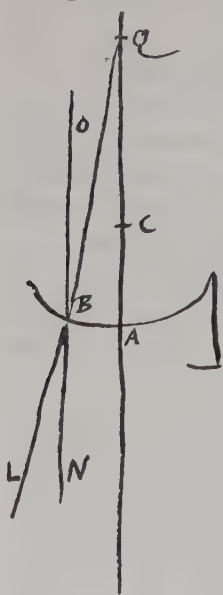
* Prop. III.

coupera donc la circonférence AP entre A et P, par exemple en B. Soit BO parallèle à AC. Joignons en outre le point B avec les points L et C. Comme alors $CL:LT$, c'est-à-dire $CL:LB$, est égal à l'indice de réfraction, et que CB est perpendiculaire à la surface AB, BL sera le rayon réfracté qui correspond au rayon OB *). Il est donc démontré qu'un certain rayon réfracté, provenant d'un rayon parallèle à CA, coupe le prolongement de cette même droite AC en un point éloigné du point R à une distance plus petite qu'un intervalle quelconque donné. Pour ces raisons le point R sera le point de concours cherché.

PROPOSITION X.

Étant donnée la surface sphérique concave d'un corps transparent sur laquelle tombent du dehors des rayons parallèles, trouver le point de dispersion des rayons réfractés ¹⁾.

[Fig. 19.]



* Prop. VIII.

* Prop. I.

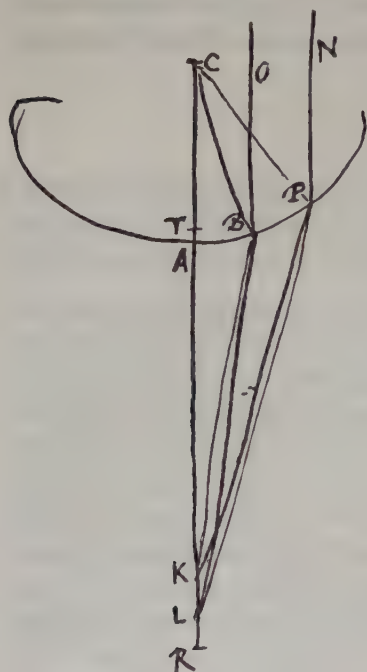
Soit AB la surface concave faisant partie d'une sphère à centre C. Sur cette surface tombent des rayons parallèles à la droite CA, tels que OB. Prolongeons AC et prenons un point Q tel que le rapport $AQ:QC$ soit égal à l'indice de réfraction. Je dis que Q est le point de dispersion cherché, autrement dit, que par la réfraction les rayons changent leur direction de telle manière qu'ils semblent provenir du point Q.

En effet, menons la droite QB et prolongeons-la du côté L; prolongeons aussi le rayon OB du côté N. Alors, de même que, lorsque la surface AB est convexe, c'est-à-dire lorsque le corps transparent est situé du côté C, BQ est le rayon réfracté provenant du rayon NB *, de même ici, le corps transparent étant situé de l'autre côté, BL sera le rayon réfracté provenant du rayon OB *, vu que BO est le prolongement de NB et BL celui de BQ. Il faut savoir pourtant que le rayon réfracté BL et tous les autres rayons réfractés, lorsqu'on les prolonge en sens inverse, ne coupent pas l'axe au point Q lui-même, mais un peu en-deçà de ce point, parce que le rayon réfracté provenant du rayon NB, considéré comme rayon incident

* Prop. VIII. tombant sur une surface convexe, coupe lui aussi l'axe en-deçà du point Q *. Mais nous négligeons ici cette petite différence, comme je l'ai déjà dit plus haut ²⁾; cela tient à ce que nous considérons surtout les rayons qui sont situés à une faible distance de l'axe AC.

Il ressort manifestement de cette proposition, que les rayons qui se dirigent vers

[Fig. 18.]



femidiametro LT circumferentia describatur, ea secabit circumferentiam AP inter A et P. Secet in B puncto, et sit BO parallela AC, et jungantur LB, BC. Quia ergo CL ad LT, hoc est, ad LB habet proportionem refractionis, estque CB ad superficiem AB perpendicularis, erit BL refractionis radij OB *. Quare ostensum est alicuius radij rectæ CA paralleli refractionem concurrere cum eadem AC producta, in puncto quod dato quolibet intervallo minus absit à puncto R. Atque ob hæc erit R punctum concursus quæsitum.

* [Prop. III].

PROPOSITIO [X].

Data diaphani superficie sphærica cava in quam radij paralleli extrinsecus incident, invenire punctum dispersus refractorum ¹⁾.

Sit [Fig. 19] superficies cava AB ex sphaera cujus centrum C, incidentque in eam radij rectæ CA paralleli ut OB. Producat AC, et habeat AQ ad QC proportionem eam quæ est refractionis. Dico Q esse punctum dispersus quæsitum: hoc est, radios ita refractione inflecti ut pergant tanquam ex puncto Q promanantes.

Jungatur enim QB et producat versus L, et radius OB versus N. Itaque sicut superficie AB convexa existente, id est, diaphano ad partem ubi est C collocato, radij NB refractionis est BQ *: ita hic ubi diaphanum ad contrariam partem situm est, erit radij OB refractionis BL *, quia BO est in directum ipsi NB, et BL ipsi BQ. Sciendum tamen refractionem BL atque omnes alias retro productas non ad ipsum punctum Q concurrere, sed paulo citra, quoniam etiam radij NB in convexam superficiem incidentis refractionis citra punctum Q cum axe AC concurrunt *. Verum exiguum discrimen pro nullo hic habemus, sicut supra jam admonui ²⁾; quia videlicet illos radios præcipuè respicimus qui proximi sunt axi AC.

* [Prop. VIII].

* [Prop. I].

* [Prop. VIII].

Manifestum autem est ex propositione hac, radios tendentes ad punctum

¹⁾ Voir la note I, p. 33 du Tome présent. Dans ce cas-ci il faut substituer dans la formule générale: $R = -AC$; $f = -AQ$.

²⁾ Voir, p. 16—19 du Tome présent, les explications qui précèdent à la Prop. IV.

Q, ut LB, incidentesque intrinsecus in superficiem cavam AB, refractione facta, evadere parallelos axi AC. Nam si radij OB refractione est BL, erit et radij LB refractione BO.

PROPOSITIO [XI].

Data diaphani superficie sphaerica cava, in quam radij paralleli intrinsecus incident, invenire punctum dispersus refractorum ¹⁾.

Ad superficiem cavam AB [Fig. 20] cujus centrum C, accedant radij paralleli rectae AC, ut OB. Producatur CA, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Dico R esse punctum dispersus quaesitum.

Jungatur enim RB et producatur versus L, itemque OB versus N. Si igitur superficies AB esset convexa, radius NB refringeretur in BR *. Itaque eadem cava existente, erit quoque radij OB refractione BL *, quandoquidem OBN, RBL sunt lineae rectae.

* [Prop. IX.]

* [Prop. I.]

Hinc vero manifestum est radios ad R tendentes ut LB, ita refringi ad eandem cavam superficiem AB, ut postea fiant rectae AC paralleli. Nempe quia BL est refractione radij OB, etiam BO erit refractione radij LB.

DEFINITIO.

Pertinere ad punctum illud radij vel radiorum refractiones dicuntur, ad quod tendunt, vel a quo exeunt, vel ad quod eo modo se habent, ac si inde prodissent.

PROPOSITIO [XII].

Data diaphani sphaerica superficie convexa, vel cava, et puncto, ad quod pertinentes radij superficiei dictae occurrant; si tribus ab illo puncto distantibus quarta proportionalis constituatur, in axe qui per centrum superficiei et punctum ipsum transit; quarum distantiarum prima fit à puncto dato ad illud quo pertinerent refractiones radiorum axi parallelorum à contraria parte advenientium; secunda ad superficiem refringentem, tertia ad centrum illius; terminus quartae

¹⁾ Voir toujours la note 1, p. 33 du Tome présent; où on doit substituer dans la formule générale: $R = AC; f = -AR; n = n_1^{-1}$ pour obtenir la relation: $AR = AC:(n_1 - 1)$; c'est-à-dire $CR = n_1 AR$.

réfringente. La troisième est la distance au centre de cette surface. La quatrième s'étendra alors jusqu'au point qui correspond aux rayons réfractés. Cette quatrième distance doit être prise à partir du point donné dans un sens tel que toutes les quatre soient dans le même sens ou bien deux dans un sens, deux dans l'autre¹⁾.

Nous diviserons ce Théorème en huit parties, car la surface sphérique est convexe ou concave, et dans chacun de ces deux cas les rayons peuvent venir du dehors ou du dedans; ils peuvent en outre venir d'un point donné ou bien se diriger vers un point donné. Et dans la plupart des huit parties il y a encore lieu de distinguer plusieurs cas.

PREMIÈRE PARTIE.

La surface est convexe et les rayons qui partent du point donné tombent du dehors sur la surface.

Soit [Fig. 21] AB la surface sphérique convexe du corps transparent, et C son centre. Soit D le point d'où partent les rayons tels que DB qui tombent sur cette surface. Menons une droite par les points D et C et prenons sur elle un point R tel que le rapport CR : RA soit égal à l'indice de réfraction. R est donc le point de concours des rayons parallèles venant de l'autre côté*. Or, le point D pourra être à plus grande ou bien à plus petite distance de la surface convexe que le point R; car s'il coïncide avec R, les rayons qui en partent seront estimés parallèles, ainsi qu'il résulte de la prop. IX; en effet, cela se tire de ce que, comme nous l'avons dit, des rayons parallèles qui viennent du côté C se dirigent, après avoir traversé la surface AB, vers le point R. Soit donc d'abord le point D à plus grande distance de la surface que le point R, et comme DR est la première des distances dont nous avons parlé, DA la seconde et DC la troisième, faisons en sorte qu'on ait $DR : DA = DC : DS$. Je dis que S sera le point de concours des rayons provenant du point D. En effet, nous démontrerons d'abord qu'aucun rayon réfracté ne rencontre l'axe AC au-delà du point S, et cela de la façon suivante. Soit BL le rayon réfracté provenant d'un rayon quelconque DB. Tirons

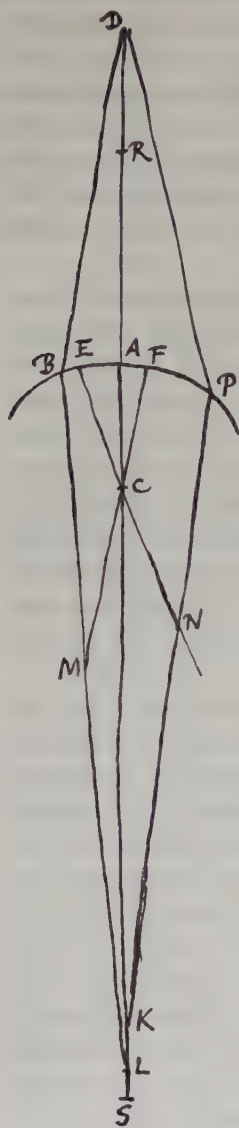
* Prop. IX.

¹⁾ Soient, pour le premier et le second milieu, d_1 et d_2 les distances, jusqu'à la surface de séparation, des points de concours des rayons, comptées positivement quand ces points se trouvent dans le même milieu avec les rayons auxquels ils appartiennent; soit de plus f_1 la distance focale pour les rayons parallèles partant du second milieu, laquelle est considérée comme positive quand le foyer se trouve dans le premier milieu; soit enfin R le rayon de la surface sphérique de séparation, compté positivement quand la surface est convexe vers le premier milieu. On a alors d'après la proposition présente:

$$(d_1 - f_1) : d_1 = (d_1 + R) : (d_1 + d_2).$$

Or, d'après la Prop. IX, $f_1 = R : (n - 1)$; où n désigne l'indice de réfraction du second

[Fig. 21.]



distantiæ erit punctum quo pertinebunt radij refracti. Hæc autem quarta distantia in eam dati puncti partem sumenda est, ut vel omnes eodem versus habeantur, vel binæ utrimque¹⁾.

Hoc Theorema in partes octo distribuemus, nam superficies sphærica vel convexa est vel cava, et utrique vel extrinsecus, vel intrinsecus radij occurrunt, et vel a dato, vel ad datum punctum tendentes. Partes vero pleræque suos casus habebunt.

PARS I.

Cum superficies est convexa, et a puncto venientes radij extrinsecus in eam deferuntur.

Esto diaphani superficies sphærica convexa AB, cujus centrum C, et punctum D a quo venientes radij in illam deferantur ut DB. Agatur recta per DC, inque ea signetur punctum R, ita ut CR ad RA habeat proportionem refractionis. Est igitur R punctum concursus radorum parallelorum à contraria parte venientium*. Punctum autem D aut magis aut minus à convexo distabit quam punctum R; nam si in ipsum R incidit, radij ab illo venientes pro parallelis habentur, ut ex. prop. [IX] manifestum est; quia nempe uti diximus paralleli ex parte C venientes a superficie AB detorquentur ad punctum R. Primò igitur sit punctum D remotius quam R, et quandoquidem DR est prima dictarum distantiarum, DA secunda, DC tertia, fiat ut DR ad DA ita DC ad DS. Dico S fore punctum concursus radorum ex D procedentium. Nam primùm quidem, nullius radij refractionem cum axe AC ultra punctum S convenire, sic ostendemus. Sit radij cujufvis DB refractio BL, et ducatur CM parallela DB, et producaturs versus C

* [Prop. IX].

milieu par rapport au premier. En substituant cette valeur de f_1 dans la proportion obtenue on arrive facilement à la formule bien connue :

$$\frac{n}{d_2} + \frac{1}{d_1} = \frac{n-1}{R};$$

avec laquelle la relation de Huygens se trouve donc être équivalente.

CM parallèle à DB et prolongeons-la du côté C jusqu'à ce qu'elle rencontre la surface AB en F. Vu qu' alors FM qui passe par le centre de la surface convexe est parallèle au rayon DB, et que BM est le rayon réfracté qui y correspond, il est certain que FM sera plus petite que CR * ¹⁾, et CM par conséquent plus petite que AR. Or, $DB > DA$. On a donc $DB : CM$ ou $DL : LC > DA : AR$; et, par conversion, $LD : DC < AD : DR$ ou $SD : DC$. Par conséquent, DL sera plus petite que DS. On voit donc que BL, le rayon réfracté qui provient du rayon DB, coupe l'axe AC en-deçà du point S, et qu'il en est de même pour tous les autres rayons.

* Prop. VIII.

Nous démontrerons en second lieu que les rayons qui sont à plus petite distance de l'axe AC, se rapprochent davantage du point S, après avoir été réfractés. Supposons que le rayon DP est plus éloigné de l'axe que le rayon DB, et soit PK le rayon réfracté qui y correspond. Menons la droite CN parallèle à DP; cette parallèle rencontre la surface en E. L'angle ADP ou ACE est alors plus grand que l'angle ADB ou ACF. Mais la partie AP de la circonférence est aussi plus grande que AB. Ainsi l'arc EP sera à plus forte raison plus grand que l'arc FB. Il est donc évident que le point de concours du rayon DP réfracté avec la droite ECN est plus rapproché du centre C que le point de concours du rayon DB réfracté avec la droite FM *. Par conséquent, $CN < CM$. Mais $DP > DB$. On aura donc $DP : CN$ ou $DK : KC > DB : CM$ ou $DL : LC$. Et, par partage, $DC : CK > > DC : CL$. Donc $CK < CL$, ce qu'il fallait démontrer.

* Prop. VIII.

Enfin on peut démontrer que certains rayons réfractés coupent l'axe AC en des points éloignés du point S à une distance plus petite qu'un intervalle quelconque. En effet, on a $DL : LC = DB : CM$ et l'on peut obtenir, en rapprochant le rayon DB de l'axe DAC, que la différence entre DB et DA devienne plus petite qu'une longueur quelconque donnée; il en sera de même de la différence entre CM et AR; car l'excès de AR sur CM sera d'autant plus petit que l'arc BF sera plus petit. Il paraît donc qu'on peut obtenir que le rapport $DB : CM$, c'est-à-dire $DL : LC$ diffère aussi peu qu'on le voudra du rapport $DA : AR$. Et partant, par conversion, on obtiendra que la valeur du rapport $LD : DC$ se rapproche autant qu'on le voudra de celle du rapport $AD : DR$ ou $SD : DC$. Et ainsi DL sera à peu près égale à DS, c'est-à-dire le point L où le rayon DB coupe l'axe AC sera aussi près qu'on le voudra du point S. Pour ces raisons S sera le point de concours des rayons qui proviennent du point D.

Soit maintenant [Fig. 22] le point donné D situé entre les points A et R. Faisons de nouveau $DR : DA = DC : DS$, la distance DS étant portée dans le sens DR, et non pas dans le sens DC. Je dis que les rayons qui tombent du point D sur la

¹⁾ En identifiant la droite FM avec l'axe AK de la figure 17 (p. 33), il est clair, d'après la proposition VIII, que le point M doit se trouver en-deçà du foyer des rayons parallèles à FM. Mais, par construction, la distance de ce foyer au point F est égale à CR.

quousque occurrat superficiei AB in F. Cum igitur FM per centrum convexi ducta sit parallela radio DB, sitque refractionis hujus BM, constat FM minorem fore quam CR^{*1}), et CM proinde minorem quam AR. DB autem major est quam DA. Itaque major ratio DB ad CM, hoc est, DL ad LC, quam DA ad AR; ideoque per conversionem rationis minor ratio LD ad DC quam AD ad DR, hoc est, quam SD ad DC. Ergo DL minor erit quam DS. Patet igitur radij DB refractionem BL convenire cum axe AC citra punctum S, ac proinde reliquorum quoque omnium.

* [Prop. VIII].

Deinceps demonstrabimus radios eos qui minus distant ab axe AC, refractos propius accedere ad punctum S. Est radius DP remotior quam DB, et refraction illius sit PK. Ducatur CN parallela DP, et occurrat superficiei in E. Angulus itaque ADP, hoc est ACE major est quam ADB sive ACF. Sed et circumferentiae pars AP major est quam AB. Itaque arcus EP major omnino erit arcu FB. Quare constat concursum radij DP refracti cum recta ECN propiorem esse centro C quam concursum radij DB refracti cum recta FM*. Ergo CN minor quam CM. Sed DP major est quam DB. Ergo major ratio DP ad CN, hoc est, DK ad KC quam DB ad CM, hoc est, quam DL ad LC. Et dividendo, major DC ad CK, quam DC ad CL. Ergo CK minor quam CL, quod ostendere oportebat.

* [Prop. VIII].

Denique aliquos radios refractos cum axe AC concurrere ad puncta quolibet intervallo propiora puncto S hinc erit manifestum. Etenim quia DL est ad LC ut DB ad CM, potestque fieri appropinquando radium DB ad axem DAC ut differentia inter DB et DA sit qualibet data minor, ut et ea quæ est inter CM et AR; nam excessus AR super CM eo minor erit quo minor fuerit arcus BF; apparet fieri posse ut ratio DB ad CM, hoc est DL ad LC quamlibet proxime eadem evadat quæ DA ad AR; ac proinde per conversionem rationis ratio LD ad DC quamlibet proxime eadem quæ AD ad DR, hoc est quam SD ad DC. Atque ita DL proximè æqualis DS. hoc est ut punctum L ubi radius DB convenit cum axe AC quamlibet propinquum fiat puncto S. Propter hæc igitur erit S punctum concursus radiorum ex

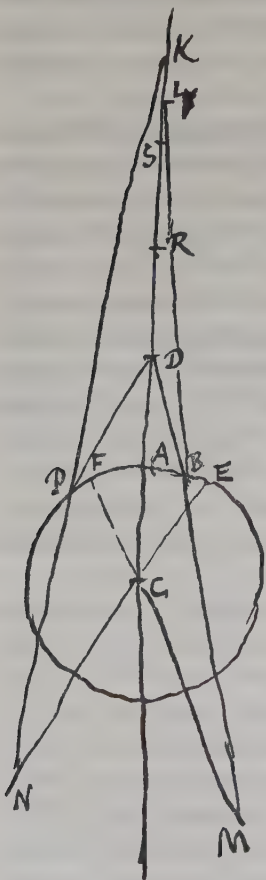
D manantium.

Est autem nunc punctum D [Fig. 22] inter A et R datum; et fiat rursus ut DR ad DA ita DC ad DS; accipiatur autem DS non versus C sed versus

surface AB changent de direction après la réfraction de telle manière qu'ils semblent provenir du point S, en d'autres termes, S fera, dis-je, le point de dispersion des rayons réfractés.

En effet, nous démontrerons d'abord que tous les rayons réfractés dont nous avons parlé, rencontrent l'axe, lorsqu'on les prolonge en sens inverse, à une distance

[Fig. 22].



plus grande que AS du point A. Soit DB un rayon incident et BM le rayon réfracté qui y correspond, lequel prolongé en sens inverse coupe l'axe AC en L. Bien entendu, il faut que DB soit plus petite que les deux tiers de DC ¹⁾, pour que le rayon réfracté BM prolongé en sens inverse coupe l'axe AC; s'il en était autrement, ce rayon serait parallèle à l'axe ou il le couperait après avoir été prolongé dans le sens direct, comme cela ressort de ce qui a été démontré plus haut (prop. IX) ²⁾. Donc, CM étant menée parallèle à DB, on aura de nouveau, comme dans le cas précédent, $CM < AR$. Mais $DB > DA$; c'est pourquoi $DB : CM$ ou $DL : LC > DA : AR$. Et, par inversion, $CL : LD < RA : AD$ et, par partage, $CD : DL < RD : DA$ ou $CD : DS$. C'est pourquoi $DL > DS$. Par conséquent, le point de rencontre L est plus éloigné du point A que le point S. Il faut observer qu'en prenant le point D fort près du point R on pourrait avoir $DB > CM$, et qu'ainsi les rayons réfractés provenant de certains rayons suffisamment éloignés de l'axe le couperaient au-delà du point C ³⁾.

On démontre de la même manière que dans le cas précédent que les rayons réfractés provenant de rayons plus rapprochés de l'axe AC, prolongés en sens inverse, coupent l'axe plus près du point S. Il n'y a entre cette démonstration et celle du cas précédent que cette seule différence qu'après avoir démontré que $DK : KC > DL : LC$, nous en concluons maintenant, par inversion et par partage, que $CD : DK < CD : DL$, et, par conséquent, que $CK > CL$, d'où l'on tire $DK > DL$.

Enfin on fait voir, de nouveau comme dans le cas précédent, que les rayons réfractés provenant de certains rayons incidents coupent l'axe en des points éloignés du point S à une distance plus petite qu'un intervalle quelconque donné. S fera donc le point de dispersion des rayons provenant du point D.

¹⁾ C'est-à-dire, en supposant l'indice de réfraction du verre égal à 3 : 2. Comparez la p. 13 du Tome présent.

R. Dico radios ex puncto D in superficiem AB incidentes post refractionem ita inflecti quasi venirent ex puncto S, sive S fore punctum dispersus radiorum refractorum.

Etenim primo ostendemus omnes dictas refractiones retro productas concurrere longius ab A quam sit punctum S. Sit radius incidens DB, ejusque refractione BM, quæ producta retro occurrat axi AC in L. Oportet autem DB minorem esse duabus tertiis DC¹⁾, ut refractione BM retro producta conveniat cum axe AC, nam alioqui vel parallela illi fieret, vel occurreret prorsum producta, ut manifestum est ex demonstratis prop. [IX] ²⁾. Ducta igitur CM parallela DB, erit rursum, sicut in casu præcedenti CM minor quam AR; at DB major quam DA; ideoque major ratio DB ad CM, hoc est, DL ad LC, quam DA ad AR; Et invertendo minor CL ad LD quam RA ad AD; et dividendo minor CD ad DL quam RD ad DA, hoc est, quam CD ad DS. Quare DL major quam DS. ideoque occurfus L ulterius distat ab A quam punctum S. *Sumpto autem puncto D valde propinquo ipsi R posset fieri DB major quam CM, et sic refractione radiorum quorundam ab axe remotiorum concurrere simul cum axe ultra punctum C* ³⁾.

Porro quod radiorum axi AC propiorum refractiones retro productæ propius concurrunt ad punctum S, demonstratur quemadmodum in casu præcedenti; nisi quod hîc, ubi ostenderimus majorem esse rationem DK ad KC quam DL ad LC, inde sequatur, invertendo et dividendo, rationem CD ad DK minorem esse quam CD ad DL, ideoque CK majorem esse quam CL, unde DK major quam DL.

Denique aliquorum radiorum refractiones quolibet intervallo propius concurrere ad punctum S eodem quoque modo ostenditur atque in casu priori. Erit igitur S punctum dispersus radiorum ex D promanantium.

²⁾ Supposons que le rayon réfracté BM coupe, en effet, la droite CR en un point L, situé sur le prolongement de CA. Soit D' (pas marqué dans la figure) un point choisi de manière à ce que le rayon D'B soit réfracté selon une parallèle BL' à l'axe AC. Il faut alors qu'on ait $AD' > AD$, puisque l'angle de BL' avec la normale CB est plus petit que celui de BL avec CB, et qu'il doit donc en être de même pour les angles de DB et D'B avec cette même normale.

Or, d'après le second alinéa de la démonstration de la Prop. IX on a $\frac{D'C}{D'B} = n$; donc, d'après

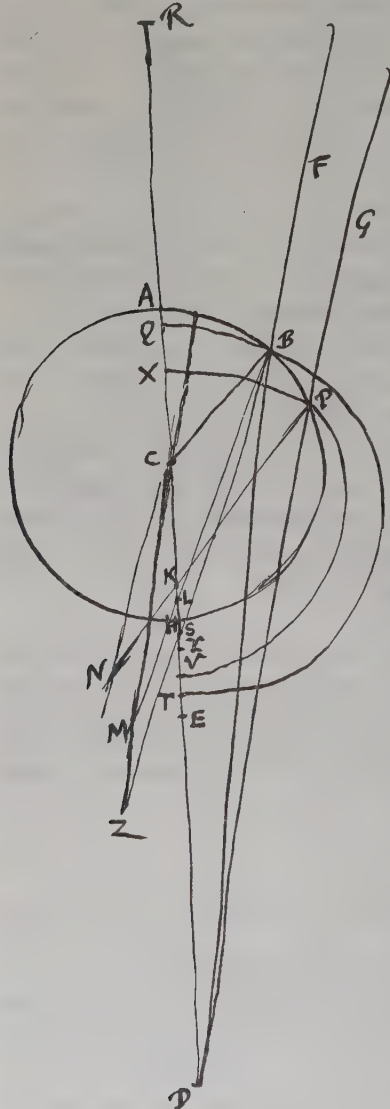
le lemme 3 (p. 29 du Tome présent), $\frac{DC}{DB} > n$, ou bien $DB < \frac{1}{n} DC$, c'est à dire, dans le cas du verre, $DB < \frac{2}{3} DC$. Pour que BM coupe l'axe sur le prolongement de CA il faut donc qu'on ait $DB < \frac{1}{n} DC$ et la réciproque se démontre de la même façon.

³⁾ Les mots cursivés au côté latin manquent dans la copie de Niquet. Quant au cas mentionné on a vu qu'il se présentera dès que $DB > \frac{1}{n} DC$. Or, puisque D a été pris entre A et R, on aura toujours $\frac{DA}{DC} < \frac{RA}{RC} = \frac{1}{n}$; donc ce cas ne pourra se réaliser que pour des rayons qui font, partant d'un point donné D, avec l'axe un angle plus grand qu'un certain angle minimal qui toutefois deviendra de plus en plus petit à mesure que le point D se rapproche du point R.

DEUXIÈME PARTIE.

La surface est convexe et les rayons qui se dirigent vers le point donné tombent du dehors sur cette surface.

[Fig. 23.]



Soit donnée la surface convexe AB du corps transparent et le point D où se dirigent des rayons tels que FB et GP, au moment où ils tombent du dehors sur la dite surface. Soit C le centre de courbure, et DCA une droite passant par ce centre. Prolongeons DA, et prenons un point R tel que le rapport $CR : RA$ soit égal à l'indice de réfraction. R fera donc le point de concours des rayons parallèles venant de l'autre côté.

Construisons ensuite une quatrième proportionnelle DS à DR, DA et DC. Je dis que S est le point auquel correspondent les rayons réfractés qui se dirigeaient avant la réfraction vers le point D.

La construction est universelle, la même pour tous les cas; mais pour la démonstration, il faut faire une différence entre trois cas. Car le rapport de DC au rayon CH est plus grand que l'indice de réfraction, ou plus petit, ou égal à cet indice. Et dans ce dernier cas il mérite d'être remarqué que tous les rayons se réunissent exactement au point unique S, comme je l'ai déjà remarqué il y a longtemps, lorsque j'indiquais que dans un cas particulier une des ovales, que Descartes avait imaginées pour réunir les rayons, se réduit à une circonférence de cercle, ce que Franc. van Schooten a inséré dans ses Commentaires sur la géométrie de Descartes³⁾.

Parcourons par ordre⁴⁾ les trois cas que j'ai nommés. Soit d'abord [Fig. 23] le point D situé de telle manière que le quotient $DC : CH$ soit supérieur à l'indice de réfraction, c'est-à-dire plus grand que $CR : RA$. Et soit S le point trouvé de la manière que nous venons d'indiquer. Supposons que le rayon réfracté provenant d'un rayon quel-

PARS 2.

Cum superficies convexa est, et ad punctum tendentes radij extrinsecus illi occurrunt.

Esto data convexa diaphani superficies AB, et punctum D, quo tendentes radij ut FB, GP, exterius incident in dictam superficiem. Centrum autem convexitatis sit C, per quod ducta sit recta DCA. Producat DA, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Erit ergo R concursus parallelorum à contraria parte venientium.

Deinde tribus hisce DR, DA, DC, inveniatur quarta proportionalis DS. Dico punctum S esse quo pertinent radij refracti ad D tendentes.

Et constructio quidem universalis est ad omnes casus pertinens; in demonstratione autem triplex spectanda est differentia. Nam DC ad radium CH vel majorem rationem habet quam sit refractionis ratio, vel minorem, vel eandem. Atque hoc ultimo casu *animadversione dignum est* radios omnes perfecte coire ¹⁾ ad punctum unum S ²⁾, *ut jam olim adverteram cum Ovaalem quandam ex ijs quas Cartesius excogitaverat ad colligendos radios uno casu circulum fieri admonui; quod suis in Cartesij geometriam commentarijs Franc. Schotenius inseruit* ³⁾.

Ut autem tres quos diximus casus ordine ⁴⁾ persequamur, sit primo [Fig. 23] punctum D ita positum, ut major sit ratio DC ad CH, ratione refractionis, hoc est quam CR habet ad RA. Sitque S punctum repertum eo modo quo diximus. Radius autem quilibet ut FB tendens ad punctum D, refractus conveniat cum

¹⁾ On trouve dans la copie de Niquet, et on lisait primitivement dans le manuscrit, comme début de cette phrase: „Atque hoc ultimo casu radij omnes perfecte coeunt”.

²⁾ Dans la copie de Niquet et dans la rédaction primitive du manuscrit, cette phrase se terminait simplement par: „ut postea videbimus”. Tous les mots que nous avons cursivés au côté latin y manquent, et la phrase suivante commence par: „Sit autem primo”, etc.

³⁾ Voir la p. 270 de la seconde édition (de 1659) de l'ouvrage cité dans la note 1, p. 218 du T. I. Après avoir mentionné l'invention de Huygens, van Schooten ajoute „Quod se apertius in tractatu de Dioptrici demonstraturum suscepit, in quo multa egregia ac ingeniosè a se inventa, quæ huc spectant, brevi, si volet Deus, est exhibiturus.” Ajoutons que cette découverte: que le cercle peut se présenter comme cas particulier des ovales de Descartes, fut une des premières faites par Huygens dans la science de la dioptrique. Il la communiqua à van Schooten dans la lettre du 29 octobre 1652 (Voir la p. 186 du T. I). D'ailleurs la circonstance particulière, que les rayons partant d'un point donné se réunissent exactement dans un autre, ne se rencontre pas seulement dans la „Partie” présente, elle va revenir dans la troisième, la cinquième et la huitième „Partie” (Voir les pp. 71, 73 et 79 qui suivent).

⁴⁾ Toutefois Huygens n'a pas suivi exactement l'ordre qu'il avait indiqué, puisque entre les cas $DC : CH < n$ et $DC : CH = n$ il a intercalé comme un quatrième cas, différent des autres, celui où le point D est situé entre A et C. Consultez le haut de la p. 59 et la partie du texte, p. 61—63, qui se rapporte à la figure 26.

conque tel que FB, se dirigeant vers le point D, coupe l'axe en L après la réfraction. Alors je démontrerai d'abord que le point L tombe en-deçà du point S. Joignons B et S par une droite et prolongeons cette droite, ainsi que BL. Les deux droites prolongées couperont la droite CMZ parallèle au rayon FBD, la première en Z, la seconde en M. Prenons ensuite un point E tel qu'on ait $DA : AS = DE : ES$.

Vu qu' alors $DC : CH$ ou $DC : CA > CR : RA$, on aura aussi, par permutation, $DC : CR > CA : AR$. Et, par composition, $DR : RC > CR : RA$. Pour

- * 33. 5 Élé. ¹⁾ cette raison le rapport du reste DC au reste AC est plus grand que le rapport $DR : RC$ *. Or, on a $DR : RC = DA : AS$. Car comme on a $DR : DA = DC : DS$, on aura par permutation et par conversion de cette proportion $DR : RC = DA : AS$. Par conséquent, on a aussi $DC : CA > DA : AS$. Or, $DA : AS = DE : ES$; donc la somme de DA et DE est à celle de AS et SE, c'est-à-dire à AE, comme DA est à AS. Par conséquent, $DC : CA$ ou $DC : CH > (AD + DE) : AE$. Et, par partage, $DH : HC > 2DE : EA$. Et, en prenant le double du deuxième et du quatrième terme $DH : HA > 2DE : 2EA$ ou $DE : EA$. Le point E tombe donc en-dehors de la circonférence ABH; par conséquent, si l'on décrit une circonférence, ayant EA comme diamètre, le point B sera situé à l'intérieur de cette circonférence. Mais, $DE : ES = DA : AS$. Donc on aura $DB : BS > DA : AS$ *. Or, $DB : BS = CZ : ZS$, et $DA : AS = DR : RC$; cela a été démontré plus haut. On aura donc $CZ : ZS > DR : RC$. Or, le rapport $DR : RC$ est composé des rapports $DR : RA$ et $RA : RC$, et $DR : RA = DC : CS$, parce que nous avons pris le point S de telle façon que $DR : DA = DC : DS$. Le rapport $CZ : ZS$ est donc plus grand que celui qui se compose des rapports $DC : CS$ et $RA : RC$. Or, le rapport $CZ : ZS$ est égal au produit des rapports $CZ : ZB$ et $ZB : ZS$. Le produit de ces deux derniers rapports fera donc plus grand que le produit des rapports $DC : CS$ et $RA : RC$. C'est pourquoi, si l'on divise les deux produits par $BZ : ZS$ et $DC : CS$ respectivement, lesquels rapports sont égaux entre eux, le rapport $CZ : ZB$ fera encore plus grand que le rapport $RA : RC$. Et, par inversion, $BZ : ZC < CR : RA$. Or le rapport $CR : RA$, égal à l'indice de réfraction, est égal à $BM : MC$ *, vu que BM est le rayon réfracté provenant du rayon FB, auquel on a mené la parallèle CM. Par conséquent, $BZ : ZC < BM : MC$. Or l'angle BCZ, étant égal à l'angle FBC, est nécessairement obtus; et chacune des lignes BM, BZ est opposée à cet angle. On aura donc $CM < CZ$ *, et par conséquent l'angle CBM < CBZ.

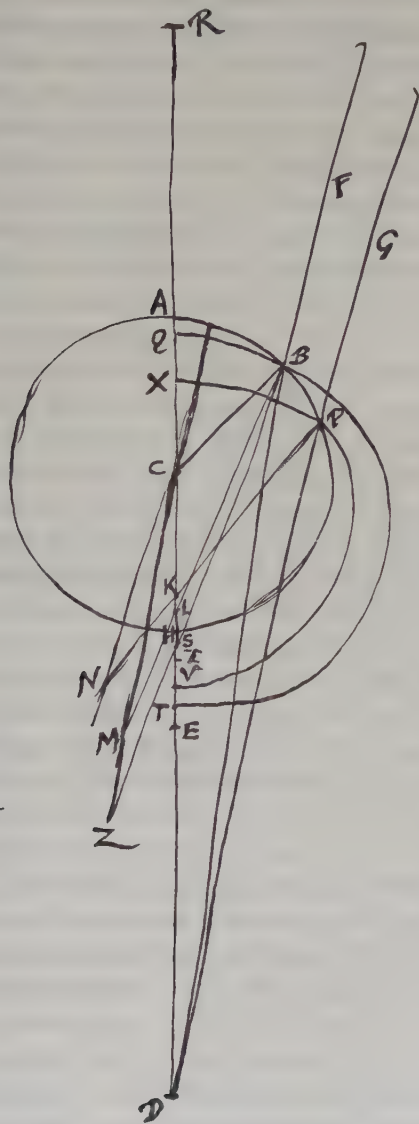
¹⁾ Voir la note 4, p. 125 du T. XII.

²⁾ Voir la p. 31 du Tome présent. En effet, les points D, E, S, C de la figure 23 peuvent être identifiés respectivement avec les points A, C, B, D de la figure 16.

axe AC in L. Ostendam igitur primo punctum L cadere citra S. Jungatur BS, et producat, ut et BL, et occurrat utraque rectæ CMZ radio FBD parallelæ,

nempe BS in Z, BL in M. Sicut autem DA ad AS ita sit DE ad ES.

[Fig. 23.]



Quia ergo ratio DC ad CH five ad CA major quam CR ad RA; et permutando major erit DC ad CR quam CA ad AR. Et componendo DR ad RC major quam CR ad RA. Quare reliquæ DC ad reliquam AC major ratio quam DR ad RC *. Ut autem DR ad RC ita est DA ad AS. nam quia ut DR ad DA ita DC ad DS, erit permutando et per conversionem rationis DR ad RC ut DA ad AS. Itaque ratio DC ad CA major quoque quam DA ad AS. Ut autem DA ad AS ita DE ad ES, ideoque duæ simul DA, DE ad duas AS, SE, hoc est ad AE, ut DA ad AS. Igitur major ratio DC ad CA, five ad CH, quam ADE ad AE: Et dividendo major ratio DH ad HC quam duplæ DE ad EA. Et sumtis consequentium duplis; major DH ad HA, quam duplæ DE ad duplam EA, hoc est quam DE ad EA. Itaque punctum E cadit extra circumulum ABH, ideoque si circa EA diametrum circulus describatur, is intra se complectetur punctum B. Est autem DE ad ES ut DA ad AS. Itaque major erit ratio DB ad BS quam DA ad AS *. Ut autem DB ad BS ita est CZ ad ZS, et ut DA ad AS ita DR ad RC, fuit enim hoc antea ostensum. Major itaque erit ratio CZ ad ZS quam DR ad RC. Componitur autem ratio DR ad RC ex rationibus DR ad RA et RA ad RC, quarum DR ad RA est eadem quæ DC ad CS, quia fecimus ut DR ad

* 33. 5. Elem. 1)

* [Lem. 5.] 2)

3) Voir la p. 14 du Tome présent.

4) Voir la p. 29 du Tome présent.

DA ita DC ad DS. Ergo ratio CZ ad ZS major quam quæ componitur ex rationibus DC ad CS et RA ad RC. Ratio autem CZ ad ZS eadem est compositæ ex rationibus CZ ad ZB et ZB ad ZS. Ergo quæ ex duabus hisce componitur ratio major erit composita ex rationibus DC ad CS et RA ad RC. quare ablatis utrinque rationibus æqualibus, hinc DC ad CS, inde BZ ad ZS, major adhuc erit ratio CZ ad ZB quam RA ad RC. Et invertendo ratio BZ ad ZC minor quam CR ad RA. Sicut autem CR ad RA, quæ est ratio refractionis, ita est BM ad MC *, quoniam BM est refractionis radij FB, cui parallela ducta est CM. Igitur minor est ratio BZ ad ZC quam BM ad MC. Angulus autem BCZ, quoniam æqualis est angulo FBC, necessario est obtusus; eique utraque linearum BM, BZ subtensa est. Ergo CM minor erit quam CZ *, et angulus proinde CBM minor angulo CBZ. Quare et CL minor quam CS. Itaque apparet omnium radiorum ad D tendentium refractiones cum axe AC convenire citra punctum S.

* [Prop. II.] ¹⁾* [Lem. 2.] ²⁾

Nunc porro ostendemus refractiones radiorum axi AC propinquiorum concurrere propius ad punctum S, idque ad intervallum minus quolibet dato. Sit enim radius aliquis GP tendens ad D, inque superficiem AB incidens, qui refringatur in PK. Est igitur concursus K inter C et S, *ex jam demonstratis*. Porro inter K et S quodvis punctum sumatur L: et dividatur DL in T, ut DT ad TL habeat rationem eam quam rectangulum DC, AR, ad rectangulum LC, CR; quæ quidem erit majoris ad minus. Major enim est ratio DC ad CL quam DC ad CS, hoc est, quam DR ad RA (nam has easdem esse supra ostensum est) ideoque multo major ratio DC ad CL quam CR ad RA, ac proinde rectangulum DC, AR majus rectangulo CL, CR. Quoniam igitur ratio DT ad TL est majoris ad minus, potest in linea DL continuata versus L, sumi punctum Q, ita ut DQ ad QL habeat eandem rationem quam DT ad TL. Esto itaque inventum, sitque ad diametrum QT descripta circuli circumferentia. Ea secabit circumferentiam AP inter A et P, ut postea demonstrabitur. Secet ergo in B, et ducatur recta DBF, et jungatur BL, eaque producat, et occurrat rectæ CM, quæ ducenda est ipsi DBF æquidistans. Quoniam igitur punctum B est ad circuli circumferentiam cujus diameter TQ, estque DT ad TL ut DQ ad QL; erit ratio DB ad BL eadem quæ DT ad TL *, hoc est, quæ rectanguli DC, AR ad rectangulum LC, CR. Ratio autem DB ad BL, hoc est, CM ad ML componitur ex ratione CM ad MB et MB ad ML, hoc est, et DC ad CL. Rectangulum vero DC, AR ad rectangulum LC, CR compositam habet rationem ex DC ad CL et AR ad RC. Ergo eadem est ratio quæ componitur ex rationibus CM ad MB et DC ad CL, compositæ ex rationibus DC ad CL et AR ad RC. Quare ablata

* [Lem. 5.]

¹⁾ Voir la p. 14 du Tome présent.²⁾ Voir la p. 29 du Tome présent.

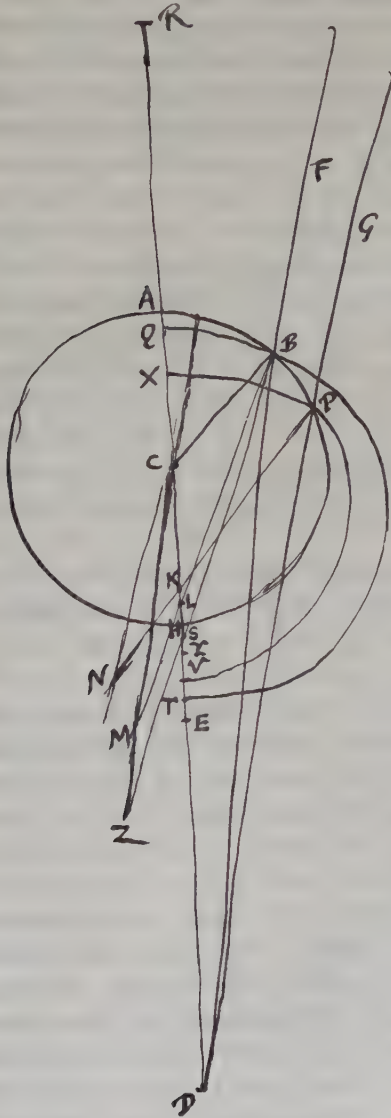
et le rapport $DC : AR : LC$. CR est égal au produit des rapports $DC : CL$ et $AR : RC$. Par conséquent, le produit des rapports $CM : MB$ et $DC : CL$ est égal au produit des rapports $DC : CL$ et $AR : RC$. C'est pourquoi, en divisant les deux produits par le rapport $DC : CL$, on aura $CM : MB = AR : RC$ et, par inversion, $BM : MC = CR : RA$, ce qui est égal à l'indice de réfraction. Par conséquent, comme CM est parallèle au rayon FB , BLM fera le rayon réfracté correspondant à ce rayon-là. Or, le point L a été pris arbitrairement entre K et S . Il est donc établi que le rayon réfracté provenant d'un certain rayon incident, coupe la droite CS en un point éloigné du point S à une distance plus petite qu'un intervalle quelconque donné. Mais on a démontré aussi que le rayon qui, après avoir été réfracté, parvient au point L , est situé plus près de l'axe AC que celui qui, après avoir été réfracté, rencontre l'axe au point K . Il en résulte que les rayons réfractés qui coupent l'axe plus près du point S , proviennent de rayons situés plus près de l'axe AC . Et il est clair que la réciproque est également vraie, c'est-à-dire que les rayons réfractés provenant de rayons situés plus près de l'axe AC coupent cet axe plus près du point S . Pour ces raisons S fera le point de concours des rayons provenant du point D .

Quant à notre affirmation d'après laquelle la circonférence décrite avec QT comme diamètre coupe la circonférence APH entre A et P , la vérité en peut être démontrée comme suit. D'abord, comme $CS > CL$, on aura $AC : CL > AC : CS$, et, par composition, $AL : LC > AS : SC$. Or, le rapport $AS : SC$ est le produit des rapports $AS : SD$ et $SD : SC$, dont le premier $AS : SD$ est égal à $RC : CD$, vu que par construction $DR : DC = DA : DS$. On a aussi $SD : SC = DA : AR$. Le rapport $AL : LC$ fera donc plus grand que le produit des rapports $RC : CD$ et $DA : AR$, c'est-à-dire, que le produit des rapports $CR : RA$ et $DA : DC$. C'est pourquoi si l'on divise des deux côtés par le rapport $DA : DC$, on voit que le produit de $AL : LC$ et $DC : DA$ ou de $LA : AD$ et $DC : CL$ est plus grand que $CR : RA$. Et, en divisant de nouveau par le rapport $DC : CL$, on voit que $LA : AD$ est plus grand que le produit des rapports $CR : RA$ et $LC : CD$. Et, par inversion, on trouve que le rapport $DA : AL$ est plus petit que le produit de $DC : CL$ et de $AR : RC$, c'est-à-dire, que le rapport du produit $DC : AR$ au produit $CL : CR$, c'est-à-dire, que le rapport $DQ : QL$. Donc aussi, par partage, $DL : LA < DL : LQ$. Il en résulte $LQ < LA$. Or, $DC : CL > DQ : QL$, car $DC : CL > DC : AR : CL : CR$, vu que $AR < CR$. Il est donc évident que le point Q tombe entre les points A et C .

Divisons ensuite DK en deux parties par le point V de telle façon qu'on ait $DV : VK = DC : AR : KC : CR$. Le premier de ces produits est plus grand que le second; en effet, cette inégalité peut être démontrée de la même manière que, plus haut, celle des produits $DC : AR$ et $LC : CR$. Choisissons ensuite le point X de telle façon qu'on ait $DV : VK = DX : XK$. Le point X tombera alors entre A et C , de même que le point Q , car ceci aussi peut être démontré de la même manière. Décri-

communi ratione DC ad CL, erit eadem ratio CM ad MB quæ AR ad RC. et invertendo BM ad MC eadem quæ CR ad RA, quæ est ratio refractionis. Ergo cum CM sit parallela radio FB, erit BLM ejusdem radij refractionis.

[Fig. 23.]



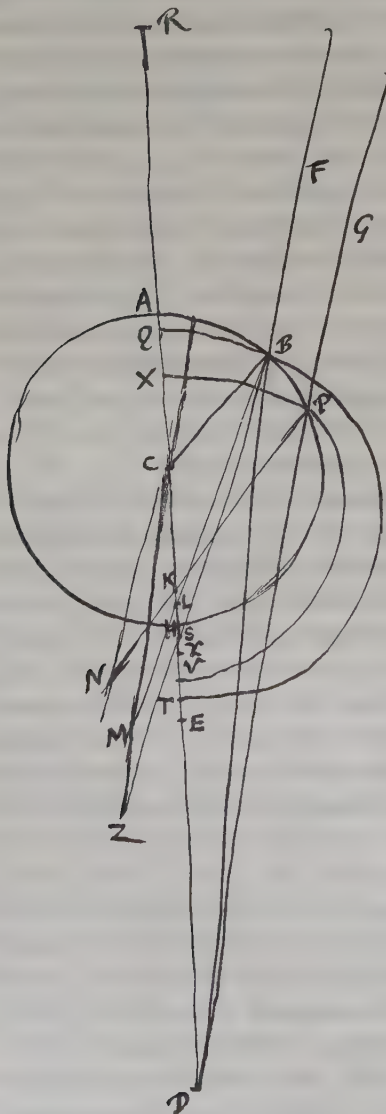
Sumtum autem fuit punctum L pro arbitrio inter K et S. Itaque constat aliqujus radij refractionem quolibet dato intervallo propius accedere ad punctum S, in linea CS. Sed et ostensum est radium, cujus refractionis pervenit ad punctum L, propiorem esse axi AC, quam cujus refractionis ad punctum K concurrat. Ergo constat eas refractiones, quæ propius conveniunt ad punctum S, pertinere ad radios axi AC propiores. Cujus conversum quoque verum esse liquet, nimirum radiorum axi AC propinquiorum refractiones propius concurrere ad punctum S. Ergo ob hæc erit S punctum concursus radiorum ex D venientium.

Quod autem dictum est circumferentiam circa QT diametrum descriptam secare circumulum APH inter A et P, sic ostendetur. Primò quia CS major quam CL, erit major ratio AC ad CL quam AC ad CS, et componendo, major AL ad LC quam AS ad SC. Ratio autem AS ad SC componitur ex rationibus AS ad SD et SD ad SC; quarum AS ad SD eadem est quæ RC ad CD, quia ex constr. est DR ad DC ut DA ad DS. Item ratio SD ad SC est eadem quæ DA ad AR. Major itaque erit ratio AL ad LC quam composita ex ratione RC ad CD et DA ad AR: hoc est, quam composita ex ratione CR ad RA et DA ad DC. Quare ablata utrinque ratione DA ad DC, erit composita ex ratione AL ad LC et DC ad DA, five composita

ex LA ad AD et DC ad CL major quam CR ad RA. Ablataque rursus utrinque ratione DC ad CL, erit LA ad AD major quam composita ex rationibus CR ad RA et LC ad CD. Et invertendo ratio DA ad AL minor compositâ ex ratio-

vons une circonférence avec le diamètre XV. Elle coupera la circonférence AP précisément au point P où nous avons dit que le rayon GP rencontre la surface convexe AB. En effet, prolongeons PK et menons CN parallèle à GPD; cette paral-

[Fig. 23.]



* Lem. 5.

lèle coupera le prolongement de PK. Par conséquent, comme nous avons supposé que PK est le rayon réfracté provenant du rayon GP, auquel CN qui passe par le centre est parallèle, le rapport $PN : NC$ sera égal à l'indice de réfraction. On a donc $CN : NP = AR : RC$. En partant de là, nous raisonnerons de la manière suivante. Le rapport $CN : NK$ est le produit des rapports $CN : NP$ et $NP : NK$ ou $DC : CK$; par conséquent, le rapport $CN : KN$ ou $DP : PK$ est le produit des rapports $AR : RC$ et $DC : CK$, ou, si l'on veut, le rapport des produits $AR \cdot DC$ et $RC \cdot CK$. On aura donc $DP : PK = AR \cdot DC : RC \cdot CK$; donc aussi $DP : PK = DV : VK = DX : XK$. C'est pourquoi la circonférence dont le diamètre est XV passera par le point P* comme nous le disions.

Or, comme $DT : TL = AR \cdot DC : RC \cdot CL$ et que $DV : VK = AR \cdot DC : RC \cdot CK$, on aura $DT : TL < DV : VK$; en effet, $RC \cdot CL > RC \cdot CK$. Par conséquent, le rapport $DT : TK$ est à plus forte raison plus petit que le rapport $DV : VK$; car DK est par hypothèse plus grande que DL . Il apparaît donc que le point T tombe entre D et V. Je dis de plus que le point Q tombe entre A et X. En effet, prenons un point Y tel qu'on ait $DQ : QL = DX : XY$. Alors, vu que par construction $XK : XD = RC \cdot CK : AR \cdot DC$, et que $DX : XY = DQ : QL = AR \cdot DC : RC \cdot CL$, on aura en combinant ces deux équations $XK : XY = RC \cdot CK : RC \cdot CL$ ou $CK : CL$. Donc $XK : KY = CK : KL$. Mais, $XK > CK$, comme nous l'avons dit plus haut. Par consé-

quent, on a aussi $KY > KL$, partant $DY < DL$. Or, nous avons $DX : XY = DQ : QL$ et, par conversion, $DX : DY = DQ : DL$. Par conséquent, comme $DY < DL$, on aura aussi $DX < DQ$. Le point Q tombera donc nécessairement entre

nibus DC ad CL et AR ad RC; hoc est, ratione rectanguli DC, AR ad rectangulum CL, CR, hoc est, ratione DQ ad QL. Quare et dividendo ratio DL ad LA minor erit ratione DL ad LQ. Unde patet LQ minorem esse quam LA. Est autem ratio DC ad CL major quam DQ ad QL, nam DC ad CL ratio major est quam rectanguli DC, AR, ad rectangulum CL, CR, quia AR minor est quam CR. Itaque patet punctum Q cadere inter A et C. Jam porro dividatur DK in V, ut habeat DV ad VK rationem eam quam rectangulum DC, AR ad rectangulum KC, CR. Hæc autem est majoris ad minus, siquidem hoc eadem ratione ostenditur qua supra ostensum fuit rectangulum DC, AR majus esse rectangulo LC, CR. Deinde fiat ut DV ad VK ita DX ad XK, cadetque punctum X inter A et C, æquè ac punctum Q, nam hoc similiter quoque demonstrari potest. Sit autem circuli circumferentia circa XV diametrum descripta. Ea secabit circulum AP in ipso puncto P ubi radius GP convexo AB occurrere dictus est. Producat enim PK, et occurrat ei CN parallela GPD. Ergo quia PK posita est esse refractionis radij GP, cui parallela ex centro ducta est CN, habebit PN ad NC rationem refractionis. Est igitur CN ad NP ut AR ad RC. Unde sic porro argumentabimur. Ratio CN ad NK componitur ex rationibus CN ad NP et NP ad NK, hoc est, et DC ad CK; igitur ratio CN ad NK, hoc est, DP ad PK, componitur ex rationibus AR ad RC et DC ad CK, ex quibus componitur quoque ratio rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CK. Igitur DP ad PK erit ut rectangulum AR, DC ad rectangulum RC, CK. ac proinde etiam sicut DV ad VK, nec non ut DX ad XK. Quare circumferentia cujus diameter XV, transibit per punctum P*, ut dicebamus.

* [Lem. 5.]

Jam quia ratio DT ad TL est eadem quæ rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CL; ratio vero DV ad VK eadem quæ rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CK; minor erit ratio DT ad TL quam DV ad VK, quia rectang. RC, CL majus est rectangulo RC, CK. Itaque multo minor ratio DT ad TK quam DV ad VK; nam DK major est posita quam DL. Apparet igitur punctum T cadere inter D et V. Punctum vero Q dico cadere inter A et X. Sit enim ut DQ ad QL ita DX ad XY. Ergo quia XK ad XD per constr. ut rectang. RC, CK ad rectangulum AR, DC; DX autem ad XY ut DQ ad QL, hoc est ut rectang. AR, DC ad rectangulum RC, CL: erit ex æquo XK ad XY ut rectang. RC, CK ad rectang. RC, CL, hoc est, ut CK ad CL. Et XK ad KY ut CK ad KL. Est autem XK major quam CK, ut superius dictum fuit. Ergo KY major quoque quam KL, ideoque DY minor quam DL. Erat autem DX ad XY ut DQ ad QL, et per conversionem rationis DX ad DY ut DQ ad DL. Ergo quum DY sit minor quam DL, erit et DX minor quam DQ. Unde necessario punctum Q cadet inter A et X, nam quod inter A et C cadat jam ante ostensum fuit. Sed punctum T ostendimus distare ab A ultra punctum V. Ergo manifestum est circumferentiam QBT secare circulum APH inter A et P. Quod demonstrandum supererat.

Sit nunc ratio DC ad CH minor ratione refractionis, hoc est ratione CR

A et X, car nous avons déjà démontré que ce point tombe entre A et C. Mais nous avons fait voir que le point T est plus éloigné du point A que le point V. Il est donc évident que la circonférence QBT coupe la circonférence APH entre A et P. C'est ce qui restait à démontrer.

Supposons maintenant que le rapport $DC : CH$ est plus petit que l'indice de réfraction, c'est-à-dire que $CR : RA$. Et soit le point D situé, soit en-dehors de la circonférence ABH [Fig. 24], soit en-dedans de cette circonférence [Fig. 25], de telle manière toutefois que ce point soit plus éloigné du point A que le centre C. Car si ce point est situé entre A et C, on aura encore un autre cas particulier que nous examinerons bientôt. FB étant un rayon qui se dirige vers le point D ¹⁾ et qui, après la réfraction, rencontre l'axe AC au point L, je dis que L est plus éloigné de A que le point S. En effet, joignons B et S et menons CM parallèle à FD; supposons que cette parallèle rencontre les prolongements de BS et de BL en Z et en M respectivement; et prenons un point E tel que $DA : AS = DE : ES$. Si alors le point D est pris à l'intérieur de la circonférence ABH, le point E lui aussi tombera nécessairement à l'intérieur. Mais si le point D est pris en-dehors de la dite circonférence, le point E tombera néanmoins à l'intérieur, comme cela résulte de la démonstration suivante.

Vu que $DC : CH$ ou $DC : CA < CR : RA$, on aura aussi par permutation $DC : CR < CA : AR$ et, par composition, $DR : RC < CR : RA$; c'est pourquoi le rapport du reste DC au reste CA sera plus petit que le rapport DR : RC ou $DA : AS$; l'égalité de ces deux derniers rapports se démontrant de la même manière que dans le cas précédent²⁾. Or, on a par construction $DA : AS = DE : ES$, donc aussi $(AD + DE) : (AS + ES)$ (ou AE) $= DA : AS$. Par conséquent, $DC : CA$ ou $DC : CH < (AD + DE) : AE$, et, par partage, $DH : HC < 2DE : EA$. Et, en prenant le double du deuxième et du quatrième terme $DH : HA < 2DE : 2EA$ ou $DE : EA$. Le point E tombera donc à l'intérieur de la circonférence ABH.

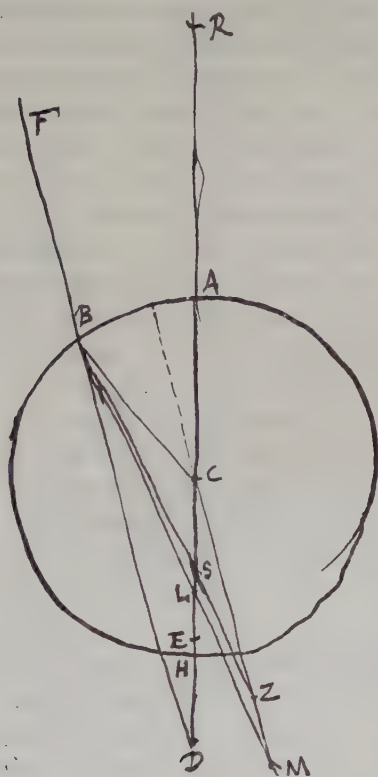
Dans les deux cas nous continuerons à raisonner de la façon suivante. Vu que le point E tombe entre A et H, le point B sera en-dehors d'une circonférence décrite avec AE comme diamètre. Or, $DA : AS = DE : ES$. On aura donc $DB : BS < DA : AS$ *. De plus $DB : BS = CZ : ZS$, et $DA : AS = DR : RC$. On a donc $CZ : ZS < DR : RC$. Or, le rapport $DR : RC$ est égal au produit des rapports $DR : RA$ et $RA : RC$, dont le premier est égal à $DC : CS$, vu que par construction $DR : DA = DC : DS$. Par conséquent le rapport $CZ : ZS$ sera plus petit que le produit des rapports $DC : CS$ et $RA : RC$. Or, le rapport $CZ : ZS$ est égal au produit des rapports $CZ : ZB$ et $ZB : ZS$. En divisant des deux côtés par des rapports égaux, savoir par $BZ : ZS$ d'un côté et par $DC : CS$ de l'autre, le rapport restant, savoir $CZ : ZB$, sera aussi plus petit que le rapport $RA : RC$. Et,

* Lem. 5.

¹⁾ Ce qui suit se rapporte également aux deux cas représentés par les figures 24 et 25; lesquelles on peut consulter indifféremment l'une ou l'autre.

ad RA, fitque punctum D vel extra circulum ABH [Fig. 24] vel intra [Fig. 25], ita tamen ut ultra centrum C distet ab A. Nam cum inter A et C positum est adhuc singularis est casus, quem mox videbimus. Radio igitur existente FB¹⁾, qui tendat ad punctum D, conveniatque *refractus* cum axe AC in puncto L: dico L distare ab

[Fig. 24.]



A ulterius quam punctum S. Jungatur enim BS, et ducatur CM parallela FD, quæ occurrat productis BS, BL in Z et M; Et sicut DA ad AS ita fit DE ad ES. Si igitur punctum D intra circulum ABH ponatur, cadet necessario et E intra eundem. Si vero D extra dictum circulum ponatur, tamen E punctum intra circulum cadere sic ostenditur.

Quia enim minor ratio DC ad CH, vel DC ad CA quam CR ad RA, permutando quoque minor erit DC ad CR quam CA ad AR, et componendo, minor DR ad RC quam CR ad RA; quare reliquæ DC ad reliquam CA minor erit ratio quam DR ad RC, hoc est, quam DA ad AS, namque has easdem esse sicut in casu præcedenti ostenditur²⁾. Ut autem DA ad AS ita est DE ad ES ex constr. ideoque et duæ simul AD, DE ad duas simul AS, SE, hoc est ad AE, ut DA ad AS. Igitur minor ratio DC ad CA, vel DC ad CH, quam ADE ad AE: Et dividendo minor ratio DH ad HC quam duplæ DE ad EA. Sumtisque consequentium duplis, minor DH ad HA quam duplæ DE ad duplam EA, hoc est, quam DE ad EA. Ergo punctum E cadet intra circulum ABH.

Jam utroque casu sic porro argumentabimur. Quoniam E cadit inter A, H, si circa AE diametrum circulus describatur, extra eum erit punctum B. Est autem ut DA ad AS ita DE ad ES. Ergo erit DB ad BS minor ratio quam DA ad AS*. Ut autem DB ad BS ita est CZ ad ZS; et ut DA ad AS ita DR ad RC. Ergo minor est ratio CZ ad ZS quam DR ad RC. Ratio autem DR ad RC componitur ex rationibus DR ad RA et RA ad RC, quarum DR ad RA est eadem quæ DC ad CS, quia ut DR ad DA ita DC ad DS ex constr. Ergo ratio CZ ad ZS minor erit compositæ ex rationibus DC ad CS et RA ad RC. Ratio autem CZ ad ZS eadem est compositæ ex rationibus CZ ad ZB et ZB ad ZS. Itaque ablati utrinque rationibus æqualibus, hinc BZ ad ZS, inde DC ad

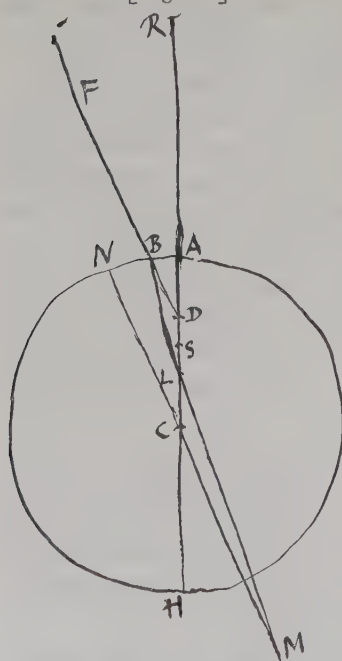
* [Lem. 5.]

²⁾ Voir le second alinéa de la p. 51 du Tome présent.

par inversion, on aura $BZ : ZC > CR : RA$; mais le rapport $CR : RA$ qui est
 * Prop. VIII. ¹⁾ égal à l'indice de réfraction est égal aussi à $BM : MC$ *, vu que BLM est le
 rayon réfracté provenant du rayon FB , auquel CM est parallèle. Par conséquent,
 $BZ : ZC > BM : MC$. Mais l'angle BCM , opposé à la fois à BM et à BZ , est néces-
 sairement obtus, étant égal à l'angle FBC . Par conséquent, CZ sera plus petite que
 * Lem. 2. CM *, et l'angle $CBM > CBZ$. Donc aussi $CL > CS$. Ce qu'il fallait démontrer.

On pourrait ensuite faire voir par une démonstration à peu près pareille à celle
 employée dans le premier cas²⁾, que les rayons réfractés provenant de rayons situés
 à une plus petite distance de l'axe AC (j'entends par cela des rayons qui coupent
 la circonférence plus près du point A) rencontrent l'axe plus près du point S , et
 cela de telle manière que la distance du point de rencontre au point S soit plus
 petite qu'un intervalle quelconque donné. Mais nous ne répéterons pas ici cette
 argumentation prolixe. Nous nous contenterons de faire voir que certains rayons
 réfractés rencontrent l'axe en des points rapprochés autant qu'on le voudra du
 point S . Cela se démontre de la façon suivante. Supposons que le prolongement

[Fig. 26.]



de MC rencontre la circonférence en N [Fig. 25].
 Les triangles LDB et LCM sont semblables, d'où
 l'on tire $DB : CM = DL : LC$; et l'on peut obten-
 nir, en rapprochant le rayon FB de l'axe AC , que
 la différence de longueur des lignes DB et DA
 devienne plus petite qu'une grandeur quelconque
 donnée, et de même aussi celle des lignes CM et
 AR ; en effet, cette différence sera d'autant plus
 petite que l'arc BN sera plus petit, ainsi qu'il ap-
 pert par le problème 5³⁾, eu égard à ce que $BM :$
 $MC = CR : RA$. Il en résulte qu'on peut obtenir
 que le rapport $DB : CM$ ou $DL : LC$ acquière une
 valeur différant aussi peu qu'on le voudra de celle du
 rapport $DA : AR$ ou $DS : SC$, et qu'ainsi le point
 L , où le rayon réfracté FB coupe l'axe AC , se rap-
 proche indéfiniment du point S .

Soit maintenant le point donné D [Fig. 26] situé
 entre A et C . Dans ce cas aussi BL , le rayon réfracté
 provenant du rayon FB , tombera entre D et C . Je
 dis que le point de concours L sera de nouveau situé
 à plus grande distance du point A que le point S .

Prolongeons BL et supposons que CM , parallèle à FBD , rencontre ce prolonge-
 ment au point M . Vu qu'alors le point D se trouve sur le diamètre entre A et le

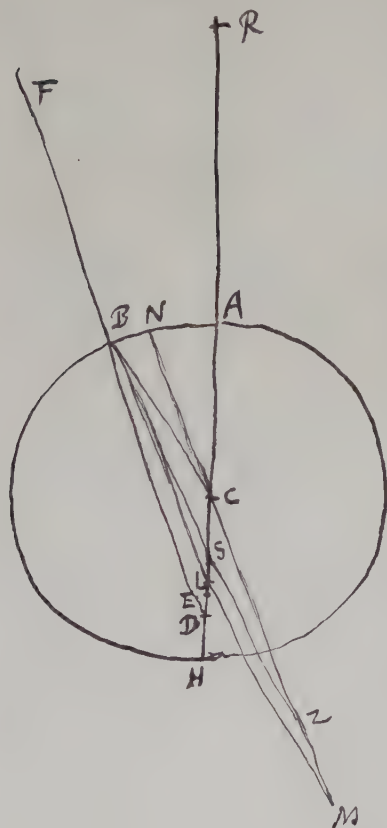
¹⁾ Voir la p. 33 du Tome présent.

²⁾ Consultez les pp. 53 et 55 du Tome présent.

³⁾ Le Problème 5 est identique avec la Prop. VIII; voir la p. 33 du Tome présent. Or, d'après

CS, minor quoque erit reliqua ratio CZ ad ZB quam RA ad RC: Et invertendo, major BZ ad ZC quam CR ad RA. Sicut autem CR ad RA quæ est ratio refractionis ita est BM ad MC *, quoniam BLM est refractionis radij FB, cui parallela * [Prop. VIII.] ¹⁾ ducta est et CM. Igitur major est ratio BZ ad ZC quam BM ad MC. Angulus autem BCM, cui utraque BM, BZ subtenditur, necessario est obtusus, quippe æqualis angulo FBC. Ergo CZ minor erit quam CM *, atque angulus proinde * [Lem. 2.] CBM major angulo CBZ. Quare et CL major quam CS; quod erat probandum.

[Fig. 25.]



Porro simili fere demonstratione, atque in casu primo ²⁾, ostendi posset refractiones radiorum axi AC propinquiorum (intelligo autem propinquiores qui minimam circumferentiæ partem versus A abscindunt) propius coire ad punctum S, idque ad intervallum quolibet dato minus. Sed prolixam argumentationem hinc non repetemus. Illud tamen, quod ad puncta quamlibet proxima puncto S, radiorum aliquorum refractiones concurrunt, hoc modo evinci potest. Producta MC occurrat circumferentiæ in N [Fig. 25]. Quoniam ergo propter triacula similia LDB, LCM, sicut DB ad CM, ita DL ad LC; potestque fieri appropinquando radium FB ad axem AC, ut differentia longitudinis linearum DB, DA evadat qualibet data minor, ut et ea quæ est inter CM et AR; (hæc enim differentia eo minor erit quo minor continget arcus BN, ut patet ex problemate [5] ³⁾), quia nempe ratio BM ad MC est eadem quæ CR ad RA) apparet hinc fieri posse ut ratio DB ad CM, hoc est, DL ad LC, quamlibet *prope* ⁴⁾ eadem efficiatur quæ DA ad AR, hoc est, quæ DS ad SC. atque sic punctum L, quo nempe radius FB refractus cum axe AC convenit, quamlibet propinquum fiat puncto S.

Sit jam punctum D inter A et C datum [Fig. 26], cadet autem et hinc radij FB refractionis

BL inter D et C. Dico concurrsum L rursus hic distare longius ab A quam punc-

la démonstration de cette proposition le point M se rapprochera indéfiniment d'un point Q (voir la fig. 17) qu'on doit choisir sur le prolongement de CM de manière que le rapport NQ : CQ égale l'indice de réfraction, c'est-à-dire, le rapport CR : AR, d'où il suit facilement, puisque CN = CA, qu'on aura CQ = AR et que CM se rapprochera indéfiniment en longueur de AR.

⁴⁾ Dans la copie de Niquet, comme aussi dans la rédaction primitive, il y a „proxime”.

centre C, DB fera plus grande que DA. Mais $CM < AR$, ainsi qu'il ressort de la propos. VIII, vu que CM est parallèle au rayon FB, auquel correspond le rayon réfracté BM. On a donc $BD : CM$ ou $DL : LC > DA : AR$. Or, $DA : AR = DS : SC$. Par conséquent $DL : LC > DS : SC$, et, par composition, $DC : CL > DC : CS$. Donc $CL < CS$. Il est évident par là que le point L est plus éloigné que le point S du point A.

On démontre ensuite, de la même manière que dans le cas précédent, que dans ce cas aussi certains rayons réfractés se rapprochent indéfiniment du point S. Par conséquent, S fera le point de concours des rayons qui se dirigent vers le point D.

Reste à démontrer la proposition dans le dernier cas, celui où le point D est placé en-dehors de la sphère ABH [Fig. 27] de telle manière que l'on ait $DC : CH = CR : RA$, ce qui est égal à l'indice de réfraction. Nous avons dit que dans ce cas les rayons réfractés provenant de tous les rayons qui se dirigent vers le point D se coupent exactement au point S qui est situé de telle façon que l'on ait $DR : DA = DC : DS$. En effet, ayant placé le point D comme nous l'avons dit, supposons que FBD soit un rayon quelconque se dirigeant vers ce point et rencontrant la surface au point B. Joignons le point B au point S. Je dis que BS est précisément le rayon réfracté provenant du rayon FB. En effet, prolongeons BS et menons CM parallèle à FBD; cette parallèle coupera le prolongement de BS. Joignons les points B et C.

Vu qu' alors $DC : CH$ ou $DC : CA = CR : RA$, la ligne entière DR fera aussi à RC, comme CR est à RA. Or, $DR : RC = DA : AS$, parce qu'on a par construction $DR : DA = DC : DS$. Par conséquent, on a aussi $DA : AS = CR : RA$ ou $DC : CH$. En retranchant DC de DA, et CH (ou CA) de AS, le reste CA, ou CH, fera au reste CS comme DC est à CH. Or, $CB = CH$. Donc aussi $BC : CS = DC : CB$ et, par conséquent, les triangles DCB et BCS sont semblables, attendu que ces triangles ont aussi en commun l'angle C compris entre les côtés proportionnels. Par conséquent, le troisième côté DB du premier triangle fera au troisième côté BS du second triangle, comme DC est à CB ou à CH, et l'angle SBC sera égal à l'angle BDC. Il en résulte que, dans les triangles DBS et BMC, l'angle MBC sera égal à l'angle BDS. Mais l'angle BMC est de plus égal à l'angle DBS, à cause du parallélisme des droites BD et CM. Par conséquent, les dits triangles DBS et BMC seront aussi semblables, et l'on aura donc $BM : MC = DB : BS$ ou $CD : CH$ ou $CR : RA$. Le rapport $BM : MC$ est donc égal à l'indice de réfraction, et CM est parallèle au rayon FB. Par conséquent, BSM est le rayon réfracté provenant du rayon FB *, ce qu'il fallait démon-

* Prop. II. 2)

¹⁾ Dans la copie de Niquet, comme dans la rédaction primitive, il y a „circulum”.

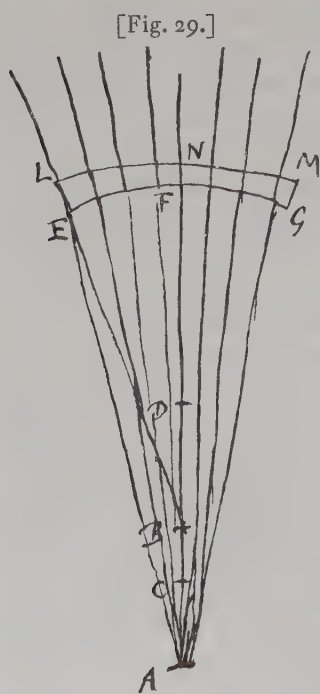
²⁾ La leçon primitive, biffée depuis, et la copie de Niquet donnent: „ideoque permutando et per conversionem rationis ut DR ad RC ita DA ad AS. Ergo”.

³⁾ Voir la p. 15 du Tome présent.

trer. Tous les rayons qui se dirigent vers le point D et qui rencontrent la surface convexe AB convergeront donc, après la réfraction, vers le point unique S.

Il est manifeste que, si nous supposons construites autour du centre C deux surfaces sphériques avec les rayons CD et CS et que nous prenons sur elles deux points quelconques K et P situés sur le même rayon CK, tous les rayons qui se dirigent vers le point K sont réfractés par la surface ABH du corps transparent de telle manière qu'ils convergent exactement vers le point P : aucune surface autre qu'une surface sphérique ne peut présenter ce phénomène.

Nous pourrions maintenant, à l'aide des résultats obtenus, attendu que nous avons appris à connaître à fond la réfraction produite par le verre et qu'une surface sphérique est facile à polir, fabriquer des lentilles qui font converger en un point donné les rayons qui se dirigent vers un autre point donné. Et de même des lentilles qui réfractent les rayons venant d'un point donné de telle manière qu'ils semblent provenir d'un autre point donné. En effet, soient donnés les points A et B [Fig. 28] et supposons qu'il faille faire converger en B les rayons qui se dirigent vers le point A. Divisons AB en deux parties par le point C de telle manière que le



rapport $AC : CB$ soit égal à l'indice de réfraction du verre, c'est-à-dire à $\frac{3}{2}$. Prolongeons ensuite AB jusqu'en D, de telle manière qu'on ait $CD : DB = AC : CB$. Décrivons une circonférence EFG avec le centre D et le rayon DC, et une deuxième circonférence EHG avec le centre B et le rayon BH, un peu plus petit que BF. Cette circonférence coupera nécessairement la première, mettons aux points E et G : et la lunule EFGH représentera la forme de la lentille cherchée coupée par le milieu ¹⁾. En effet, les rayons qui se dirigent vers le point A en tombant sur la surface EFG se dirigeront après y avoir été réfractés vers le point B, d'après ce que nous venons de démontrer ²⁾, et y parviendront, vu qu'ils ne seront pas réfractés de nouveau par la surface EHG, dont le centre est précisément le point B.

Et la même lentille pourra nous servir pour réfracter des rayons qui proviennent du point B de telle manière qu'ils semblent provenir du point A.

De la même manière, étant donnés les points A et B [Fig. 29], si, après avoir trouvé la circonférence

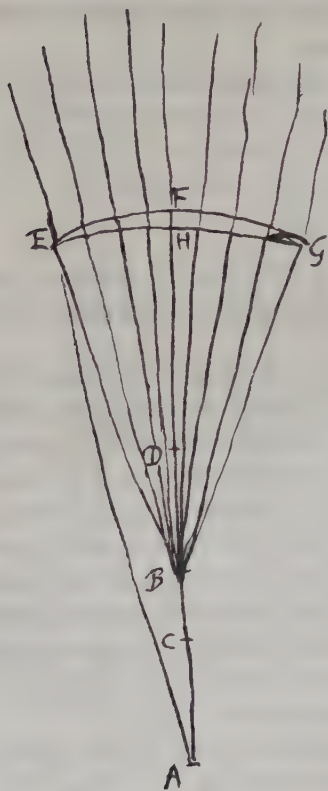
¹⁾ On retrouve la même construction dans la Lettre N°. 414 à van Schooten, du 12 octobre 1657; voir la p. 67 du T. II.

²⁾ La construction est juste; mais la démonstration semble incomplète. En effet, en remarquant que les points A, B, C, D de la figure présente correspondent avec les points D, S, H, C de

dendum. Omnes igitur radij ad D tendentes atque occurrentes superficiei convexæ AB, refracti concurrent ad punctum unicum S.

Manifestum autem est, si circa centrum C duæ sphæricæ superficies intelligantur semidiametris CD, CS. atque in illis duo quæpiam puncta sumantur K, P, radio eodem CK connexa, omnes radios ad K tendentes refringi in diaphani superficie ABH, ut exactè concurrant ad punctum P: quod quidem nulla alia quam sphærica superficies præstare queat.

[Fig. 28.]



Poterimus porro per hæc, cum et refractionem vitri penitus cognitam habeamus, sitque sphærica superficies ex politu facilis, lentes conficere quæ radios ad datum punctum tendentes ad datum aliud punctum concurrere faciant. Item quæ venientes ex dato puncto ita inflectant quasi ex alio puncto dato promanent. Dentur enim puncta A, B [Fig. 28], oporteatque efficere ut radij tendentes versus A colligantur in B. Dividatur AB in C ut habeat AC ad CB rationem quæ est refractionis vitri, hoc est, sesquialteram. Deinde producaturs AB usque in D, ut sit CD ad DB sicut AC ad CB, et centro D radio autem DC describatur circumferentia EFG; et alia EHG, centro B, radio BH, paulo minori quam est BF. Hæc autem priorem circumferentiam necessario secabit, velut in punctis E, G: et meniscus EFGH figuram quæsitæ lentis per medium sectæ exhibebit¹⁾. Radij enim tendentes ad A et in superficiem EFG incidentes ibique refracti vergent ad punctum B, secundum ea quæ modo ostensa fuerunt²⁾, atque eò quidem pervenient cum nullam amplius patiantur refractionem in superficie EHG, quippe cujus centrum est ipsum B punctum.

Eadem vero lens efficiet etiam, ut radij ex B venientes inflectantur quasi ex A venirent.

Similiter datis punctis A B [Fig. 29], inventaque circumferentia EFG sicuti

la figure 27, il est clair qu'il s'agit de prouver, dans cette figure, les relations $DH : HS = n$ et $CH : CS = n$; or, à la p. 63 il est démontré, en vérité, que $CH : CS = DC : CH = n$; mais on cherchera vainement, dans ce qui précède, la démonstration de la relation $DH : HS = n$. Pour combler cette lacune il suffit toutefois de remarquer que de la proportion $CH : CS = DC : CH$ il suit $(DC - CH) : (CH - CS) = DC : CH$, c'est-à-dire, $DH : HS = DC : CH = n$.

Ajoutons que nous ne connaissons pas la „demonstratio brevissima” dont il est question dans la lettre à van Schooten, citée dans la note précédente.

EFG comme nous l'avons dit, nous décrivons avec le centre B et le rayon BN, un peu plus grand que BF, une autre circonférence LNM, la figure ELNMGF représentera la section d'une seconde lentille dont on se servira pour faire converger en A les rayons qui se dirigeaient vers le point B. En effet, puisque EFG, étant une surface convexe du verre, fait converger vers B les rayons qui se dirigeaient vers A; il en résulte que cette même surface, étant, comme c'est le cas ici, une surface concave, doit faire converger vers A les rayons qui se dirigeaient vers B; c'est ce qui ressort clairement de la propos. I¹). Quant à la surface LNM elle ne change rien ici au cours des rayons qui se dirigent vers le point B, attendu que cette surface a le point B comme centre.

Et la même lentille concave réfractera les rayons qui proviennent du point A de telle manière qu'ils semblent provenir du point B.

TROISIÈME PARTIE.

La surface est convexe, et les rayons qui proviennent d'un point donné rencontrent cette surface en venant de l'intérieur.

Soit AB la surface convexe du corps transparent et S le point donné, d'où proviennent des rayons tels que SB tombant sur cette surface; en sortant du corps transparent ces rayons seront réfractés, à moins que S ne coïncide avec le centre C de la surface convexe. Mais, en outre, le cas doit être divisé en deux parties. En effet, tirons la droite SC et prolongeons-la jusqu'à ce qu'elle coupe la circonférence AB au point A. Si nous choisissons alors le point Q de telle manière que le rapport AQ : QC soit égal à l'indice de réfraction, le point S fera ou bien plus près ou bien plus éloigné du point A que le point Q. Car s'il coïncide avec le point Q, il est évident d'après la propos. VIII²), que les rayons réfractés ne convergent pas vers un point mais sont considérés comme parallèles: en effet, Q est le point de concours des rayons parallèles tombant du dehors sur la surface AB.

Supposons donc d'abord que le point S est plus éloigné du point A que le point Q [Fig. 30]. Et prenons le point D de telle manière que l'on ait $SQ : SA = SC : SD$. Je dis que D sera le point de concours des rayons réfractés qui atteignent la surface AB, étant partis du point S. Pour le démontrer, prenons $AR = CQ$, de telle manière que A tombe entre R et C. Alors le rapport CR : RA sera égal à l'indice de réfraction, de même que le rapport AQ : QC. Et il est manifeste en outre que le point R tombe entre A et D. Car, comme on a $SQ : SA = SC : SD$, on aura, par permutation et par partage, $SQ : QC = SA : AD$; partant, comme $SQ < SA$, QC ou AR fera aussi plus petite que AD. De plus, comme $SA : AD = SQ : QC$ ou $SQ : AR$, le reste QA ou CR sera aussi au reste RD comme SA est à AD*.

* 19. 5. *)

¹) Voir la p. 13 du Tome présent.

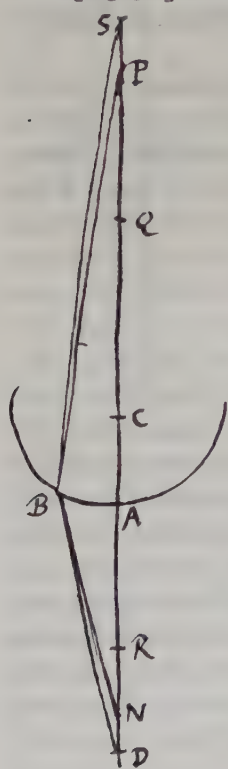
diximus, si centro B, intervallo autem BN paulo majori quam BF alia circumferentia describatur LNM: figura ELNMGF sectionem alterius lentis referet, quæ efficiet ut radij tendentes ad punctum B dirigantur versus A. Si enim convexa existens vitri superficies EFG radios ad A tendentes deflectere facit ad B, necesse est ut eadem superficies cava existens ut hîc, radios ad B tendentes mittat versus A: ut facile colligere est ex propof. [I] ¹⁾. Superficies autem LNM nulla refractione hîc radios inflexit ad B tendentes, quoniam hoc centrum habet.

Eadem vero lens cava radios ex A venientes ita franget ut videantur procedere ex puncto B.

PARS 3.

Cum convexa est superficies, et à puncto egredientes radij intrinsecus illi occurrunt.

[Fig. 30.]



Sit convexa diaphani superficies AB et punctum S, ex quo in illam perveniant radij ut SB, qui quidem egredientes diaphanum refringentur, nisi S sit idem cum convexi centro C. Est autem præterea quoque duplex casus. Junctâ enim SC, eademque productâ, ac circumferentiam AB secante in A, si fecerimus ut AQ ad QC habeat rationem quæ est refractionis, erit punctum S vel propius puncto A quam punctum Q, vel ulterius remotum. Nam si convenit cum puncto Q, perspicuum est ex propof. [VIII] ²⁾ radios post refractionem non concurrere ad punctum aliquod, sed pro parallelis haberi: est enim Q punctum concursus radiorum parallelorum extrinsecus in superficiem AB incidentium.

Sit igitur primo punctum S ulterius distans ab A quam punctum Q [Fig. 30]. Et fiat ut SQ ad SA ita SC ad SD. Dico D fore punctum concursus radiorum refractorum qui à puncto S procedunt ad superficiem AB. Ponatur enim AR æqualis CQ, ita ut A inter R et C cadat. Ergo et CR ad RA proportionem, refractionis habebit æque ac AQ ad QC. Et præterea manifestum est punctum R cadere inter A et D. Nam quia ut SQ ad SA ita SC ad SD, erit permutando et dividendo, ut SQ ad QC ita SA ad AD; unde, cum SQ sit minor SA, erit et QC, hoc est, AR minor quam AD. Porro quoniam est SA ad AD ut SQ ad QC, hoc est AR, erit et reliqua QA, hoc est, CR ad reliquam RD ut SA ad AD *. Et componendo CD ad DR ut

* [19. 5.] ³⁾

²⁾ Voir la p. 33 du Tome présent.

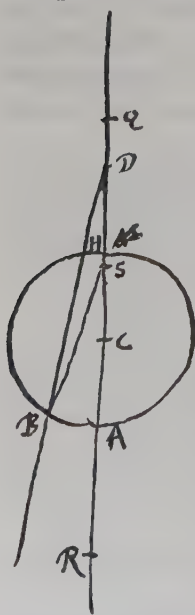
³⁾ Il s'agit de la Prop. 19 du Livre 5 des Éléments d'Euclide. On la trouvera citée dans la note 26, p. 311 du T. XI. L'astérisque fut placé par Huygens, mais l'indication de la proposition fut faite par De Volder ou Fullenius. Comparez la note 1 de la p. 21.

Et, par composition, $CD : DR = SD : DA$, et, par inversion et permutation, $DR : DA = DC : DS$. Par conséquent, d'après la première partie de la proposition présente, les rayons qui proviennent du point D seront réfractés de telle manière à la surface AB qu'ils convergeront vers S. Réciproquement, les rayons qui proviennent du point S seront donc réfractés par la même surface de telle manière qu'ils convergeront vers D. Ainsi D fera le point de concours cherché, et cela dans le même sens que le point S dans les propositions précédentes. C'est-à-dire, les rayons ne convergeront pas exactement ici vers le point D, mais tous en-deçà de ce point; cela se démontre de la façon suivante. Un rayon quelconqué provenant du point D, tel que DB, après avoir été réfracté à la surface AB, rencontre la droite DC en-deçà du point S*, par exemple en P. C'est pourquoi BD fera réciproquement le rayon réfracté provenant du rayon PB. Par conséquent, le rayon réfracté BN provenant du rayon SB rencontrera l'axe en-deçà du point D. En effet, attendu que les rayons PB et SB se dirigent vers le même point de la surface, il est nécessaire que ces rayons se coupent après la réfraction, comme cela se déduit aisément de la première propriété des réfractions.

* D'après la première partie de la Prop. présente.

Soit maintenant S [Fig. 31], le point donné, situé de telle manière que sa distance du point A soit plus petite que QA. Il sera donc situé soit entre Q et C, soit entre C et A. Car s'il coïncide avec C, aucune réfraction n'aura lieu, comme

[Fig. 31.]

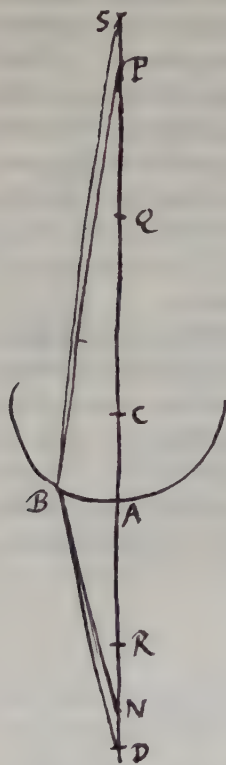


* D'après la seconde partie de la Prop. présente.

nous l'avons déjà dit. Supposons d'abord que le point S soit entre Q et C; et faisons de nouveau $SQ : SA = SC : SD$; portons cette dernière distance du côté opposé au centre C. Je dis que D fera le point de dispersion des rayons réfractés qui proviennent du point S. En effet, prenons, comme plus haut, AR égale à CQ. Alors le rapport $CR : RA$, étant égal au rapport $AQ : QC$, sera aussi égal à l'indice de réfraction. Et comme on a $SQ : SA = SC : SD$, on aura aussi, par composition, QA (ou RC) : $AS = CD : DS$. C'est pourquoi la somme de RC et CD, c'est-à-dire DR, sera aussi à la somme de AS et DS, c'est-à-dire à DA, comme DC est à DS. Par conséquent, S fera le point de concours des rayons qui se dirigent vers D et qui sont réfractés par la surface convexe AB*. Réciproquement, D fera donc le point de dispersion des rayons qui tombent du point S sur la même surface AB, mais en venant du dedans. Or, dans un seul cas D fera exactement le point de dispersion; savoir lorsque le rapport $AC : CS$ sera égal au rapport $AQ : QC$, c'est-à-dire à l'indice de réfraction¹). En effet, si l'on a $AQ : QC = AC : CS$, et qu'on retranche AC de AQ et CS de QC, le rapport du reste CQ au reste QS sera aussi égal à AQ : QC. Comme on a en outre $QA : AS = CD : DS$, ainsi que cela a été démontré antérieurement, on aura aussi, par conversion de cette proportion, $AQ : QS =$

SD ad DA, et invertendo et permutando DR ad DA ut DC ad DS. Quare per propof. [hujus part. 1.] radij ex puncto D fluentes in superficie AB ita refringentur ut tendant ad S. Ideoque et vice versa, qui

[Fig 30].



veniunt ab S puncto, ad eandem superficiem ita refringentur ut tendant ad D. Igitur D erit punctum concursus quæsitum. Ea nempe ratione qua punctum S in propositionibus antecedentibus. Etenim non perfectè ad D radij hîc concurrent sed omnes citra; quod sic ostenditur. Radius quilibet ex D veniens ut DB atque a superficie AB refractus, convenit cum recta DC citra punctum S*, velut in P. Quare et vicissim radij PB refractione erit BD; Ideoque radij SB refractione puta BN, concurrent citra punctum D. quia cum ad idem superficiem punctum tendant radij PB, SB, necesse est ut post refractionem fiat intersecctio, ut facile colligitur ex prima refractionum proprietate.

* [Pars I. Prop. hujus.]

Sit nunc punctum S datum [Fig. 31], ut minus distet ab A quam punctum Q. Erit autem vel inter Q et C vel inter C et A. nam cum in C incidit nullam fieri refractionem jam diximus. Sit primo inter Q et C punctum S; et fiat rursus ut SQ ad SA ita SC ad SD quæ sumatur in partem à centro C averfam. Dico D fore punctum dispersus radiorum refractorum qui ab S puncto egrediuntur. Sumatur enim, ut ante, AR æqualis CQ. Erit ergo et CR ad RA proportio refractionis, eadem nempe quæ AQ ad QC. Et quoniam SQ ad SA ut SC ad SD, erit et componendo QA, hoc est, RC ad AS ut CD ad DS. quare et utraque simul RC, CD hoc est DR ad

utramque simul AS, DS, hoc est ad DA ut DC ad DS. Ergo radiorum ad D tendentium et in convexa superficie AB refractorum punctum concursus erit S*. Quare et vicissim radiorum ex puncto S in superficiem eandem AB, sed intrinsecus, incidentium, punctum dispersus erit D. Erit autem D punctum dispersus accuratè uno casu, cum nempe ratio AC ad CS erit eadem quæ AQ ad QC, sive quæ refractionis ¹⁾. Si enim ut AQ ad QC ita AC ad CS; auferendo AC ab AQ et CS ab QC erit et reliquæ CQ ad reliquam QS eadem ratio quæ AQ ad QC. Quia porro QA ad AS ut CD ad DS, uti antea ostensum est, erit et per conversionem rationis AQ ad QS ut DC ad CS. Sed CS ad CA ut CQ ad AQ; ergo erit ex æquo in proportionem pertur-

* [Prop. hujus pars 2.]

¹⁾ Huygens a ajouté plus tard en marge „casus perfectus figura representetur.”

$= DC : CS$. Mais $CS : CA = CQ : AQ$. On aura donc par la règle de la proportion dérangée ¹⁾, $DC : CA$ (ou CH) $= CQ : QS$, ou $AQ : QC$, rapport qui est égal à l'indice de réfraction. Comme donc le rapport $DC : CH$ lui-même est égal à cet indice, et que $DR : DA = DC : DS$, comme nous l'avons démontré ici, il est clair que tous les rayons qui se dirigent vers le point D et qui sont réfractés par la surface convexe AB , se réunissent exactement au point S ²⁾. Réciproquement, les rayons qui proviennent du point S seront donc réfractés de telle manière par la même surface qu'ils semblent provenir du point D . Et si le rapport $AC : CS$ est plus petit que le rapport $AQ : QC$, tous les rayons réfractés provenant de rayons issus du point S couperont l'axe AC , lorsqu'on les prolonge en sens inverse, au-delà du point D . Si l'on a au contraire $AC : CS > AQ : QC$, tous ces prolongements couperont l'axe en-deçà du point D , comme cela se déduit aisément de la deuxième partie de la proposition présente.

Enfin, le cas où le point donné S se trouve entre A et C [Fig. 32], conduit à la même construction que le dernier cas considéré et la démonstration est la même également. En effet, comme on a $SQ : SA = SC : SD$, on aura par composition QA (ou RC) : $AS = CD : DS$. C'est pourquoi, si nous retranchons CD de RC et DS de AS , le reste DR fera au reste DA comme DC est à DS . Nous en tirerons les mêmes conclusions que dans le cas précédent. Ainsi D fera le point de dispersion en ce sens que tous les rayons réfractés, prolongés en sens inverse, coupent l'axe en-deçà de ce point, c'est-à-dire entre D et A .

QUATRIÈME PARTIE.

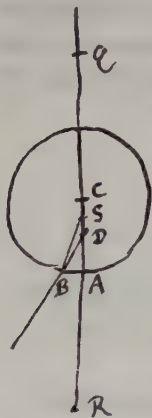
La surface est convexe, et les rayons qui se dirigent vers un point donné rencontrent la surface en venant de l'intérieur.

Soit AB la surface convexe du corps transparent et S le point donné où se dirigent des rayons tels que LB au moment où ils rencontrent la surface en venant de l'intérieur. Soit C le centre de la surface convexe. Tirons la droite SC et supposons qu'elle coupe la surface en A . Prolongeons-la jusqu'au point Q de telle manière que le rapport $AQ : QC$ soit égal à l'indice de réfraction, et prenons un point D tel qu'on ait $SQ : SA = SC : SD$. Je dis que D est alors le point de concours des rayons réfractés provenant de rayons qui se dirigeaient vers le point S . En effet, soit $AR = CQ$. Alors le rapport $CR : RA$ fera lui-même égal à l'indice de réfraction. Et comme on a $SQ : SA = SC : SD$, on aura, par partage, QA (ou CR) : $SA = CD : DS$. C'est pourquoi, en retranchant CD de CR et DS de SA , nous trouverons que le reste DR est au reste DA comme DC est à DS . Par conséquent, comme les rayons qui, issus du point D , tombent sur la surface convexe AB et y sont réfractés,

¹⁾ On peut consulter sur le théorème en question la note 22, p. 304 du T. XI. Dans le cas présent, pour appliquer la règle de la proportion dérangée sous la forme que nous lui avons donnée

bata ¹⁾ DC ad CA five CH ut CQ ad QS, hoc est, ut AQ ad QC, quæ est pro-
 portio refractionis. Cum autem DC ad CH habet proportionem refractionis,
 estque DR ad DA ut DC ad DS, ut hic esse ostendimus, constat radios omnes
 ad punctum D tendentes, atque ad superficiem convexam AB refractos, colligi
 [Fig. 32.] exactè ad punctum S ²⁾. Ergo et vicissim qui veniunt ex puncto S,

[Fig. 32.]



exactè ad punctum S^2). Ergo et vicissim qui veniunt ex puncto S , ad eandem superficiem ita refringentur, ut a puncto D procedere videantur. Quod si vero minor ratio fuerit AC ad CS quam AQ ad QC , omnium radiorum ex S venientium refractiones retro productæ ultra punctum D concurrent cum axe AC ; si autem ratio AC ad CS major fuerit quam AQ ad QC , eadem omnes citra punctum D concurrent, ut ex propof. [hujus parte 2] facile colligitur.

Cafus denique is quo punctum S inter A et C datum est [Fig. 32], eodem modo construitur quo novissime præcedens nec dissimilem demonstrationem habet. Nempe cum fit SQ ad SA ut SC ad SD, erit componendo, QA, hoc est RC ad AS ut CD ad DS. Quare auferendo CD ab RC, et DS ab AS, erit et reliqua DR ad reliquam DA ut DC ad DS. Unde reliqua eodem modo concludemus.

¹⁷ Erit autem D punctum disperfus ejusmodi, ut refractiones omnes retro productæ citra ipsum concurrant, hoc est inter D et A.

[Fig. 33.]

PARS 4.

Cum superficies convexa est, et ad punctum tendentes radij intrinsecus superficiei occurrunt.

Esto diaphani convexa superficies AB, et datum punctum S, quo tendant radij, ut LB intrinsecus superficiei occurrentes, centrum vero convexi fit C. Jungatur SC secetque superficiem in A, et producat ad Q, ut AQ ad QC habeat proportionem refractionis; et ut SQ ad SA ita sit SC ad SD. Dico D esse punctum concursus radiorum refractorum qui ad S punctum pergunt. Sit enim AR æqualis CQ; ergo et CR ad RA habebit proportionem refractionis. Et quia SQ ad SA ut SC ad SD, erit dividendo, QA, hoc est, CR ad SA ut CD ad DS. Quare auferendo CD à CR, et DS ab SA, erit et reliqua DR ad reliquam DA ut DC ad DS. Ergo quum radij ex D in

dans la note mentionnée, on doit poser, après avoir changé l'ordre des rapports dans l'avant-dernière proportion, $DC=a$; $CS=b$; $CA=c$; $CQ=d$; $AQ=e$; $QS=f$.

²) Voir la p. 49 du Tome présent.

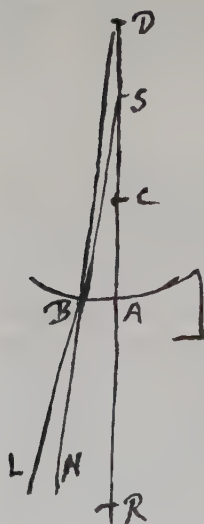
* D'après la première partie de la Prop. présente. ¹⁾

ont le point S * pour point de dispersion; réciproquement les rayons qui se dirigent vers le point S seront réfractés par la même surface de manière à se diriger vers le point D. Toutefois, ils ne se dirigeront pas rigoureusement vers ce point. Les rayons qui proviennent du point D, prolongés en sens inverse, ne se coupent pas exactement au point S, mais rencontrent tous l'axe à une plus grande distance du point A. Par conséquent, les rayons qui se dirigent vers le point S rencontreront l'axe en des points différents, non pas au point D lui-même mais seulement à petite distance de ce point entre A et D. Ces points seront d'autant plus rapprochés du point D que le rayon incident sera plus rapproché de l'axe CA.

CINQUIÈME PARTIE.

La surface est concave et les rayons qui proviennent d'un point donné tombent sur cette surface du côté extérieur.

[Fig. 34.]



Soit AB [Fig. 34 et 35] la surface sphérique concave et C son centre. Supposons que des rayons issus du point D, tels que DB, tombent sur cette surface. Tirons DC et admettons que son prolongement coupe la surface en A. Choisissons le point R de telle manière que le rapport $CR : RA$ soit égal à l'indice de réfraction. R sera donc le point de dispersion des rayons parallèles venant du côté opposé. Prenons un point S tel qu'on ait $DR : DA = DC : DS$. Je dis que S sera le point de dispersion des rayons issus du point D après leur réfraction par la surface AB.

En effet, si nous joignons les points S et B par une droite et que nous prolongeons cette droite vers L, et DB vers N, il est clair que BS ferait le rayon réfracté provenant du rayon NB, si la surface AB était convexe. Par conséquent, maintenant qu'elle est concave, c'est-à-dire qu'elle limite un corps transparent placé de l'autre côté, BL fera le rayon réfracté provenant du rayon DB, puisque NBD et SBL sont des

* Prop. I. ²⁾

lignes droites *. Ainsi S sera le point de dispersion des rayons issus du point D.

Or, il y a trois cas. Car le point D peut être donné de telle manière que le rapport $DC : CA$ est ou plus grand que le rapport $CR : RA$, ou plus petit, ou bien égal à ce rapport. Et si le rapport $DC : CA$ est égal au rapport $CR : RA$, c'est-à-dire à l'indice de réfraction, S sera le point auquel correspondront exacte-

¹⁾ Voir cette première partie à commencer en bas de la p. 45.

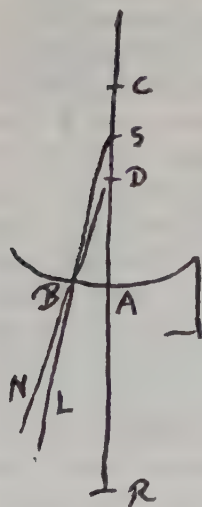
convexum AB incidentes refractique habeant punctum dispersus S*; vicissim qui ad S tendunt ab eadem superficie inflectentur versus punctum D. Non tamen accurate; sed quia qui ex D veniunt refracti, retroque producti, non in ipsum punctum S concurrunt, sed omnes ulterius ab A, idcirco et ij qui tendunt ad punctum S, tantum prope D inter A, D, concurrent ad puncta diversa, quæ eo propiora erunt puncto D, quo radius incidens propior fuerit axi CA.

* [Pars I. Prop. hujus.]¹⁾

PARS 5.

Cum superficies cava est, et radij a puncto venientes extrinsecus ei occurrunt.

[Fig. 35.]



Sit superficies sphærica cava AB [Fig. 34 et 35] cujus centrum C, incidantque in eam radij a puncto dato D procedentes, ut DB. Jungatur DC, et producta secet superficiem in A, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Erit ergo R punctum dispersus radiorum parallelorum ab opposita parte venientium. Jam sicut DR ad DA ita fit DC ad DS. Dico S fore punctum dispersus radiorum ex D egredientium postquam in superficie AB refracti fuerint.

Junctâ enim SB, productâque versus L, et DB versus N: constat radij NB refractionem fore BS, si superficies AB convexa esset. Ergo cum cava nunc sit, hoc est, diaphanum ab contraria parte positum terminet, cumque NBD, SBL sint lineæ rectæ, erit radij DB refractione BL*. Itaque erit S punctum dispersus radiorum ex D manantium.

* [Prop. I.]²⁾

Sunt autem casus tres. Nam punctum D ita datum est, ut ratio DC ad CA sit major ratione CR ad RA, vel minor, vel æqualis. Et si quidem eadem est ratio DC ad CA quæ CR ad RA, sive quæ refractionis, erit S punctum quo exacte omnes radij refracti pertinebunt. Si vero ratio DC ad CA major, refractiones omnes retro productæ citra S punctum cum axe AC convenient. Si minor,

²⁾ Voir la p. 13 du Tome présent.

ment tous les rayons réfractés. Mais si le rapport $DC:CA$ est plus grand, tous les rayons réfractés prolongés en sens inverse rencontreront l'axe AC en-deçà du point S . S'il est plus petit, au-delà de ce point. Tout ceci résulte clairement de ce qui est contenu dans la deuxième partie de cette proposition ¹⁾.

SIXIÈME PARTIE.

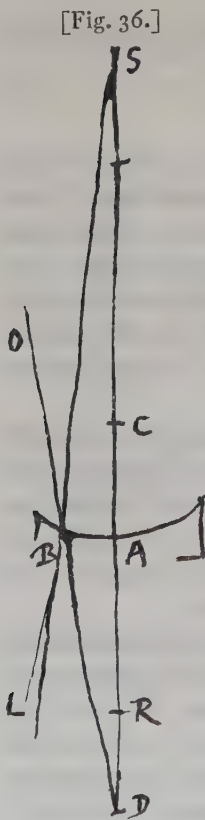
La surface est concave et les rayons qui se dirigent vers le point donné coupent cette surface en venant du dehors.

Soit AB [Fig. 36 et 37] la surface sphérique, C son centre. Supposons que les rayons, tels que OB , qui se dirigent vers le point donné D , tombent sur cette surface. Menons une droite par les points D et C qui coupe la surface en A . Prenons les points R et S de telle façon que le rapport $CR:RA$ soit égal à l'indice de réfraction et que l'on ait $DR:DA = DC:DS$. Je dis que dans le premier cas [Fig. 36], lorsque R tombe entre A et D , le point S sera le point de dispersion des rayons qui se dirigeaient vers le point D . Et dans le second cas [Fig. 37], lorsque D tombe entre A et R , je dis qu'au contraire S sera leur point de concours. Mais si D coïncide avec le point R , les rayons qui tendent vers D , deviendront après la réfraction parallèles entre eux et à l'axe AC , comme cela a été observé dans les propos. [IX et I] ²⁾.

Dans les cas ici considérés la démonstration est la suivante. Tirons la droite SB et prolongeons-la du côté L . Les lignes SBL et DBO sont droites et il a été démontré plus haut dans la première partie de la proposition présente ³⁾ que les rayons provenant du point D et réfractés par la surface convexe AB se coupent au point S de manière que, DB étant un rayon incident, BS devient le rayon réfracté correspondant. Il en résulte que dans le cas actuel le rayon réfracté provenant du rayon OB qui se dirige vers le point D et qui tombe sur la surface concave AB est BL *. Toutefois, pour parler exactement, lorsque S est le point de dispersion, le rayon réfracté provenant de OB coupera l'axe AC en-deçà du point S ; et lorsque S est le point de concours, il coupera l'axe au-delà de ce point.

SEPTIÈME PARTIE.

La surface est concave et les rayons qui proviennent d'un point donné tombent du dedans sur cette surface.




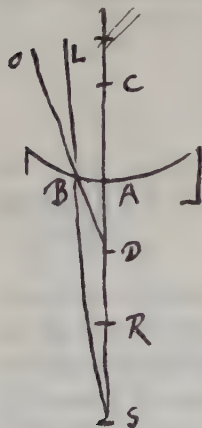
* Prop. I.

ultra. Quæ omnia ex ijs quæ propositionis hujus parte secunda ¹⁾ habentur manifesta sunt.

PARS 6.

Cum superficies cava est, et radij ad punctum tendentes extrinsecus illi occurrunt.

Sit superficies sphaerica cava AB [Fig. 36 et 37], centro C; incidentque in eam radij ad punctum datum D tendentes, ut OB. Agatur recta per DC, secans superficiem in A, et habeat CR ad RA proportionem refractionis. Et ut DR ad DA ita sit DC ad DS. Dico priore casu [Fig. 36], cum R cadit inter A, D, punctum S fore punctum dispersus radorum qui ad D tendebant. Altero verò casu [Fig. 37], cum D cadit inter A, R, eventurum contra ut S sit punctum eorum concursus. Si autem D fuerit idem quod punctum R, radij eo tendentes, post refractionem fient inter se et axi AC paralleli, ut in propof. [IX et I] ²⁾ annotatum fuit.



Casus autem hîc propositi demonstrabuntur ductâ SB, eâdemque versus L extensâ. Quia enim rectæ sunt lineæ SBL, DBO, estque superius demonstratum; propof. [hujus pars 1] ³⁾ radorum ex D venientium ad superficiem AB convexam refractiones concurrere ad S punctum, ita ut si DB sit radius incidens refractionis ejus fiat BS; necesse est hîc radij OB ad D tendentis atque in cavam superficiem AB incidentis refractionem esse BL *. Quamquam exacta ratione tamen radij OB refractionis concurrent cum AC citra punctum S, quando S est punctum dispersus. Sed ultra, quando contingit S esse punctum concursus.

* [Prop.I.]

PARS 7.

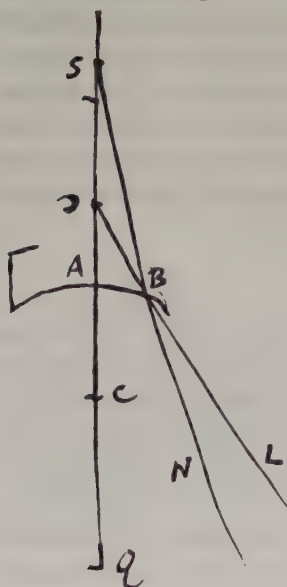
Cum superficies cava est et radij à puncto venientes intrinsecus illi occurrunt.

¹) Voir la p. 49 du Tome présent.

²) Voir les pp. 36 et 13 du Tome présent.

3) Voir la note 1, p. 72 du Tome présent.

[Fig. 38.]



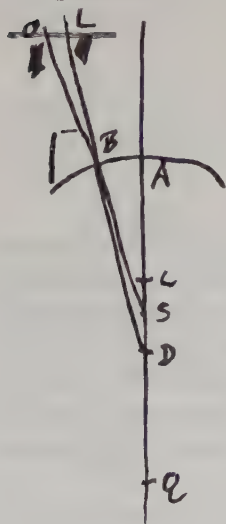
Sit superficies cava AB, cujus centrum C; et punctum S, unde digressi radij ut SB intrinsecus in superficiem ferantur.

Ducatur recta per SC, secans superficiem in A, et habeat AQ ad QC proportionem refractionis. Erit igitur punctum Q quo pertinerent radij paralleli à parte contraria advenientes. Quare ut SQ ad SA ita fit SC ad SD. Dico D fore punctum dispersus radiorum ab S manantium: hoc est, si jungatur DB et producaturs versus L, futuram BL refractionem radij SB. Si enim et SB producaturs versus N, constat radij NB refractionem esse BD, si superficies AB convexa intelligatur *. Itaque hîc, cum diaphanum ad alteram partem superficiei AB positum sit, erit et BL refractionis radij SB *. Ideoque D punctum dispersus radiorum ab S venientium. Est autem ejusmodi ut refractiones omnes citra ipsum cum axe conveniant, hoc est minus *procul* ¹⁾ a superficie AB.

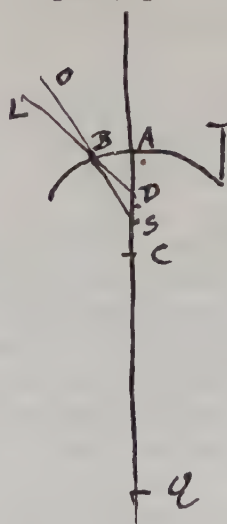
* [Hujus Prop. 4.]

* [Prop. I.]

[Fig. 40.]



[Fig. 41.]



PARS 8.

Cum superficies cava est, et radij ad punctum tendentes intrinsecus illi occurrunt.

Sit diaphani cava superficies AB [Fig. 39, 40 et 41]; centrum ejus C; et punctum datum sit S quo tendentes radij ut OB, intrinsecus dictæ superficiei occurrunt. Ducatur recta per C, secans superficiem in A, habeatque AQ ad QC proportionem refractionis. Porro ut SQ ad SA ita fit SC ad SD. Dico priore casu [Fig. 39], cum punctum Q cadit inter A et S, futurum D punctum dispersus radiorum ad S tendentium. Posterioribus vero duobus [Fig. 40

et 41] quibus S cadit inter A, Q, dico D fore eorundem radiorum punctum concursus. Jungatur DB et versus L producaturs. Itaque si superficies AB convexa ponatur, ut diaphanum sit versus C, constat radij SB refractionem esse DB priori casu, duobus verò reliquis in producta DB, hoc est BL *. Quare è diverso hîc,

* [Prop. h. p. 2.]

¹⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „longè”.

* Prop. I.

les deux autres cas *. En effet, OBS et DBL sont des lignes droites. Par conséquent, D est dans le premier cas le point de dispersion des rayons qui se dirigent vers le point S, et leur point de concours dans les deux autres cas. Du reste, il peut arriver que D devienne exactement le point de concours; cela aura lieu lorsque le rapport AC:CS [Fig. 41] est précisément égal à l'indice de réfraction, donc aussi au rapport AQ:QC. Mais dans les cas où D est le point de dispersion, les rayons réfractés prolongés en sens inverse couperont toujours l'axe en-deçà du point D.

Ayant appris à connaître par ce qui a été démontré jusqu'ici la façon dont chacune des surfaces considérées réfracte les rayons, nous pourrons maintenant trouver les points de concours ou de dispersion pour des lentilles convexes ou concaves quelconques ou pour des lentilles composées de diverses façons de surfaces convexes, concaves ou planes; et cela tout aussi bien dans le cas où les rayons incidents sont parallèles que lorsqu'ils partent d'un point donné ou se dirigent vers un point donné. Et dans la construction de ces points de concours ou de dispersion nous pourrons souvent aussi faire usage de méthodes plus rapides, comme cela deviendra manifeste dans ce qui suit.

PROPOSITION XIII.

Étant donnée une sphère composée d'une substance transparente, trouver le point de concours d'un faisceau de rayons parallèles tombant sur cette sphère.

Soit donné une sphère dont C est le centre. Soit BA l'axe et la circonférence BPA une section centrale. Supposons que les rayons incidents, tels que OP, soient parallèles à l'axe BA. Divisons le rayon CA en deux parties égales par le point E et prolongeons ce rayon de telle manière que le rapport CD:DE soit égal à l'indice de réfraction de la matière dont se compose la sphère. Par exemple, si la sphère considérée est de cristal ou de verre, il faut que le rapport CD:DE soit environ égal à $\frac{3}{2}$, mais si elle est d'eau, à $\frac{4}{3}$. Je dis que D sera le point de concours cherché ¹⁾.

En effet, prenons sur l'axe AB prolongé des deux côtés les points S et Q de telle manière que les rapports BS:SC et AQ:QC soient l'un et l'autre égal à l'indice de réfraction, c'est-à-dire au rapport CD:DE. On aura alors CS=CQ. Les rayons parallèles à l'axe BA, tels que OP, seront donc réfractés de telle manière ²⁾ en entrant dans la sphère qu'ils se dirigeront vers le point S *. Ensuite, comme on a CD:DE = BS:SC, on aura aussi par partage CE (ou EA):ED = BC (ou CA):CS. Donc aussi EA:AD = CA:AS. Or, EA est la moitié de CA, par

ubi diaphanum à parte altera superficiei collocatum est, erit radij OB refractione BL in casu primo, in reliquis vero BD *. Quia videlicet OBS, DBL sunt rectæ lineæ. Est igitur priori casu D punctum dispersus radiorum ad S tendentium, reliquis duobus punctum concursus. Potest autem fieri ut fiat D punctum concursus accuratè; nempe si AC ad CS [Fig. 41] habeat rationem eam quæ est refractionis, hoc est eandem quam AQ ad QC. Quandocunque autem D sit punctum dispersus semper radij refracti retro producti convenient cum axe citra punctum D.

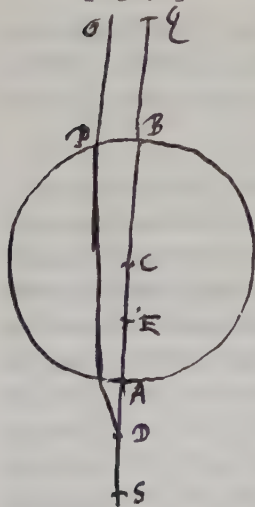
* [Prop. I.]

Cognita singularum superficierum refractione ex his quæ hactenus demonstrata sunt, poterimus jam lentium quarumlibet convexarum vel cavarum vel quæ ex convexis, cavis, planisque superficieribus diversimode componuntur, puncta concursus vel dispersus invenire, æquè cum paralleli radij incident, atque cum ex dato vel ad datum punctum feruntur: Qua in re sæpe etiam compendia quædam sequi licebit, ut in sequentibus manifestum fiet.

PROPOSITIO [XIII].

Sphæra data quæ fit ex materia diaphana, invenire punctum concursus radiorum parallelorum in illam incidentium.

[Fig. 42.]



Esto sphæra cujus centrum C axis BA, sectio per centrum circulus BPA. Incident autem radij paralleli axi BA, ut OP. Dividatur semidiameter CA bifariam in E, et producat, et habeat CD ad DE proportionem refractionis, eam nempe quæ convenit materiæ ex qua sphæra componitur. Veluti si crySTALLINA aut vitrea sphæra proponatur oportet rationem CD ad DE esse sesquialteram proximè, si vero ex aqua, sesquiterciam. Dico D fore punctum concursus quæsitum ¹⁾.

Signentur enim in axe AB utrinque producto puncta S et Q, ut tam BS ad SC quam AQ ad QC habeat proportionem refractionis, hoc est, eandem quam CD ad DE: fientque inter se æquales CS, CQ. Radij igitur axi BA paralleli, ut OP, in ingressu ita frangentur, ut tendant ad punctum S*. Porro autem quia CD ad DE ut BS ad SC, erit et dividendo CE sive EA ad ED, ut BC sive

* [Prop. VIII.] ²⁾

¹⁾ En posant R pour le rayon de la sphère, n pour l'indice de réfraction, on trouve de cette manière $CD = \frac{n}{2(n-1)} R$; $AD = \frac{2-n}{2(n-1)} R$.

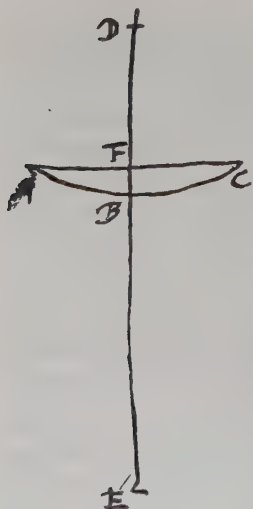
²⁾ Voir la p. 33 du Tome présent.

conséquent AD est aussi précisément la moitié de AS. Mais SC est aussi la moitié de SQ. Donc $SQ:SC = SA:SD$, où il est permis d'échanger le deuxième et le troisième terme. Mais Q est le point de concours des rayons parallèles tombant de l'autre côté sur la surface A. Par conséquent D sera le point de concours des rayons qui se dirigent vers le point S et qui sont réfractés par la même surface A*. Nous avons déjà dit qu'après la première réfraction qui a lieu à la surface BP, les rayons se dirigent vers le point S. Il est donc évident qu'après avoir passé par la sphère entière les rayons ont le point D pour point de concours. Ce qu'il fallait démontrer.

* D'après la quatrième partie de la Prop. XII. 1)

Il faut savoir que ceci ne doit être estimé vrai que pour les rayons situés à fort petite distance de l'axe BA, comme dans la plupart des cas traités antérieurement. Ce sont ces rayons, en effet, qui ont le pouvoir de brûler, lorsque la sphère est exposée au soleil et qui peuvent produire une image des objets à la distance AD. Cette distance sera à peu près égale au quart du diamètre pour une sphère de verre, à la moitié du diamètre pour une sphère d'eau 2). On comprendra maintenant la raison de l'artifice servant à mesurer l'indice de réfraction, que j'ai fait connaître au commencement 4). En effet, la démonstration donnée ici s'applique également à un cylindre ou à un autre vase rond quelconque coupé perpendiculairement à son axe.

[Fig. 43.]

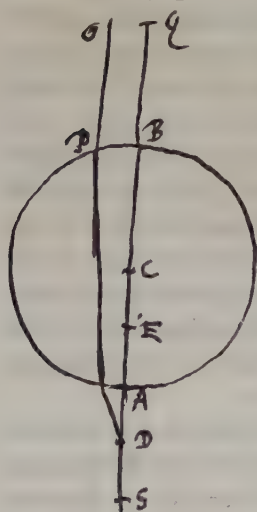


PROPOSITION XIV.

Etant donnée une lentille qui possède une surface plane et une surface convexe, trouver le point de concours des rayons parallèles à l'axe.

Soit donnée une lentille dont ABC [Fig. 43 et 44], partie d'une sphère à centre D, soit la surface convexe, et AFC la surface plane. Et supposons d'abord [Fig. 43] que cette dernière surface soit opposée aux rayons parallèles. Tirons la droite DBE qui représente l'axe de la lentille, c'est-à-dire qui coupe le plan AFC à angles droits; prolongeons-la jusqu'en E de telle manière que le rapport $DE:EB$ soit égal à l'indice de réfraction qui est toujours supposé connu. Il est clair que E sera alors le point de concours cherché 5). En effet, les rayons parallèles à l'axe DF ne seront nullement réfractés en tombant à angles droits sur la surface plane AC. Ils seront donc encore parallèles en atteignant la surface ABC où ils seront réfractés de telle manière qu'ils se dirigeront vers le point E d'après la proposition IX 6).

[Fig. 42.]



CA ad CS. Unde et EA ad AD ut CA ad AS. Est autem EA dimidia ipsius CA, ergo et AD dimidia erit ipsius AS. Sed et SC est dimidia ipsius SQ. Ergo ut SQ ad SC ita SA ad SD, et permutando. Est autem Q punctum concursus radiorum parallelorum à parte contraria in superficiem A incidentium. Itaque erit D punctum concursus radiorum ad S tendentium atque ad superficiem eandem A refractorum*. Diximus autem radios parallelos post primam refractionem in superficie BP tendere ad punctum S. Ergo tota sphaera penetrata liquet eos concurrere ad punctum D. quod erat demonstrandum.

* [Prop. XII. p. 4.]¹⁾

Sciendum autem est de radijs axi BA proximis hæc intelligenda, ut superius quoque plerumque factum est. Quiquidem radij et comburendi facultatem habent, sphaera soli exposita; Et rerum imagines pingendi ad distantiam AD. Hæc autem erit proximè quarta pars diametri in sphaera vitrea, in sphaera aquea vero semissis²⁾. Unde jam artificij³⁾ ejus ratio manifesta est, quo proportionem refractionis initio inquirere docui⁴⁾. Quoniam hæc demonstratio ad cylindrum quoque pertinet, vel ad aliud omne vas rotundum cujus sectio ad axem recta fit.

PROPOSITIO [XIV].

Data lente quæ superficiem unam planam habeat, alteram convexam, invenire punctum concursus radiorum axi parallelorum.

Sit data lens cujus superficies convexa ABC [Fig. 43 et 44], ex sphaera quæ centrum habeat D. Plana autem superficies sit AFC. Atque hæc primò [Fig. 43] radijs parallelis opposita sit. Ducta igitur DBE recta, quæ axem lentis referat, hoc est, quæ superficiem AFC secet ad angulos rectos, eaque producta ad E, ita ut DE ad EB habeat proportionem refractionis, quæ semper data intelligitur: manifestum est E fore punctum concursus quæsitum⁵⁾. Radij enim axi DF paralleli, cum in superficiem planam AC incidant ad rectos angulos, nullam refractionem ibi patientur, ac proinde paralleli venient ad superficiem ABC. cujus refractione ad E punctum flectentur per [prop. IX]⁶⁾.

¹⁾ Voir la p. 71 du Tome présent.

²⁾ En posant $n = 3:2$ pour le verre et $n = 4:3$ pour l'eau. Comparez les pp. 13 et 11 du Tome présent.

³⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „Hinc autem et methodi”.

⁴⁾ Comparez les p. 9—11 du Tome présent.

⁵⁾ Soit R le rayon de la surface convexe; on trouve alors pour la distance focale $BE = R:(n-1)$.

⁶⁾ Voir la p. 35 du Tome présent.

Or, la distance BE fera égale au diamètre de la surface convexe ou au double de DB si la lentille est en verre, vu que le rapport DE : EB est alors égal à $\frac{3}{2}$.

Supposons en second lieu que la surface convexe ABC soit opposée aux rayons [Fig. 44]. Si nous prolongeons maintenant l'axe BD jusqu'en G de telle manière que le rapport BG : GD soit égal à l'indice de réfraction, G fera le point

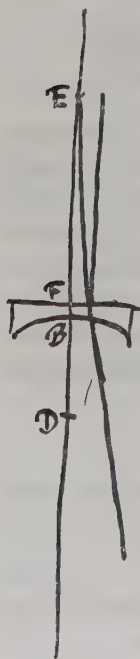
* Prop. VIII. ¹⁾ où se dirigent les rayons après la première réfraction qui a lieu à la surface ABC*. Divisons GF par le point H de telle manière que le rapport GF : FH soit égal lui aussi à l'indice de réfraction. Je dis que H fera le point de concours des rayons parallèles après que ceux-ci auront traversé les deux surfaces de la lentille ²⁾.

En effet, puisque les rayons se dirigent vers le point G après la réfraction qui a lieu à la surface ABC et qu'ils tombent du dedans sur la surface plane AFC ayant cette direction, cette surface les dirigera ensuite vers le point H*, attendu que le rapport GF : FH est égal à l'indice de réfraction.

Or, il est évident que la distance FH n'est inférieure que de peu à la distance BE trouvée plus haut, et qu'elle est à cette dernière comme GF est à GB. Partant, si nous négligeons l'épaisseur FB de la lentille, on aura $FH = BE$, en d'autres termes FH fera égale au diamètre de la sphère dont ABC est une partie, si la lentille est en verre.

On verra en considérant exactement la façon dont les rayons réfractés par cette lentille se réunissent sur l'axe et en faisant un calcul là dessus, qu'ils se réunissent un peu mieux, c'est-à-dire que les points où ils coupent l'axe sont situés un peu plus près d'un point unique, dans la deuxième position de la lentille, c'est-à-dire, lorsque la surface convexe est opposée aux rayons incidents, que lorsque la surface plane leur est opposée ⁴⁾.

[Fig. 45.]



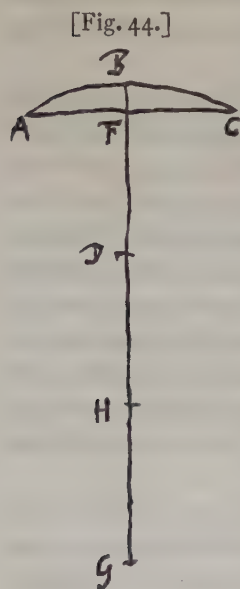
PROPOSITION XV.

Étant donnée une lentille qui possède une surface concave et une surface plane, trouver en avant de cette lentille le point de dispersion des rayons parallèles.

Soit donnée une lentille de la forme indiquée, dont B [Fig. 45 et 46] soit la surface concave, D étant le centre de la concavité, et F la surface plane.

Si donc la surface plane est opposée aux rayons incidents [Fig. 45], prolongeons DB jusqu'en E, de telle manière que le rapport DE : EB soit égal à l'indice de réfraction. E fera alors le point de

Erit autem BE distantia diametro convexi five duplæ DB æqualis si lens vitrea fuerit quia ratio DE ad EB est fefquialtera.



Sit nunc superficies convexa ABC radijs opposita [Fig. 44]. Si igitur axis BD producatur ad G, ut BG ad GD habeat proportionem refractionis, erit punctum G quo tendent radij post primam refractionem in superficie ABC *. Dividatur * [Prop. VIII.] ¹⁾ autem GF in H, ita ut GF ad FH habeat quoque refractionis proportionem. Dico H fore punctum concursus radiorum parallelorum postquam utramque superficiem lentis transierint ²⁾. Quia enim post refractionem in superficie ABC tendunt ad punctum G, atque ita occurrunt intrinsecus superficiem planæ AFC, hæc eos dirigit porro ad punctum H *, quoniam GF ad FH proportio est refractionis. * [Prop. VII.] ³⁾

Manifestum autem est distantiam FH paulo tantum minorem esse quam BE supra inventam, rationemque ad eam habere quam GF ad GB. Unde, si crassitudo lentis FB pro nulla habeatur, erit FH ipsi BE æqualis, hoc est, diametro sphæræ cuius portio est ABC si lens vitrea fuerit.

Patebit autem, si concursus radiorum ab hac lente refractorum exactè expendatur atque ad calculos revocetur, accuratius aliquanto eos propiusque ad unum punctum convenire hoc posteriore lentis situ, nempe cum superficies convexa venientibus opposita est radijs, quam si plana ad illos convertatur ⁴⁾.

[PROPOSITIO XV.]

Data lente quæ cavam et planam superficiem habeat, invenire ante ipsam punctum dispersus radiorum parallelorum.

Esto lens ejusmodi cuius cava superficies sit B [Fig. 45 et 46], centrum cavitatis habens D, plana autem F.

Quod si ergo superficies plana radijs advenientibus obversa est [Fig. 45], producatur tantum DB in E, ut DE ad EB sit proportio ea quæ est refractionis;

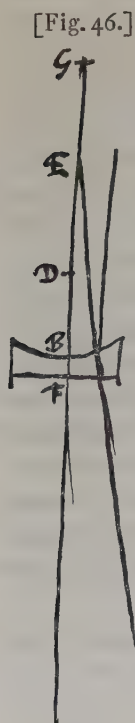
¹⁾ Voir la p. 33 du Tome présent.

²⁾ Si nous posons e pour l'épaisseur de la lentille la construction de Huygens amène facilement

$$FH = \frac{R}{n-1} - \frac{e}{n}.$$

³⁾ Voir la p. 27 du Tome présent.

⁴⁾ On retrouvera cette question, traitée en détail, dans une des premières Propositions de la Seconde Partie de la Dioptrique, écrite vers 1665, „De aberratione radiorum ex foco”; mais



[Fig. 46.] dispersion cherché, comme cela résulte de la prop. XI ¹). En effet, aucune réfraction n'a lieu à la surface plane F parce que, par supposition, les rayons tombent perpendiculairement sur cette surface; ils feront donc encore parallèles en atteignant la surface B.

Mais si la lentille est retournée [Fig. 46], il faut prolonger BD jusqu' en G de telle manière que le rapport $BG : GD$ soit égal à l'indice de réfraction. Ensuite il faut diviser GF par le point E de telle manière qu' aussi le rapport $GF : FE$ soit égal à ce même indice de réfraction. Ainsi on aura de nouveau trouvé le point de dispersion E ²). En effet, les rayons parallèles, après avoir été réfractés à la surface concave B, auront ensuite le point G pour point de dispersion, suivant la prop. X ³). Mais les rayons qui, venant du point G, atteignent la surface plane, y sont réfractés une seconde fois, et continuent leur route comme s'ils étaient issus du point E, suivant la prop. VI ⁴). Par conséquent, E est le point de dispersion cherché.

Mais comme on a $GF : FE = BG : GD$, et que $GF > BG$, on aura aussi $FE > GD$, tandis que la ligne BE du premier cas est égale à cette même GD. En retranchant des deux côtés l'épaisseur BF de la lentille, on verra aussi que la distance BE est plus grande dans le second cas que FE dans le premier cas.

PROPOSITION XVI.

Étant donnée une lentille convexe à surfaces égales ou inégales, les deux pouvant être convexes ou l'une convexe et l'autre concave, la concavité étant dans ce dernier cas moindre que la convexité, trouver le point de concours d'un faisceau de rayons parallèles.

il résulte de la lettre à van Gutschoven du 6 mars 1653 que Huygens s'en était déjà occupé avant cette dernière date. En effet, on y lit (p. 225 du T. I) „Porro quod sensibilem tibi latitudinem obtinere haec concursus puncta” [les foyers des lentilles] „videntur, nescio unde id conjicias, nisi forte spatium illud in quo lens soli opposita comburit pro latitudine puncti concursus habueris radiorum parallelorum. Ita vero nequaquam aestimari conve-

eritque E punctum dispersus quæsitum, uti manifestum est ex prop. [XI] ¹⁾. Nulla siquidem contingit refractionis in superficie plana F quum radij ad angulos rectos in hanc incidere ponantur, ideoque paralleli perveniant in superficiem B.

Si vero aliter conversa fuerit lens [Fig. 46], producenda est BD ad G, ita ut BG ad GD sit proportio refractionis; deinde dividenda GF in E ut et GF ad FE proportionem refractionis habeat eandem; atque ita rursus inventum erit dispersus punctum E ²⁾. Radij enim paralleli refracti in superficie cava B, habebunt inde punctum dispersus G, per [Prop. X] ³⁾. qui vero ex G venientes incidunt in superficiem planam, secundò ibi refractionem subeunt, perguntque deinceps quasi ex puncto E procederent, per [Prop. VI] ⁴⁾. Itaque E est punctum dispersus quæsitum.

Quia vero GF ad FE ut BG ad GD, estque GF major quam BG, erit et FE major quam GD, cui æqualem esse constat BE in casu priori. Unde ablata utrinque BF crassitudine lentis, etiam distantia BE in posteriori casu major erit quam FE in priori.

[PROPOSITIO XVI.]

Data lente convexa parium vel disparium superficierum, sive utraque convexa sit, sive altera cava; sed cavitatis sit convexitate minor; invenire punctum concursus parallelorum.

nit, quum spatium istud latitudinem accipiat ex angulo sub quo sol nobis apparet"...

„Contra verò quam planè insensibilem amplitudinem habeat punctum concursus radiorum parallelorum vel qui ex uno aliquo puncto prodierunt, demonstrat pictura per lentem convexam in cubiculo obscuro nitidissima, si modo lentis superficies non nimis magnum superficiei sphericæ portionem complectantur"... „Sed et numeris hæc sæpe examinavi, quibus solis percipi potest quantum ab accurata ratione ista distent, oculis vero non facile". Malheureusement nous ne connaissons pas ces premières recherches sur l'aberration sphérique, lesquelles furent reprises avec tant de succès vers 1665. Consultez la p. VI de l'Avertissement.

¹⁾ Voir la p. 41 du Tome présent. Soit R le rayon de la surface concave, n l'indice de réfraction; on aura $EB = R : (n - 1)$.

²⁾ Cette fois on aura $FE = \frac{R}{n-1} + \frac{e}{n}$, où e représente l'épaisseur de la lentille.

³⁾ Voir la p. 39 du Tome présent.

⁴⁾ Voir la p. 25 du Tome présent.

[Fig. 48.]



Soit CD [Fig. 47 et 48] l'une quelconque des lentilles décrites, et soit A le centre de la surface C, B celui de la surface D. Joignons A et B et prolongeons AB des deux côtés. Faisons en sorte que les rapports CE : EA et DL : LB soient l'un et l'autre égal à l'indice de réfraction. Prenons ensuite un point N tel qu'on ait EL : ED = EB : EN, la longueur EN étant portée dans le sens indiqué dans la prop. XII¹). N sera alors le point de concours de rayons parallèles à l'axe qui viennent du côté de C²). En effet, de tels rayons, réfractés premièrement par la surface C, se dirigent après cette réfraction vers le point E, comme cela a été démontré à la prop. VIII³). Mais les rayons qui se dirigent vers le point E sont réunis au point N après avoir été réfractés à la surface D. Cela résulte de la quatrième partie de la prop. XII⁴), et, si la section de la lentille a la forme d'une lunule [Fig. 48], de la huitième partie de la prop. XII⁵).

De la même manière, si nous faisons LE : LC = LA : LO, O sera le point de concours des rayons parallèles qui viennent du côté de D⁶). Et il faut observer que les distances DN et CO sont à peu près égales entre elles et que l'unique cause de leur inégalité consiste dans le fait que la lentille a une certaine épaisseur. Et si la surface D fait partie d'une plus grande sphère que la surface C, c'est-à-dire si BD est plus grande que AC, la distance CO sera plus grande que DN⁷), ce qui se démontre comme suit. Attendu qu'on a DL : LB = CE : EA, on aura aussi par conversion de cette proportion et par inversion DB : DL = CA : CE. Or, DB > CA, donc aussi DL > CE. Si l'on retranche DC de chacune de ces lignes dans le cas de la lentille biconvexe, tandis que dans le cas de la lunule on ajoute la même longueur DC à DL et qu'on la retranche de CE; il sera évident que dans les deux cas le rapport LC : DE devient plus grand que le rapport LD : CE ou LB : AE. C'est pourquoi le rectangle LC.AE sera plus

¹) Voir la p. 41 du Tome présent.

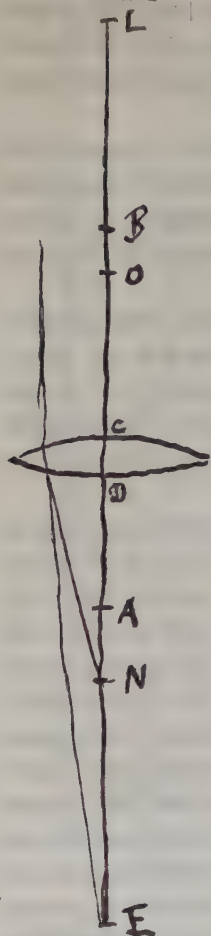
²) Posant R_1 et R_2 pour les rayons de courbure de la surface antérieure et de la surface postérieure de la lentille, n pour l'indice de réfraction et e pour l'épaisseur de la lentille, on trouvera aisément, d'après la construction indiquée, dans

le cas de la figure 47 :

$$DN = \frac{\frac{nR_1 R_2}{n-1} - R_2 e}{n(R_1 + R_2) - (n-1)e}$$

et dans celui de la figure 48 :

[Fig. 47.]



Sit lens utraque harum CD [Fig. 47 et 48], et superficiei C centrum A, B vero superficiei D. Jungatur AB et producat utrimque et fiat ut tam CE ad EA, quam DL ad LB rationem habeant quæ est refractionis. Deinde sicut EL ad ED ita sit EB ad EN, hæc autem EN in partem eam sumenda est, quam præcipit prop. [XII] ¹⁾. Eritque N centrum concursus radorum axi parallelorum qui veniunt a parte C ²⁾. Refracti enim primò in superficiei C pertinent inde ad punctum E, ut ostensum est Prop. [VIII] ³⁾. qui autem ad E pertinent refracti in superficiei D colliguntur in puncto N, [per part. 4. Prop. XII] ⁴⁾ et in menisco [Fig. 48] per [part. 8. Prop. XII] ⁵⁾.

Eadem ratione si fiat ut LE ad LC ita LA ad LO, erit O punctum concursus parallelorum qui adveniunt a parte D ⁶⁾. Et notandum quod distantie DN et CO proximè inter se sunt æquales, causamque inæqualitatis oriri tantum a crassitudine lentis. Et si quidem superficies D sit ex majori sphaera quam superficies C, hoc est, si BD sit major quam AC, erit CO distantia major quam DN ⁷⁾; quod sic ostenditur. Quia ut DL ad LB ita CE ad EA, erit et per conversionem rationis et invertendo ut DB ad DL ita CA ad CE. Estque DB major quam CA, ergo et DL major quam CE. In casu igitur lentis utrinque convexæ, si ab utraque harum auferatur DC; in menisco autem si eadem DC addatur ad DL, auferatur vero à CE; patet utrobique majorem fieri rationem LC ad DE, quam sit LD ad CE, hoc est, quam LB ad AE. quamobrem rectan-

$$DN = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} - R_2e}{n(R_2 - R_1) + (n-1)e};$$

formule qu'on peut déduire de la précédente en changeant le signe de R_2 .

Ajoutons que la construction du foyer N, pour le cas de la figure 47, fut communiquée par Huygens dans sa lettre à Van Gutschoven du 4 novembre 1652 (p. 192 du T. I), comme specimen des résultats qu'il avait obtenus dans ses recherches de dioptrique. Et de même à Tacquet le 10 décembre de la même année (p. 204 du T. I).

³⁾ Voir la p. 33 du Tome présent.

⁴⁾ Voir la p. 71 du Tome présent.

⁵⁾ Voir la p. 77 du Tome présent.

⁶⁾ On aura respectivement dans les cas des deux figures:

$$CO = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} - R_1e}{n(R_1 + R_2) - (n-1)e}; \quad CO = \frac{\frac{nR_1R_2}{n-1} + R_1e}{n(R_2 - R_1) + (n-1)e}.$$

⁷⁾ Comparez les formules des notes 2 et 6.

[Fig. 50.] grand que le rectangle DE.LB. Or, le rect. LC.AE est égal au rect. LE.CO, vu qu'on a $LE : EA = LC : CO$. Et le rect. DE.LB est égal au rect. EL.DN, attendu qu'on a $EL : LB = ED : DN$. Le rect. LE.CO est donc plus grand que le rect. LE.DN, et par conséquent $CO > DN$.

Mais si nous négligeons l'épaisseur CD de la lentille, comme nous le ferons presque toujours dans ce qui suit, je dis que O et N, les points de concours des rayons parallèles, sont situés à égale distance de la lentille. Remplaçons les points D et C par le point unique D [Fig. 49 et 50], situé au milieu de la lentille.

Vu qu'alors $LE : LA = LD : LO$, on aura aussi $LE : EA = LD : DO$, donc $LE.DO = EA.LD$. Or, le rectangle DE.LB est égal à ce dernier rectangle, attendu qu'on a $DE : EA = DL : LB$, et d'autre part $DE.LB = EL.DN$, parce que $EL : LB = ED : DN$. Par conséquent, les rectangles LE.DO et EL.DN sont égaux, partant $DO = DN$. Ce qu'il fallait démontrer.

Et nous pourrions maintenant trouver plus aisément les points O et N. En effet, il suffit de trouver le seul point L, ce qui se fait de la même manière qu' auparavant, c'est-à-dire en rendant le quotient $DL : LB$ égal à l'indice de réfraction, et de faire ensuite $BA : AD = LB : DN$ (ou DO)¹⁾. En effet, comme $DL : LB = DE : EA$, on aura par conversion $LD : DB = ED : DA$ et, par permutation, $LD : DE = BD : DA$. Donc aussi $LE : ED = BA : AD$. Mais nous avons pris le point N de telle manière que $BA : AD = LB : DN$. Par conséquent, $LE : ED = LB : DN$. Et, par permutation, $EL : LB = ED : DN$. Donc aussi $EL : EB = ED : EN$, et N est par conséquent le point de concours cherché; car cela a été démontré antérieurement. Pour une lentille en verre on aura donc le théorème suivant. La somme des rayons de courbure des deux surfaces convexes, ou bien pour la lunule la différence des deux rayons de courbure, est à l'un des deux rayons comme le double de l'autre est à la distance du foyer. En effet, LB devient alors le double du rayon BD, parce que $DL : LB = 3 : 2$, ce qui est l'indice de réfraction pour le verre. Dans le cas où les deux surfaces convexes ont le même rayon on trouve que la distance focale sera égale à ce rayon.

PROPOSITION XVII.

Étant donnée une lentille concave à deux surfaces sphériques trouver le point de dispersion des rayons parallèles.

¹⁾ La construction conduit aux formules $f = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_1 + R_2)}$ (pour le cas de la figure 49)

[Fig. 49.] gulum LC, AE majus erit rectangulo DE, LB. Rectangulum autem LC, AE æquale est rectangulo LE, CO, quia ut LE ad EA ita LC ad CO; et rectangulum DE, LB æquale est rectangulo EL, DN, quia ut EL ad LB ita ED ad DN. Ergo majus est rectang. LE, CO rectangulo LE, DN, ideoque CO major quam DN.

At si crassitudinem lentis CD pro nulla habeamus, uti fere semper in sequentibus fiet, dico puncta concursus parallelorum O et N æqualiter a lente remota esse. Sit enim nunc punctum medium lentis D pro utrisque D et C [Fig. 49 et 50].

Quia ergo LE ad LA ut LD ad LO, erit et LE ad EA ut LD ad DO, unde rectang. LE, DO æquale rectangulo EA, LD. huic autem æquale est rectang. DE, LB, quia DE ad EA ut DL ad LB, et rursus rectangulo DE, LB æquale rectang. EL, DN, quia ut EL ad LB ita ED ad DN. Ergo rectang. LE, DO æquabitur rectangulo EL, DN; ac proinde DO ipsi DN; quod erat probandum.

Puncta autem O vel N faciliori ratione nunc invenire licebit. Etenim solum inveniendum est punctum L sicut antea, faciendo nimirum ut DL ad LB sit proportio ea quæ est refractionis; ac deinde ut BA ad AD ita LB ad DN vel DO ¹⁾. Quia enim DL ad LB ut DE ad EA, erit per conversionem rationis LD ad DB ut ED ad DA, et permutando LD ad DE ut BD ad DA. Unde et LE ad ED ut BA ad AD. Ut autem BA ad AD ita fecimus LB ad DN. Igitur LE ad ED ut LB ad DN. et permutando, EL ad LB ut ED ad DN. Unde et EL ad EB ut ED ad EN, ideoque N punctum concursus quæsitum; nam hoc antea fuit ostensum. Itaque, in lente vitrea, sicut duæ simul convexitatum semidiametri; in menisco autem ut earum differentia, ad alterutram ipsarum, ita reliqua bis erit ad foci distantiam. fit enim tunc LB dupla radij BD, quia DL ad LB ut 3 ad 2 quæ in vitro est proportio refractionis. Quod si autem

superficies utraque fuerit æqualiter convexa, apparet jam foci distantiam semidiametro convexitatis æqualem fore.

[PROPOSITIO XVII.]

Data lente cava duarum superficierum sphaericarum, punctum dispersus radiorum parallelorum invenire.

et $f = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)}$ (pour l'autre cas), où f représente la distance focale.

On en déduit facilement les relations bien connues:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \text{ et } \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Soit donnée la lentille CD possédant deux surfaces concaves [Fig. 51] ou bien une surface convexe et l'autre concave [Fig. 52], la première étant celle qui fait partie de la surface sphérique la plus grande. Soient AC et [Fig. 52.] BD les rayons de courbure des deux surfaces; prolongeons-les jusqu'aux points L et E de telle manière que les rapports CE : EA et DL : LB soient l'un et l'autre égal à l'indice de réfraction. Et prenons un point N tel qu'on ait $EL : ED = EB : EN$. Je dis que N sera le point de dispersion des rayons parallèles qui arrivent du côté C ¹⁾.



En effet, les rayons qui tombent parallèlement sur la surface C et y sont réfractés, correspondent ensuite au point E, suivant la prop. X ²⁾, vu que le rapport CE : EA est égal à l'indice de réfraction. Mais comme on a $EL : ED = EB : EN$, les rayons qui proviennent du point E auront après avoir été réfractés par la surface D, le point N pour point de dispersion, d'après la prop. XII, part. 7 et part. 3 ⁴⁾. Le point N est donc le point de dispersion des rayons parallèles après la double réfraction produite par la lentille CD. Cependant, dans le cas de la lentille cavoconvexe, il est nécessaire que le rayon BD surpasse le rayon AC suffisamment pour que l'on trouve le point L plus éloigné de la lentille que le point E. Car, s'il en est autrement, les rayons qui viennent du point E, ne pourront pas diverger après la réfraction due à la surface D, comme cela est manifeste par la prop. XII part. 3.

Ensuite, si l'on choisit un point O tel que $LE : LC = LA : LO$, ce point sera le point de dispersion des rayons parallèles qui viennent du côté D ⁷⁾. En effet, après la première réfraction, celle due à la surface D, ces rayons correspondront au point L, d'après les prop. X et VIII ⁸⁾. Et, comme on a $LE : LC = LA : LO$, après la deuxième réfraction qui est due à la surface C, les rayons seront dispersés comme s'ils provenaient du point O, d'après la prop. XII part. 7 et part. 8 ⁹⁾. Or, DO sera plus petite que CN si AC

¹⁾ Posant, dans les deux figures, $AC = R_1$, $BD = R_2$, la construction indiquée conduit pour la première figure à la formule:

$$DN = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} + R_2 e}{n(R_1 + R_2) + (n-1)e},$$

et pour la seconde, où l'on doit donc supposer que les rayons parallèles arrivent du côté où se trouve le point L, à celle-ci:

[Fig. 51.]



Sit data lens CD quæ superficiem utramque cavam habeat [Fig. 51], vel alteram earum convexam [Fig. 52], sed quæ majoris sit sphaeræ quam cava. Sint autem semidiametri superficierum AC, BD, quæ producantur ad L et E; ut tam CE ad EA quam DL ad LB habeat proportionem quæ refractionem metitur. Et ut EL ad ED ita sit EB ad EN. Dico N fore punctum dispersus radiorum qui paralleli incident a parte C ¹⁾.

Qui enim paralleli advenientes refringuntur in superficie C, exinde pertinent ad punctum E, per [prop. X] ²⁾; quia CE ad EA est proportio refractionis. Sed quia ut EL ad ED ita EB ad EN, ideo qui ad E, vel qui ex E veniunt ³⁾, refracti à superficie D, habebunt punctum dispersus N, ut constat ex prop. [XII. part. 7. et p. 3] ⁴⁾. Igitur punctum N est punctum dispersus radiorum parallelorum post geminam in lente CD refractionem. Oportet autem in lente cavoconvexa, ut semidiameter AC ⁵⁾ tanto falem major sit semidiametro BD, ut punctum E ulterius quam L a lente remotum inveniatur. Nam alioqui radij qui ad E tendunt ⁶⁾, refracti in superficie D non poterunt dispergi, ut constat ex prop. [XII. part. 3].

Porro si fiat ut LE ad LC ita LA ad LO, erit O punctum dispersus parallelorum qui adveniunt a parte D ⁷⁾. Primum siquidem per refractionem superficierum D, pertinebunt radij ad punctum L, per [prop. X. et VIII] ⁸⁾. Et quia LE ad LC ut LA ad LO, ideo post alteram refractionem in superficie C, dispergentur quasi procederent è puncto O, per [prop. XII. p. 7. et 8] ⁹⁾. Erit autem jam DO

$$DN = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} + R_2 e}{n(R_2 - R_1) - (n-1)e}.$$

²⁾ Voir la p. 39 du Tome présent.

³⁾ Toutefois, dans les cas considérés ici, E sera toujours un point de dispersion et jamais un point de concours; lisez donc plutôt „ideo qui ex E veniunt”, en omettant les mots „qui ad E, vel.”

⁴⁾ Voir les pp. 75 et 67 du Tome présent.

⁵⁾ Lisez pour cette partie de la phrase: „ut semidiameter BD tanto saltem major sit semidiametro AC, ut punctum L ulterius quam E a lente remotum inveniatur”.

⁶⁾ Lisez plutôt „qui ex E veniunt”.

⁷⁾ On trouve respectivement dans les deux cas:

$$CO \text{ (fig. 51)} = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} + R_1 e}{n(R_1 + R_2) + (n-1)e} \text{ et } CO \text{ (fig. 52)} = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} - R_1 e}{n(R_2 - R_1) - (n-1)e}.$$

⁸⁾ Voir les pp. 39 et 33 du Tome présent.

⁹⁾ Voir les pp. 75 et 77 du Tome présent.

est plus petite que BD ¹⁾, et réciproquement ²⁾. Car, puisqu'on a $BD : AC = DL : CE$ et que BD a été supposée plus grande que AC , on aura aussi $DL > CE$. Par conséquent si, dans le cas de la lentille biconcave,

[Fig. 52.]



on ajoute à chacune des deux dernières lignes l'épaisseur DC de la lentille, et que, dans le cas de la lentille cavoconvexe, on retranche DC de DL et qu'on l'ajoute à CE , dans l'un et l'autre cas on aura $LC : DE < LD : CE$ ou $LB : AE$. Par une argumentation semblable à celle dont nous nous sommes servis plus haut dans le cas de la lentille convexe, on prouvera que le rectangle $LE.CO$ est plus petit que le rectangle $LE.DN$, et par conséquent $CO < DN$; la différence est toutefois petite: elle provient de l'épaisseur de la lentille. Car si nous négligeons cette épaisseur, de sorte que les deux points D et C coïncident au point D , les distances DN et DO deviendront égales entre elles, ce qui se démontre de la même manière que dans le cas de la proposition précédente se rapportant à la lentille convexe.

Or, ici aussi les points de dispersion O et N pourront maintenant être trouvés plus rapidement; il suffit de faire en sorte que le rapport $DL : LB$ soit égal à l'indice de réfraction, comme auparavant, et qu'on ait ensuite $BA : AD = BL : DN$ ou DO ³⁾. La démonstration est également la même que pour la lentille convexe.

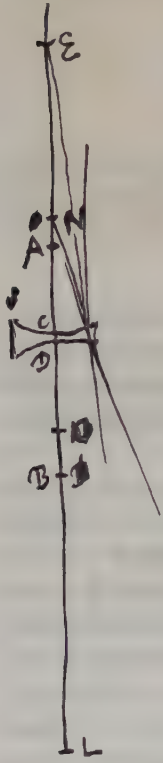
Il est évident que si les deux surfaces concaves [Fig. 51] ont la même courbure, donc si $AD = DB$, DN ou DO sera égale à la moitié de LB et par conséquent, si la lentille est en verre, précisément égale au rayon AD ou BD . Et cela pour la même raison que celle qui a servi pour le point de concours de la lentille convexe.

¹⁾ Dans le cas de la figure 51 on a:

$$DO = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} + R_1 e}{n(R_1 + R_2) + (n-1)e} - e; \quad CN = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} + R_2 e}{n(R_1 + R_2) + (n-1)e} - e;$$

dans celui de la figure 52:

[Fig. 51.]



minor quam CN, si AC fuerit minor quam BD ¹⁾, et contra ²⁾. Quia enim BD ad AC ut DL ad CE, poniturque BD major quam AC, erit et DL major quam CE. Itaque in casu lentis utrimque cavæ si addatur utrisque DC lentis crassitudo, in casu vero cavoconvexæ, si auferatur DC à DL, eadem vero addatur ad CE, fiet utrobique minor ratio LC ad DE quam LD ad CE, hoc est, quam LB ad AE. Unde simili argumentatione ac supra in lente convexa efficietur rectangulum LE, CO minus esse rectangulo LE, DN, ideoque CO minorem quam DN; differentia vero est exigua, quæ oritur ex crassitudine lentis. Namque si pro nulla habeatur lentis crassitudo, ita ut pro punctis D et C sit unum D, jam distantia DN, DO inter se æquales fient, quod eodem modo demonstratur atque superiori propositione in lente convexa.

Poterunt autem hic rursus puncta dispersus O vel N brevius nunc inveniri, faciendo tantum ut DL ad LB habeat refractionis proportionem, sicut prius; ac deinde sicut BA ad AD ita BL ad DN vel DO ³⁾; cujus eadem quoque est demonstratio quæ fuit in lente convexa.

Liquet autem, si utraque superficies fuerit æqualiter concava [Fig. 51], hoc est, si AD æqualis DB, quod DN vel DO erit æqualis dimidiæ LB: ac proinde, si lens vitrea fuerit ⁴⁾, æqualis ipsi AD vel BD semidiametro. Eadem scilicet ratione qua id in lente convexa de concursus puncto ostensum fuit.

$$DO = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} - R_1 e}{n(R_2 - R_1) - (n-1)e} - e; \quad CN = \frac{\frac{n R_1 R_2}{n-1} + R_2 e}{n(R_2 - R_1) - (n-1)e} - e.$$

²⁾ C'est-à-dire dans le cas de la figure 51; dans celui de la figure 52 on a toujours, par supposition, $AC = R_1 < BD = R_2$,

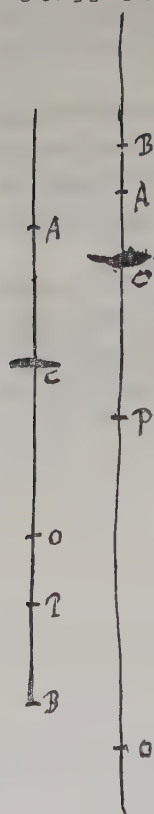
³⁾ Ce qui amène respectivement $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ et $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$, où f représente la distance focale.

⁴⁾ C'est-à-dire dans le cas $n = \frac{3}{2}$.

PROPOSITION XVIII.

Trouver une lentille possédant une surface convexe égale à une surface donnée, et ayant son point de concours des rayons parallèles à une distance donnée.

[Fig. 53.] [Fig. 54.] Soit donnée l'une des surfaces de la lentille C, c'est-à-dire son rayon de courbure AC. Soit CO la distance donnée. On demande de trouver une seconde surface qui, jointe à la première, puisse constituer une lentille capable de réunir les rayons incidents parallèles au point O.



Prolongeons AC jusqu'en P de telle manière que le rapport $AP : PC$ soit égal à l'indice de réfraction. Alors si la distance OC est trouvée être précisément égale à la distance CP, la deuxième surface de la lentille devra être plane, ainsi que cela est manifeste par la prop. XIV¹⁾. Mais si OC et CP sont inégales, on prendra un point B tel que leur différence PO sera à OC comme AC est à CB²⁾. Cette dernière longueur sera portée du côté P, si $PC > CO$, et de l'autre côté si $PC < CO$. Et dans le premier cas [Fig. 53] la deuxième surface de la lentille sera convexe et aura BC pour rayon; dans le deuxième cas [Fig. 54] cette surface sera concave, de sorte que la section de la lentille aura alors la forme d'une lunule. La preuve de ce que nous venons de dire est la suivante. Comme on a $AC : CB = PO : OC$, on aura par composition, dans le premier cas, $AB : BC = PC : CO$, et le même résultat sera obtenu dans le second cas en prenant la différence des termes dont nous prîmes tantôt la somme. Or, le rapport $AP : PC$ est égal à l'indice de réfraction. Par conséquent, O est le point de concours des rayons qui tombent parallèlement sur la lentille C, d'après la prop. XVI³⁾. On voit donc que la lentille qui satisfait au problème a été trouvée.

¹⁾ Voir la p. 81 du Tome présent.

[PROPOSITIO XVIII.]

Lentem invenire cujus superficies altera convexa sit eadem datæ, quæque punctum concursus parallelorum habeat ad datam distantiam.

Sit lentis C superficies altera data, hoc est semidiameter ejus convexitatis AC. deturque distantia CO, oporteatque invenire superficiem alteram quæ juncta priori, lentem efficiat quæ radios parallelos cogat ad punctum O.

Producatur AC usque in P, ut sit AP ad PC proportio refractionis. Tum si quidem distantia OC ipsi CP æqualis inveniatur, debet altera lentis superficies plana esse, ut ex [prop. XIV] ¹⁾ manifestum est. Si vero OC, CP inæquales fuerint, fiat sicut differentia earum PO ad OC, ita AC ad CB ²⁾; quæ accipiaturs versus P, si PC major fuerit quam CO; at versus partem alteram si minor PC quam CO. Eritque priore casu [Fig. 53] superficies lentis altera convexa à semidiametro BC; posteriore [Fig. 54] autem cava, adeo ut tunc meniscus habeatur. Demonstratio autem est hujusmodi. Quoniam est AC ad CB ut PO ad OC, erit componendo in priore casu, in altero vero per conversionem rationis contrariam ut AB ad BC ita PC ad CO. Est autem AP ad PC proportio refractionis. Igitur erit O punctum concursus radiorum qui paralleli incidunt in lentem C, ut constat ex prop. [XVI] ³⁾. Patetque lentem, qualis requirebatur, esse inventam.

²⁾ Posant $AC = R_1$, $CO = f$, $CB = R_2$ cette proportion s'écrit dans le cas où $PC > CO$:

$$\left(\frac{R_1}{n-1} - f\right) : f = R_1 : R_2$$

et dans le cas où $PC < CO$:

$$\left(f - \frac{R_1}{n-1}\right) : f = R_1 : R_2,$$


ce qui amène respectivement les relations :

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{(n-1)f} - \frac{1}{R_1} \text{ et } \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{(n-1)f}.$$

³⁾ Il s'agit du dernier alinéa de la Prop. XVI, p. 89 du Tome présent. Toutefois pour rendre directement applicables ici la construction et les raisonnements de cet alinéa, il faudrait les modifier légèrement.

PROPOSITION XIX.

[Fig. 56.] Étant donnée une lentille possédant deux surfaces convexes inégales ou à section en forme de lunule, trouver une autre lentille équivalente ayant une surface convexe et une surface plane ou bien deux surfaces convexes de même courbure ¹⁾.



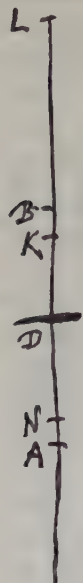
Soit donnée une lentille D biconvexe [Fig. 55] ou à section en forme de lunule [Fig. 56]. Et soient A et B les centres des surfaces. Prenons un point K tel qu'on ait $BA : AD = BD : DK$. Je dis que DK est le rayon de courbure de la surface convexe d'une lentille dont la seconde surface est plane et qui est équivalente à la lentille D ¹⁾. En effet, prenons les points L et N de telle manière que le rapport $DL : LB$ soit égal à l'indice de réfraction, et qu'on ait $BA : AD = LB : DN$. N fera donc le foyer de la lentille D, d'après ce qui a été démontré à la prop. XVI ²⁾. Mais on a aussi $BA : AD = BD : DK$; par conséquent, $BD : DK = LB : DN$. Et, par permutation, $BD : BL = DK : DN$. Donc on aura, par composition, $DL : LB = KN : ND$. C'est pourquoi aussi le rapport $KN : ND$ sera égal à l'indice de réfraction. Par conséquent, si une lentille est placée en D possédant une surface convexe à rayon de courbure KD, et une deuxième surface plane du côté K, son foyer sera le point N, comme cela est manifeste d'après la prop. XIV ³⁾.

Mais si KD est doublée, on aura par là le rayon de courbure de la lentille biconvexe symétrique, d'après la prop. XVI.

¹⁾ Posant $AD = R_1$, $BD = R_2$ et R pour le rayon cherché, la construction nous conduit à la for-

[PROPOSITIO XIX.]

[Fig. 55.] Datae lenti inæqualiter convexæ vel menisco, lentem aliam æquivalentem invenire, quæ convexam et planam superficiem habeat vel utramque convexam æqualiter.



Sit data lens D qualem diximus [Fig. 55] vel meniscus [Fig. 56]. Et centra superficierum sint A et B. Fiat ut BA ad AD ita BD ad DK ¹⁾. Dico DK esse semidiametrum convexi, lentis quæ alteram superficiem planam habeat, quæque paria faciat cum lente D. Habeat enim DL ad LB proportionem quæ est refractionis, et ut BA ad AD ita sit LB ad DN. Erit ergo N focus lentis D, per ea quæ in prop. [XVI] ²⁾ demonstrata sunt. Verum ut BA ad AD ita quoque est BD ad DK; ergo BD ad DK ut LB ad DN. Et permutando BD ad BL ut DK ad DN. Et componendo igitur erit ut DL ad LB ita KN ad ND. quare et KN ad ND erit refractionis proportio. Itaque si in D lens constituatur quæ superficiem alteram convexam habeat semidiametro KD, alteram vero versus K planam, ejus erit focus punctum N, ut ex prop. XIV] ³⁾ manifestum est.

Si vero KD duplicetur, habebitur semidiameter convexitatis ad lentem duarum æqualium superficierum, ut patet ex prop. [XVI].

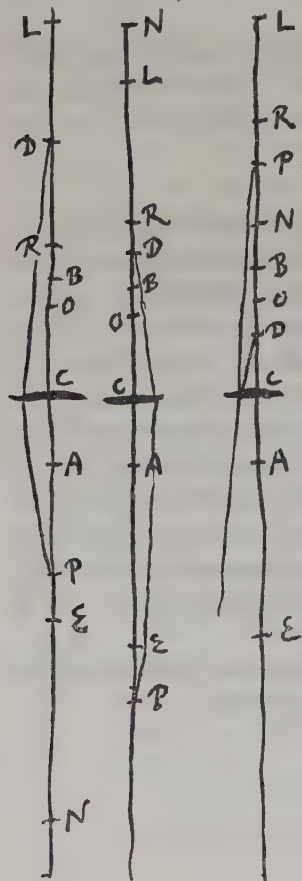
mule $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}$, où le signe + se rapporte au cas de la fig. 55 et le signe — à l'autre cas.

²⁾ Voir, à la p. 89 du Tome présent, le dernier alinéa de la démonstration de la proposition citée.

³⁾ Voir la p. 81 du Tome présent.

PROPOSITION XX.

[Fig. 57.] [Fig. 58.] [Fig. 59.]



Étant donnée une lentille quelconque convexe ou concave, possédant soit deux surfaces sphériques soit une surface sphérique et une surface plane; étant donné de plus sur l'axe de cette lentille un point où se dirigent ou d'où proviennent des rayons lumineux qui tombent sur la lentille: si l'on construit une troisième proportionnelle à deux longueurs, dont la première est la distance du point donné au point auquel correspondent les rayons réfractés provenant de rayons incidents parallèles venant de l'autre côté, et la seconde la distance du point donné à la lentille elle-même, alors l'extrémité de la troisième, portée sur l'axe à partir du point donné dans le même sens que la première longueur, sera le point de concours ou de dispersion des rayons qui proviennent du point donné ou qui se dirigent vers lui¹⁾.

Soit C²⁾ la lentille, dont nous négligerons ici l'épaisseur, et soit D le point donné sur l'axe AC de la lentille d'où proviennent ou vers lequel se dirigent les rayons qui tombent sur la lentille C. Et soit O le point auquel correspondent les rayons réfractés provenant de rayons incidents parallèles venant de

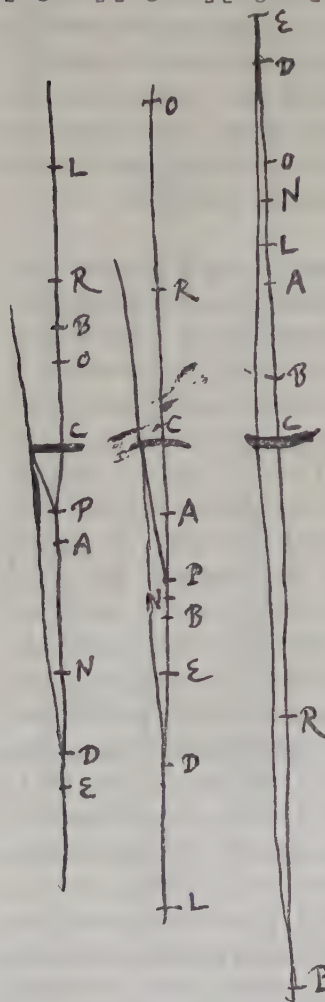
¹⁾ Afin d'obtenir pour les lentilles des formules valables quelles que soient la situation de l'objet et de son image on peut marquer sur l'axe optique ce qu'on considérera comme la direction positive et assigner à un segment donné AB une valeur positive ou négative selon que la direction de A à B coïncide, oui ou non, avec la direction positive.

Si alors on prend p. e. pour la direction positive celle du rayon qui parvient à la lentille suivant l'axe, la construction de Huygens est interprétée par la formule $DO \times DP = DC^2$; où D représente l'objet, C la lentille, P l'image et O le foyer des rayons parallèles à l'axe, qui viennent de la direction négative.

Cette formule nous semble bien remarquable à cause de sa simplicité et de sa généralité. En

[PROPOSITIO XX.]

[Fig. 60.] [Fig. 61.] [Fig. 62.]



Pofita quavis lente convexa vel cava, five utraque superficie fphærica conftet, five altera plana; datoque in axe ejus puncto, à quo vel ad quod radij tendentes lenti occurrant: Si duabus ab eo puncto distantijs tertia proportionalis ftatuatur, quarum distantiarum prima fit ad punctum quo pertinent refractiones parallelorum a contraria parte incidentium, fecunda ad lentem ipfam; erit terminus tertiæ distantix, fumendæ à puncto dato in partem eandem cum prima, punctum concursus vel difperfus radiorum à dato puncto vel ad datum tendentium ¹⁾).

Sit lens C ²⁾, cujus quidem crassitudinem tanquam fi nulla effet hic confiderabimus, in axe autem lentis AC datum fit punctum D, a quo vel ad quod tendentes radij lenti C occurrant. Sitque O punctum quo pertinent refractiones radiorum parallelo-

y substituant $DC + CO$ pour DO et $DC + CP$ pour DP , on trouve $CO \times DC + CO \times CP + DC \times CP = 0$, ou bien

$$\frac{1}{DC} + \frac{1}{CP} = \frac{1}{OC};$$

formule qui, dans le cas de la figure 57, amène la relation bien connue

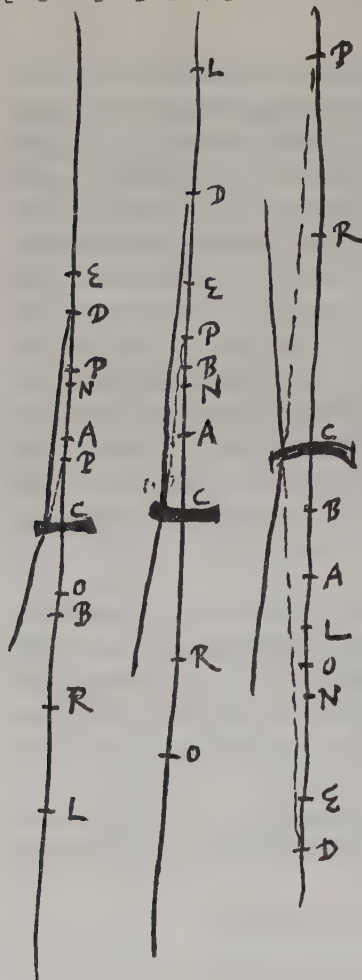
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f};$$

mais qui est également applicable aux autres cas, pourvu qu'on tienne compte du signe des segments DC , CP et OC .

Ajoutons qu'en introduisant l'autre foyer O' et en substituant dans la formule de Huygens $DO + 2OC + O'P$ pour DP et $DO + OC$ pour DC , on arrive à la relation $DO \times O'P = OC^2$, dont on fait quelquefois usage dans la dioptrique.

²⁾ Voir les figures 57—68. Ces nombreuses figures représentent, sans même les épuiser, les différentes situations relatives possibles des points A , B , C , D , E , L , O , P et R . Dans toutes la lumière est censée partir d'en haut de la page, de manière que les rayons frappent en premier lieu la surface dont le centre de courbure se trouve en A .

[Fig. 66.] [Fig. 67.] [Fig. 68.]



l'autre côté. Prenons DP égale à la troisième proportionnelle à DO et DC; cette distance DP étant toujours prise dans le même sens que DO. Je dis que P sera le point de concours ou de dispersion des rayons qui proviennent du point D ou qui se dirigent vers lui. Le cas où D coïnciderait avec O est exclu, vu que dans ce cas les rayons qui proviennent du point D ne seront pas réunis en un point par la réfraction due à la lentille, mais qu'ils deviendront parallèles, d'après la prop. . . ¹⁾.

La preuve du théorème, lorsque les deux surfaces de la lentille sont sphériques, sera la suivante.

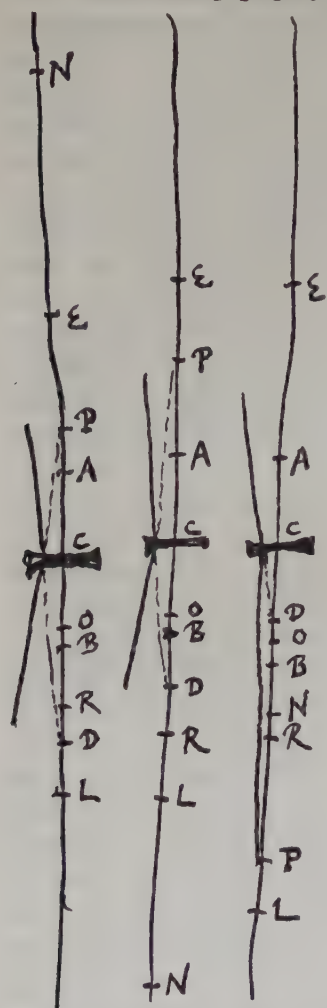
Soit A le centre de courbure de la surface sphérique que les rayons incidents rencontrent la première, et B celui de la deuxième surface. Construisons les points E et L de telle manière que les rapports CE : EA et CL : LB soient l'un et l'autre égal à l'indice de réfraction. Prenons CR égale à AE, et portons-la sur l'axe de l'autre côté de la lentille. Il en résultera que AR : RC = CE : EA. Cherchons ensuite une quatrième proportionnelle DN à ces trois grandeurs DR, DC et DA et portons-la dans un sens tel que les quatre longueurs aient ou bien toutes le même sens à partir du point D ou bien deux d'entre elles un sens et deux l'autre ²⁾. Et dans le cas où D coïncide avec le point A, il faudra se représenter N comme coïncidant également avec les deux points nommés. Mais si R coïncide avec D, nous aurons un cas qui sera traité à-part ³⁾. Jamais d'ailleurs N ne

coïncidera avec L, si D diffère de O ⁴⁾, comme nous avons dit que cela doit être.

Comme donc les rapports CE : EA et CL : LB sont égaux l'un et l'autre à l'indice de réfraction, et que le point O est celui qui correspond aux rayons réfractés provenant de rayons parallèles, ces quatre longueurs LE, LA, LC et LO formeront une proportion géométrique *. Il en résulte qu'on aura LE : EA = LC : CO et, par permutation, LE : LC = EA (ou CR) : CO. Donc aussi LE : EC = CR : RO. Vu que de plus, par construction, DR : DA = DC : DN, on aura aussi DR : RA (ou EC) = DC : CN et, par inversion, NC : CD = EC : DR. Par conséquent, NE : RC = EC : DR. Mais nous avons dit que RC : RO = LE : EC. On aura donc, par la règle de la proportion déran-

* D'après les Prop. XVI et XVII ⁵⁾.

[Fig. 63.] [Fig. 64.] [Fig. 65.]



rum a contraria parte incidentium. Et ponatur duabus DO, DC tertia proportionalis DP, ita ut DO, DP semper sint versus partem eandem. Dico P fore punctum concursus vel dispersus radiorum ex D vel ad D procedentium. Debet autem D non incidere in O, quia tunc radij ex D venientes refractione lentis non cogentur ad punctum, sed paralleli evadent, ut constat ex prop. . . .¹⁾

Demonstratio autem, quando utraque lentis superficies sphaerica est, erit hujusmodi.

Sit A centrum sphaericae superficiei cui primum incidentes radij occurrunt; B vero centrum reliqua. Et inveniantur puncta E et L, ut tam CE ad EA quam CL ad LB habeat proportionem refractionis. Et ponatur ipsi AE aequalis CR ad partem lentis alteram; unde AR erit ad RC sicut CE ad EA. fiat quoque tribus hisce DR, DC, DA quarta proportionalis DN, sumenda in eam partem ut vel quatuor omnes à puncto D eodem versus habeantur vel binæ utrimque²⁾. Quod si D sit idem quod A punctum, etiam N cum hisce coincidere cogitandum est. Si vero R cadat in D, is casus seorsim demonstrabitur³⁾. Nunquam vero N cadet in L, cum D diversum sit ab O⁴⁾, uti diximus esse debere.

Quia igitur CE ad EA, item CL ad LB est proportio refractionis, punctumque O quo pertinent refractiones parallelorum; erunt proportionales hæ quatuor LE, LA; LC, LO*. quare et LE ad EA ut LC ad CO, et permutando LE ad LC ut EA five CR ad CO. Unde et LE erit ad EC ut CR ad RO.

* Prop. [XVI et XVII.]⁵⁾

Quia porro ex constructione proportionales sunt DR, DA; DC, DN, erit et DR ad RA seu EC ut DC ad CN; et invertendo

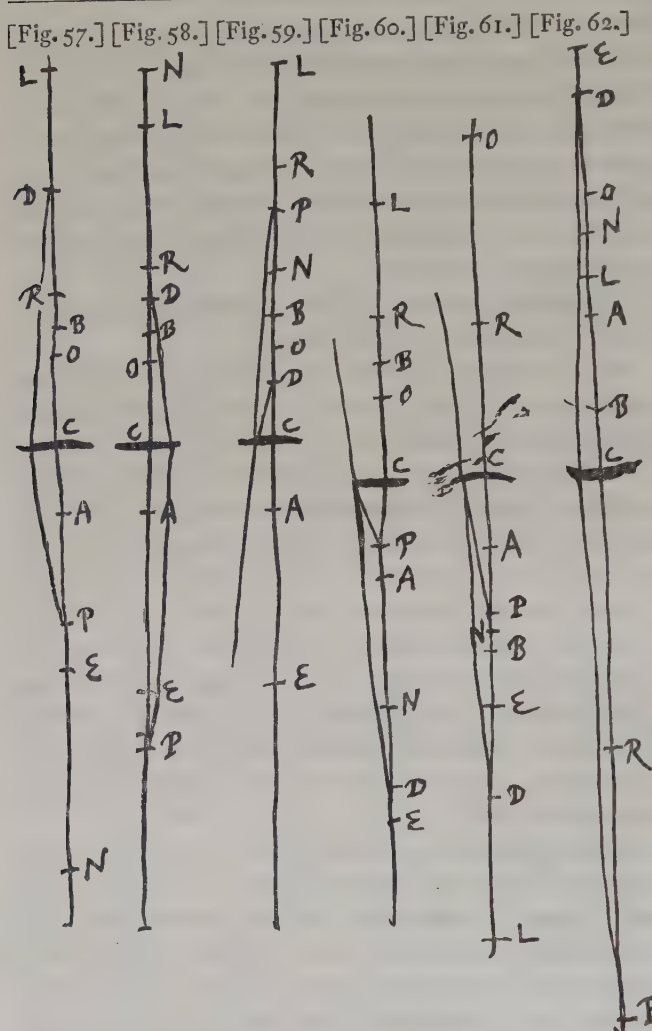
¹⁾ La circonstance évidente qu'on peut intervertir le sens dans lequel un rayon et son réfracté sont parcourus par la lumière, n'a pas été formulée par Huygens dans une proposition.

²⁾ Le premier cas se présente dans les figures 57, 60, 61, 62, 63, 66, 67 et 68; le second dans les figures 58, 59, 64 et 65.

³⁾ Voir la p. 105 et la note 1 de la p. 104.

⁴⁾ Puisqu'on a (voir quelques lignes plus loin à la page qui suit) $LE \cdot DO = LN \cdot DR$, la supposition $LN = 0$, $DO \neq 0$, entraîne $LE = 0$; mais alors évidemment $AB = 0$ et la lentille, dont la surface convexe et la surface concave ont le même rayon et dont l'épaisseur est négligée, n'aura aucun effet optique.

⁵⁾ Voir les pp. 87 et 91 du Tome présent.



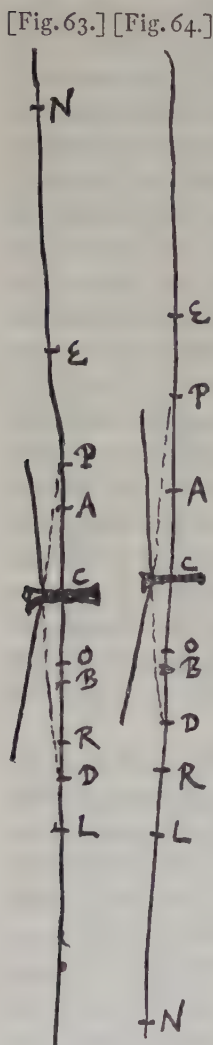
gée ¹), $EN : RO = LE : DR$. Et, par permutation et inversion, $LE : EN = DR : RO$. D'où encore $LE : LN = DR : DO$, et par fuite rect. $LE.DO =$ rect. $LN.DR$. Or on a $DO : OC =$ rect. $DO.LE : rect. OC.LE$. On aura donc $DO : OC =$ rect. $LN.DR : rect. OC.LE$ ou rect. $LC.RC$. En effet, nous avons dit auparavant que $LE : LC = CR : CO$. Mais $DO : OC = DC : CP$, vu que, par construction, DO, DC et DP forment une proportion géométrique. Par conséquent $DC : CP = LN.DR : LC.CR$. Or, $LC.CR = LB.AR$, vu que, par construction, $CL : LB = AR : RC$. Par conséquent, $DC : CP = DR.LN : LB.AR$, où le dernier rapport est composé des rapports $DR : RA$ et $LN : LB$. Mais le rapport $DC : CP$ est composé des

rapports $DC : CN$ et $CN : CP$; donc $(DR : RA) \times (LN : LB) = (DC : CN) \times (CN : CP)$. Or, $DC : CN = DR : RA$ parce que par construction $DR : DA = DC : DN$. On en conclut l'égalité des rapports qui restent, $LN : LB = CN : CP$. Donc aussi $NL : NB = NC : NP$.

Par conséquent, comme $DR : DA = DC : DN$, on voit en premier lieu, d'après la prop. XII²), que les rayons qui proviennent du point D ou qui se dirigent vers lui, sont réfractés par la surface dont A est le centre, de telle manière qu'ils correspondent ensuite au point N. Mais comme on a aussi $NL : NB = NC : NP$, les rayons qui se dirigent vers N ou qui proviennent de ce point, correspondront en second lieu au point P, après avoir été réfractés par la deuxième surface dont B est le centre, comme cela est manifeste d'après la même proposition³). Il paraît

NC ad CD ut EC ad DR. Quare et NE ad RC ut EC ad DR. Sed ut RC ad RO ita diximus esse LE ad EC. Ergo ex æquali in ratione perturbata ¹⁾, erit ut EN ad RO ita LE, DR. Et permutando et invertendo, ut LE ad EN ita DR ad RO. Hinc vero et LE ad LN ut DR ad DO, ac proinde rectang. LE, DO æquale LN, DR. Est autem sicut DO ad OC ita rectang. DO, LE ad OC, LE. Ergo erit DO ad OC ut rectang. LN, DR ad OC, LE, hoc est ad rectang. LC, RC. Dictum enim fuit antea quod LE ad LC sicut CR ad CO. Est autem ut DO ad OC ita DC ad CP, quia ex constr. proportionales sunt DO, DC, DP. Ergo DC ad CP sicut rectang. LN, DR ad LC, CR. Rectangulum autem LC, CR æquale est LB, AR, quia CL ad LB ex constr. ut AR ad RC. Ergo DC ad CP rationem habet quam rectang. DR, LN ad LB, AR, hoc est, compositam ex rationibus DR ad RA et LN ad LB. Ratio autem DC ad CP componitur quoque ex rationibus DC ad CN et CN ad CP. Ergo eadem est ratio composita ex rationibus DR ad RA et LN ad LB, compositæ ex rationibus DC ad CN et CN ad CP. Ratio autem DC ad CN est eadem quæ DR ad RA, quia ex constr. proportionales sunt DR, DA; DC, DN. Ergo et reliqua ratio LN ad LB eadem est reliquæ CN ad CP. Unde proportionales quoque erunt NL, NB; NC, NP.

Primum itaque quia proportionales sunt DR, DA; DC, DN constat ex prop. [XII] ²⁾ radios qui ex puncto D vel ad D feruntur, refringi a superficie cujus centrum A, ut exinde pertineant ad punctum N. At quia porro proportionales quoque sunt NL, NB; NC, NP; ideo qui ad N vel ex N feruntur, refracti in superficie altera cujus centrum B, pertinebunt ad punctum P, ut ex eadem prop. manifestum est ³⁾. Itaque patet P esse punctum concursus vel dispersus radiorum qui ex D puncto promanant, vel eo tendunt; quod erat demonstrandum.



¹⁾ On peut consulter sur le théorème en question la note 22, p. 304 du T. XI.

²⁾ Voir la p. 41 du Tome présent. En effet, il est facile de vérifier que le point R, dont la construction est indiquée à la p. 101, coïncide avec le foyer des rayons qui, avant leur réfraction à la surface dont A est le centre, se mouvaient, à l'intérieur de la lentille, dans la direction de l'axe, de bas en haut.

³⁾ Puisque, de même, L est le foyer des rayons qui, avant leur réfraction par la surface dont B est le centre, se mouvaient, à l'extérieur de la lentille, parallèlement à l'axe, de bas en haut.

donc que P est le point de concours ou de dispersion des rayons qui émanent du point D ou qui se dirigent vers ce point. Ce qu'il fallait démontrer.

[Fig. 69.] [Fig. 70.] Mais lorsqu'il arrive que les points D et R coïncident ¹⁾, la démonstration, après que nous aurons construit [Fig. 69 et 70] le reste comme auparavant, excepté le point N, fera la suivante. Nous avons dit qu'on a $EL : LC = RC : CO$. On aura donc RO (ou DO) : $OC = EC : CL$. Mais $DO : OC = DC : CP$, et $EC : CL = RC : LB$, vu que, par construction, $CE : EA$ (ou CR) = $CL : LB$. Par conséquent, $DC : CP = RC$ (ou DC) : LB . La distance CP est donc égale à LB . Et en ajoutant des deux côtés BC , on aura aussi $BP = LC$. Le rapport $BP : LB$ ou $BP : PC$ est donc égal au rapport $CL : LB$. Mais c'est là, par construction, l'indice de réfraction. D'après les prop. XI et IX ²⁾, on voit donc en premier lieu, attendu que le rapport $AR : RC$ est supposé égal à l'indice de réfraction, que les rayons qui correspondent à R ou à D et qui sont réfractés par la surface dont A est le centre, auront tous la même direction à l'intérieur de la lentille. Mais ces rayons, tombant parallèlement sur la surface dont B est le centre, correspondront ensuite au point P, vu que le quotient $BP : PC$ est égal à l'indice de réfraction. Par conséquent, P est le point de concours ou de dispersion des rayons qui émanent du point D ou qui se dirigent vers ce point. Ce qu'il fallait démontrer.

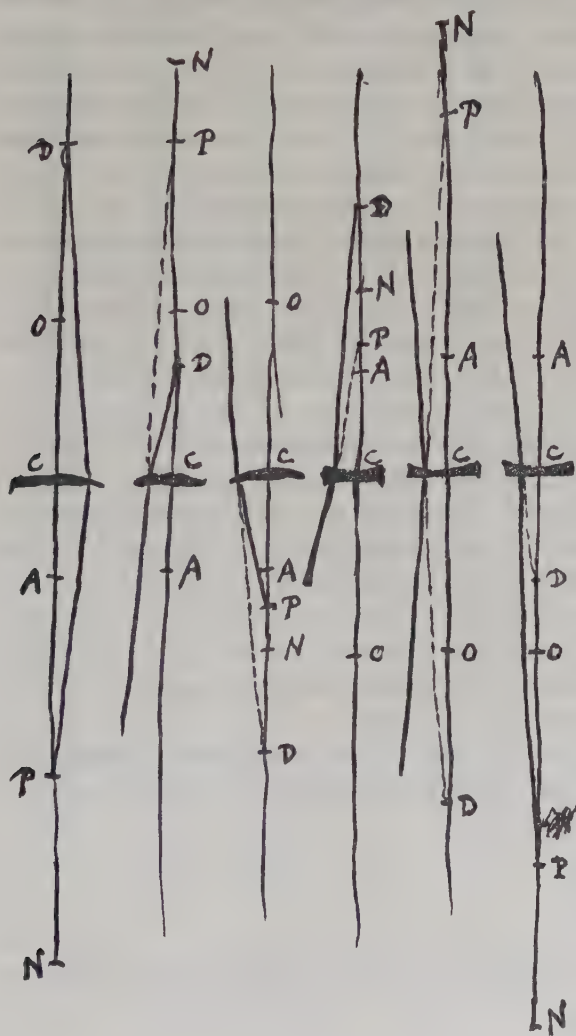
Mais si l'une des deux surfaces de la lentille est sphérique et l'autre plane, l'une ou l'autre sera exposée aux rayons incidents. Et si c'est la surface sphérique dont A est le centre qui leur est exposée [Fig. 71—76], il faut construire à DO, DA et DC une quatrième proportionnelle DN et la porter sur l'axe de telle manière que ces quatre lignes aient ou bien toutes le même sens ou bien deux d'entre elles un sens et deux l'autre. On aura donc $DO : OA = DC : CN$ et, par permutation, $DO : DC = OA : CN$. Mais on a aussi $DO : DC = OC : CP$, vu que, par construction, DO, DC et DP forment une proportion géométrique. Par

¹⁾ Vu la propriété du point R, laquelle nous avons indiquée dans la note 2 de la p. 103, il est clair que le cas dont il s'agit maintenant est celui où les rayons deviennent parallèles après la première réfraction. Il en résulte qu'alors Huygens ne peut pas se servir de leur nouveau point de concours N et qu'il se voit forcé d'apporter des changements dans sa démonstration.

²⁾ Voir les pp. 41 et 35 du Tome présent. La Prop. XI se rapporte au cas de la figure 69, la Prop. IX à celui de la fig. 70.

Cum vero contingit puncta D et R in unum coire ¹⁾, constructis [Fig. 69 et 70] cæteris ut prius, præter punctum N, demonstratio erit hujusmodi. Nimirum quia dictum fuit esse EL ad LC ut RC ad CO, erit RO seu DO ad OC ut EC ad CL. Sicut autem DO ad OC ita est DC ad CP, et ut EC ad CL ita RC ad LB, quia ex constr. est CE ad EA five CR ut CL ad LB. Itaque DC ad CP ut RC seu DC ad LB. ac proinde CP ipsi LB æqualis. Et addita utrique BC, erit quoque BP æqualis LC. Ergo eadem ratio BP ad LB seu PC quæ CL ad LB. Hæc autem est ratio refractionis ex constructione. Quia itaque primum AR ad RC posita est refractionis proportio, constat ex prop. [XI et IX] ²⁾ quod radij ad R, hoc est, ad D pertinentes, atque

[Fig. 71.] [Fig. 72.] [Fig. 73.] [Fig. 74.] [Fig. 75.] [Fig. 76.]



in superficie cujus centrum A refracti, paralleli intra lentem incedent. Qui autem paralleli occurrunt superfici ei cujus B centrum est, pertinebunt deinceps ad punctum P, quia BP ad PC est proportio refractionis. Itaque P est punctum concursus vel dispersus radiorum ex D vel ad D tendentium; quod erat dem.

Quod si vero superficierum lentis altera sphaerica fuerit altera plana, erit vel hæc vel illa radijs venientibus exposita, ac si quidem sphaerica ijs exponatur, cujus centrum A [Fig. 71—76] fiat tribus DO, DA, DC quarta proportionalis DN, quæ accipiatur in eam partem ut vel omnes quatuor eodem versus habeantur vel binæ utrimque. Erit igitur et DO ad OA ut DC ad CN, et permutando DO ad DC ut OA ad CN. Sed et DO ad DC est sicut OC ad CP, quia ex constr. proportionales sunt DO, DC, DP. Itaque OA ad CN ut OC ad CP; et permutando AO ad OC ut NC ad CP. Ratio

[Fig. 75.] [Fig. 76.] conséquent, $OA : CN = OC : CP$ et, par permutation, $AO :$

$OC = NC : CP$. Or, le rapport $AO : OC$ est égal à l'indice de réfraction, attendu que O est le point auquel correspondent les rayons réfractés provenant de rayons parallèles *. Le rapport $NC : CP$ sera donc aussi égal à l'indice de réfraction. Et comme nous avons fait $DO : DA = DC : DN$, il paraît donc que tous les rayons qui se dirigent vers le point D ou qui proviennent de ce point, sont réfractés à la surface dont A est le centre de telle façon qu'ils correspondent ensuite au point N *. Mais comme le rapport $NC : CP$ est égal à l'indice de réfraction, les rayons qui correspondent au point N, après avoir été réfractés à la surface plane de la lentille, correspondront ensuite au point P *. Dans ce cas le théorème est donc également vrai.

Mais si les rayons tombent d'abord sur la surface plane de la lentille [Fig. 77—82], et que A est de nouveau le centre de la surface sphérique, il faut prendre le rapport $CE : EA$ égal à l'indice de réfraction, et de même aussi le rapport $MC : CD$. Puisque donc O est le point auquel correspondent les rayons parallèles, CO sera égale à AE *, et on aura donc aussi $CE : CO = CE : EA$, ou $MC : CD$. C'est pourquoi aussi $ME : OD = MC : CD$. Mais $OD : OC = DC : CP$, vu que, par construction, DO, DC et DP forment une proportion géométrique. En combinant les deux proportions, on trouve donc $ME : OC$ (ou EA) $= MC : CP$, et par conséquent, $ME : MA = MC : MP$. Comme nous avons pris le rapport $MC : CD$ égal à l'indice de réfraction, les rayons qui proviennent du point D ou qui se dirigent vers lui, correspondront au point M après avoir été réfractés à la surface plane de la lentille *. Et comme on a $ME : MA = MC : MP$, il est prouvé * que les rayons qui correspondent au point M, après avoir été réfractés à la surface dont A est le centre correspondront ensuite au point P. C'est ce qui restait à démontrer.

Il résulte clairement de ce qui précède que, en ce qui regarde la distance des points de concours ou de dispersion des rayons qui émanent de points quelcon-

¹⁾ Voir les pp. 81 et 83 du Tome présent.

²⁾ Voir la p. 41 du Tome présent.

³⁾ Voir les pp. 25 et 27 du Tome présent.

⁴⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „habeat CE ad EA proportionem refractionis.”

⁵⁾ Voir les pp. 19 et 23 du Tome présent,

* Prop. XIV et XV ¹⁾.

* Prop. XII ²⁾.

* Prop. VI et VII ³⁾.

* Prop. XIV et XV ⁴⁾.

* Prop. IV et V ⁵⁾.

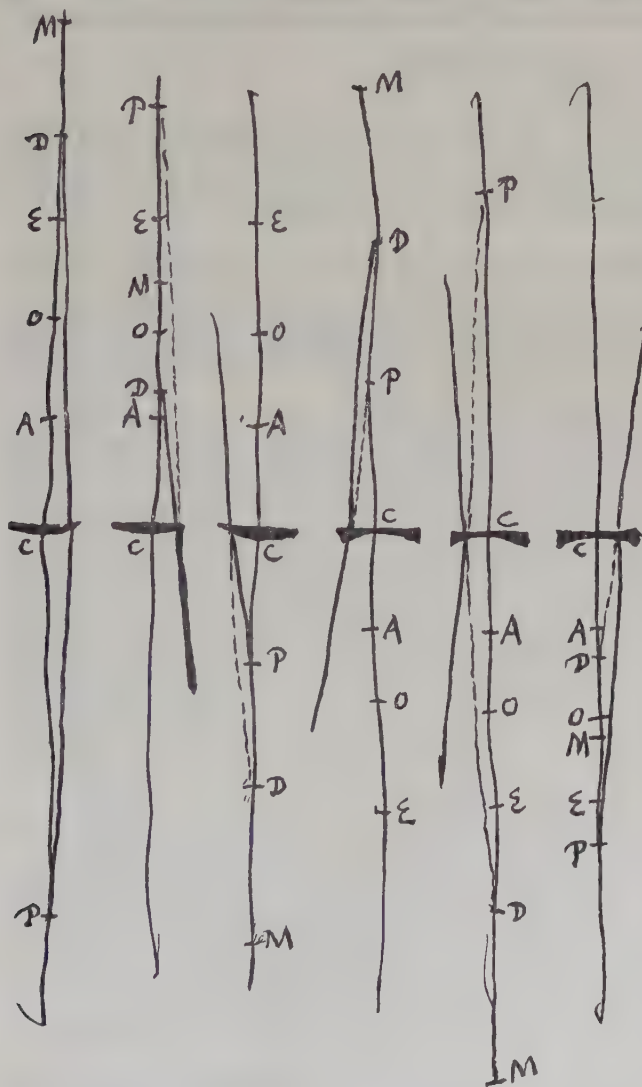
* Prop. XII ²⁾.

autem AO ad OC est ea quæ refractionis, quia O est punctum quo pertinent refractiones radiorum parallelorum *. Igitur et NC ad CP erit refractionis proportio. Quia itaque fecimus proportionales DO, DA; DC, DN; apparet radios omnes qui ad D vel ex D feruntur, refringi in superficie cuius centrum A, ut exinde pertineant ad punctum N *. Sed quia NC ad CP rationem habet quæ est refractionis, ideo qui ad punctum N pertinent, refracti in plana lentis superficie,

* Prop. [XIV et XV.]¹⁾

* Prop. [XII.]²⁾

[Fig. 77.] [Fig. 78.] [Fig. 79.] [Fig. 80.] [Fig. 81.] [Fig. 82.]



pertinebunt inde ad punctum P *. Ergo et hic constat propositum.

* Prop. [VI et VII.]³⁾

Si vero in planam lentis superficiem primum radij incidant [Fig. 77—82], rursusque centrum superficiæ sphaericæ sit A; fiat ut CE ad EA proportionem refractionis habeat⁴⁾, atque item MC ad CD. Quia igitur O punctum est quo pertinent refractiones parallelorum, erit CO æqualis AE *, ideoque et CE ad CO ut CE ad EA, hoc est, ut MC ad CD. Quare et ME ad OD erit ut MC ad CD. Est autem ut OD ad OC ita DC ad CP, quia ex constr. proportionales sunt DO, DC, DP. Igitur ex æquo, ut ME ad OC sive EA ita MC ad CP; ac proinde ut ME ad MA ita MC ad MP. Quia igitur posita est ratio MC ad CD eadem quæ refractionis, ideo radij ex D vel ad D tendentes, post refractionem in superficie lentis plana, pertinebunt ad punctum M *. Et quia proportionales sunt ME, MA; MC, MP, constat *

* Prop. [XIV et XV.]¹⁾

* Prop. [IV et V.]²⁾

* Prop. [XII.]³⁾

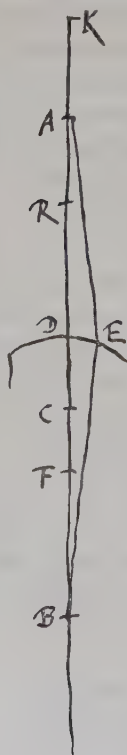
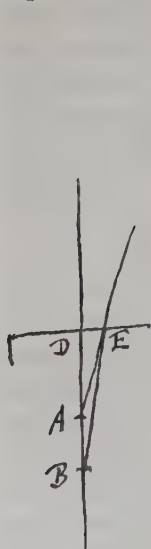
ques ou qui se dirigent vers des points quelconques, il ne fait aucune différence de tourner l'une ou l'autre des surfaces de la lentille vers le côté des rayons incidents.

On voit aussi que des lentilles à surfaces différentes, mais possédant des points de concours ou de dispersion des rayons parallèles situés à égale distance, sont équivalentes sous les autres rapports. Cela résulte de ce fait que dans la construction on n'a pas égard aux centres de courbure des deux surfaces de la lentille, mais seulement aux points de concours ou de dispersion des rayons incidents parallèles ¹⁾.

PROPOSITION XXI.

Placer en un lieu donné une surface sphérique capable de réunir en un point donné les rayons provenant d'un autre point donné ou se dirigeant vers un tel point ²⁾.

[Fig. 83.] [Fig. 84.] Soient A, B et D [Fig. 83—87] ³⁾ les points donnés, situés sur une ligne droite, et soit demandé de placer au point D une surface sphérique capable de réunir au point B les rayons qui proviennent du point A ou qui se dirigent vers ce point.



Il faut savoir qu'en un seul cas on ne trouve pas une surface sphérique mais, au lieu d'elle, une surface plane. Cela aura lieu lorsque le point A est situé entre B et D, et que le rapport $BD : DA$ est égal à l'indice de réfraction, comme dans le premier des cas considérés [Fig. 83]. Car si l'on fait passer par le point D une surface plane limitant un corps transparent qui se trouve du côté de A, cette surface forcera les rayons qui se dirigeaient vers le point A de se réunir au point B, comme cela a été démontré plus haut ⁴⁾. Dans les autres cas [Fig. 84—87], la construction sera la suivante. Prolongeons DA jusqu'en K de telle manière que le quotient $KD : DA$ soit égal à l'indice de réfraction, et construisons une quatrième proportionnelle BC à BK, BA et BD. Portons-la sur la droite donnée dans un sens tel que les quatre longueurs aient ou bien toutes la même direction ou bien deux d'entre elles une direction et les deux autres la direction opposée. Si nous décrivons alors

¹⁾ A une date de beaucoup postérieure, probablement en 1692, Huygens a annoté ici „NB. Hic inserenda quæ de aberratione radiorum in lentibus, quæ incipiunt pag.

ficie, cujus centrum A, pertinere porro ad punctum P. Quod demonstrandum supererat.

Manifestum autem ex his est, quantum ad distantiam punctorum concursus vel dispersus radorum, à quibuscumque vel ad quolibet puncta tendentium, nihil interesse utra lentis alicujus superficies radijs incidentibus obvertatur.

Item diversarum superficierum lentes, quæ puncta concursus vel dispersus parallelorum æque remota habent, etiam ad cætera æquivalentes esse. Nempe quia in constructione non attenduntur centra singularum lentis superficierum, sed tantummodo punctum concursus vel dispersus radorum parallelorum ¹⁾).

[PROPOSITIO XXI.]

In dato loco superficiem sphaericam constituere, quæ radios ex dato vel ad datum punctum pergentes, ad punctum aliud datum concurrere faciat ²⁾).

Sint data puncta A, B et D [Fig. 83—87] ³⁾ in linea recta et oporteat ad D superficiem sphaericam constituere quæ radios ex A vel ad A tendentes colligat in puncto B.

Sciendum quod uno casu superficies sphaerica non invenitur, sed plana ejus loco. Nempe cum punctum A inter B et D situm est, habetque BD ad DA rationem quæ est refractionis, ut in casu horum primo [Fig. 83]. Nam si per punctum D plana superficies ducatur diaphanum terminans quod sit a parte A, ea radios versus A punctum tendentes coget ad punctum B, ut supra demonstratum fuit ⁴⁾. In cæteris autem casibus [Fig. 84—87] hæc erit constructio. Producat DA ad K, ut KD ad DA sit eadem quæ refractionis ratio; et tribus hisce BK, BA, BD, inveniatur quarta proportionalis BC, ponaturque in eam partem ut vel omnes in eandem tendant, vel binæ in utramque. Jam si centro C circumferentia describatur DE, ea sectionem quæsitæ superficierum exhibebit, diaphanum habentis a

45 rubric." Voir, sur cette pagination en rouge et sur les raisons qui nous ont conduit à ne pas suivre cette indication, les dernières pages de l'„Aperçu général”, qui constitue le début de l'„Avertissement”.

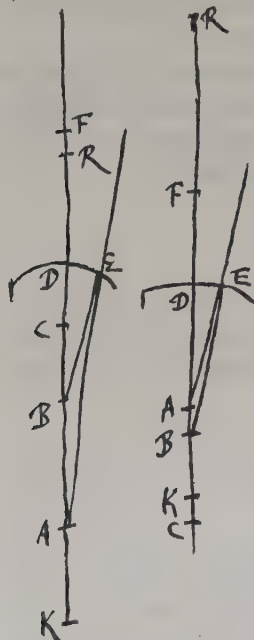
²⁾ Beaucoup plus tard Huygens écrivit en marge „hæc omittatur” et un peu plus haut: „Prop. pag. 65.” [Voir la Prop. I du Livre III] „tum de radijs obliquis” [Prop. XXII, p. 111] „tum de oculo.” [Prop. XXVI, p. 129] „de emendando visu”. [Prop. XXVII, p. 135] „aquæ refr.” [Prop. XXVIII, p. 139]; mais, puisque nous voulons faire connaître la „Dioptrique” telle qu'elle était conçue par Huygens dans les années 1652 et 1653, nous avons cru ne pas devoir omettre la proposition présente.

³⁾ Dans toutes ces figures les rayons sont censés arriver d'en haut de la page.

⁴⁾ Voir la Prop. IV, p. 19 du Tome présent.

une circonférence DE avec C pour centre, cette circonférence représentera la section de la surface cherchée, le corps transparent étant placé du côté de B. Cette

[Fig. 85.] [Fig. 86.]



surface fera convexe dans tous les cas, excepté un seul [Fig. 87] où elle fera concave, savoir le cas où le point A est placé entre D et B de telle manière que le rapport $BD : DA$ est plus grand que l'indice de réfraction.

Quant à la démonstration, elle est la suivante. Posons $DF = AK$, d'où résulte que l'on aura en même temps $FA = DK$, et faisons en sorte que le rapport $CR : RD$ soit égal à l'indice de réfraction, c'est-à-dire au rapport $KD : DA$.

Comme $BK : BA = BD : BC$ on aura donc $BK : KA = BD : DC$ et, par permutation, $BK : BD = KA$ (ou DF) : DC . Donc aussi KD (ou AF) : $DB = FC : CD$; et, par permutation et inversion, $FC : FA = DC : DB$. Ensuite, comme $FA = KD$ par construction, on aura $FA : AD = KD : DA$ ou $CR : RD$. Donc aussi, par conversion, $AF : FD = RC : CD$. Mais nous avons $FC : FA = DC : DB$. On aura donc, par la règle de la proportion dérangée ¹⁾, $FC : FD = RC : DB$. De plus, comme $FA : AD = CR : RD$, on aura, par partage, $FD : DA = CD : DR$ et, par permutation, $FD : CD = DA : DR$. Donc aussi $FD : FC = DA : AR$. Et, par inversion, $FC : FD = AR : AD$.

Mais nous avons démontré $FC : FD = RC : BD$. Donc aussi $AR : AD = RC : BD$. Et, par permutation, $AR : RC = AD : BD$. Par conséquent, AR, AC, AD et AB forment également une proportion géométrique. Il en résulte que les rayons qui correspondent au point A sont réfractés de telle manière par la surface DE qu'ils se réunissent au point B ²⁾. Ce qu'il fallait démontrer.

Or, si l'on ajoute à la surface trouvée une deuxième surface à centre B et de rayon inférieur à BD, les deux surfaces formeront ensemble une lentille capable de produire l'effet désiré; car aucune réfraction n'aura lieu à la deuxième surface, vu que les rayons se dirigent vers son centre ³⁾.

PROPOSITION XXII.

Chercher les points de concours ou de dispersion des rayons qui correspondent à un axe de la lentille faiblement incliné par rapport à l'axe principal, et démontrer que la distance

¹⁾ Voir la note 1, p. 103.

²⁾ D'après la Prop. XII, p. 41; puisque R est le point de concours des rayons arrivant d'en bas de la page.

³⁾ On peut remarque encore que la lentille ainsi construite pourrait être remplacée, en appliquant les prop. XVIII ou XIX (p. 95 et 97), par d'autres lentilles équivalentes.

parte B. Quæ quidem cæteris casibus convexa, uno vero cava erit [Fig. 87], nempe si punctum A positum fuerit inter D et B, et major ratio BD ad DA ratione refractionis.

[Fig. 87.] Ad demonstrationem autem, ponatur DF æqualis AK, ut simul fiat FA æqualis DK. et habeat CR ad RD rationem quæ est refractionis, hoc est, quam habet KD ad DA.

Quia igitur BK ad BA ut BD ad BC, erit et BK ad KA ut BD ad DC, et permutando, BK ad BD ut KA seu DF ad DC. Quare et KD seu AF ad DB, ut FC ad CD; et permutando et invertendo FC ad FA ut DC ad DB. Porro quia FA æqualis KD ex constructione, erit FA ad AD ut KD ad DA, hoc est, ut CR ad RD. Igitur et per conversionem rationis, AF ad FD ut RC ad CD. Sed ut FC ad FA ita erat DC ad DB. Igitur ex æquali in proportione perturbata ¹⁾, erit FC ad FD ut RC ad DB. Infuper quia ut FA ad AD ita CR ad RD, erit et dividendo, FD ad DA ut CD ad DR; et permutando, FD ad CD ut DA ad DR. Ergo et FD ad FC ut DA ad AR. et invertendo FC ad FD ut AR ad AD. Sed ut FC ad FD ita ostensa fuit RC ad BD. Igitur et AR ad AD ut RC ad BD: Et permutando AR ad RC ut AD ad BD. Ideoque et proportionales AR, AC; AD, AB. Unde liquet radios ad punctum A pertinentes, ita refringi in superficie DE ut congregentur in puncto B ²⁾. Quod erat demonstrandum.

Si vero inventæ superficiei altera jungatur centro B, semidiametro minore quam BD; constituent simul lentem, quæ propositum efficiet; nam in posteriori superficie nulla amplius continget refractio, quum radij ad ipsius centrum ferantur ³).

[PROPOSITIO XXII.]

Radiatorum ⁴⁾, qui ad axes lentium pertinent ab axe primario paulum declinantes, puncta concursus vel dispersus investigare. Et ostendere eandem fere horum esse a lente di-

⁴⁾ La partie cursivée au côté latin, qui va suivre, est d'une date inconnue; mais après 1666. Elle remplace la rédaction suivante qu'on retrouve dans la copie de Niquet:

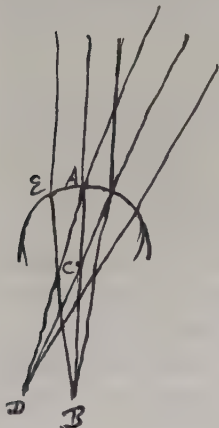
Radiatorum qui a punctis extra axem lentis positis emanant concursus vel dispersus puncta investigare.

Proprium est sphæricis diaphanorum superficiebus ut non tantum aptæ sint ad cogendos dispergendosve radios qui uni cuidam lineæ paralleli feruntur, vel a puncto in ea linea posito profiscuntur, sed et ad innumera alia, a quibus

de ces points à la lentille est à-peu-près la même que celle des points qui appartiennent à des rayons correspondant à l'axe principal, si ces rayons étaient parallèles ou émanaient de points situés à la même distance de la lentille.

Jusqu'ici nous avons examiné des systèmes de rayons parallèles aux axes des

[Fig. 88.]



lentilles ou correspondant à des points situés sur ces axes. Mais il est nécessaire d'avoir égard aussi aux rayons qui correspondent à des points situés en-dehors de l'axe, attendu que les merveilleux phénomènes qui se présentent dans l'oeil et dans les instruments optiques de toute espèce dépendent également de ces rayons-là. Il faut examiner d'abord ce qui a lieu à une seule surface, parce que, ceci étant connu, la chose sera aussi plus facile pour les lentilles.

Soit EA [Fig. 88] une surface sphérique convexe, C son centre, AC son rayon de courbure. Prolongeons ce rayon jusqu'au point B, de telle manière que le rapport $AB : BC$ soit égal à l'indice de réfraction. Imaginons-nous de plus une surface sphérique concave BD, avec le même centre C, qui recevra les rayons. Alors non-seulement les rayons parallèles à la droite CB et tombant sur la surface AE se réuniront en B, comme cela a été démontré à la Prop. VIII ¹⁾, mais ceux qui se mouvront parallèlement à la droite CD, formant un angle quelconque avec CB, se réuniront de la même manière au point D.

En second lieu, si les rayons qui proviennent d'un point quelconque G [Fig. 89] ou qui se dirigent vers un tel point [Fig. 90], et qui sont réfractés à la surface sphérique AE, ont un point de concours H, lequel est trouvé à l'aide de la Prop. XII, p. 1 et 4 ³⁾, et que nous nous figurons les surfaces sphériques GK, HL à centre C, alors les rayons qui proviennent de K, point de la surface GK, ou qui se dirigent vers K, se réuniront de la même manière en un point de la surface HL, tel que L. Cela est évident par soi-même dans tous les cas.

radios recipere possint, comparatæ sint. Maximeque omnium superficies singulæ, uti ex adjuncta descriptione perspicuum fit. Sit enim superficies," etc.

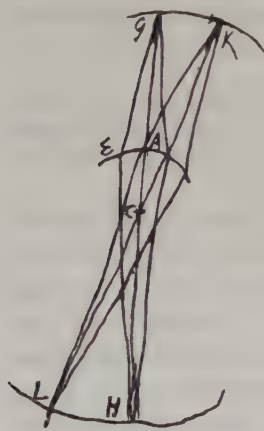
¹⁾ Voir la p. 33 du Tome présent.

stantiam ac eorum quæ ad puncta radiorum in axe positorum pertinent, si vel paralleli vel æque procul distantibus punctis radij fuerint egressi.

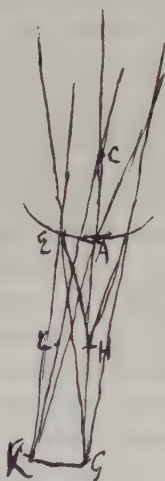
Haftenus complexus radiorum examinavimus qui ad axes lentium referuntur. Sed necesse est eos quoque inspicere qui ad puncta extra axem posita pertinent, quoniam ab his radijs æque ac ab illis pendent tum oculi tum omnis generis perspicillorum miri effectus. ac videndum primò, quid fiat in superficiebus singulis, quia hoc cognito, etiam de lentibus res erit facilior.

Sit superficies sphærica convexa EA [Fig. 88], cujus centrum C, semidiameter convexitatis AC, quæ producatur ad B, ut sit ratio AB ad BC eadem quæ est refractionis. Intelligatur porro superficies sphærica cava, radios exceptura,

[Fig. 89.]



[Fig. 90.]



BD; centrum idem habens C. Jam non tantum radij paralleli rectæ CB, in superficiem AE incidentes, convenient in B, ut in [Prop. VIII] ¹⁾ demonstratum est, sed et ij qui rectæ CD, angulum qualemcumque cum CB constituenti, paralleli ferentur, eodem modo ad D concurrent.

Rurfus si à puncto [Fig. 89] *vel ad punctum aliquod G* [Fig. 90] *tendentes radij fractique in superficie sphærica AE* ²⁾, habuerint punctum concursus H; hoc autem invenitur per [Prop. XII, part. 1 et 4] ³⁾ et centro C intelligantur superficies sphæricæ GK, HL, tunc radij ex K puncto superficiei GK venientes, *vel ad K tendentes* ⁴⁾, concurrent similiter ad punctum in superficie HL, ut L. atque hæc per se manifesta sunt

in quibuscunque casibus ⁴⁾.

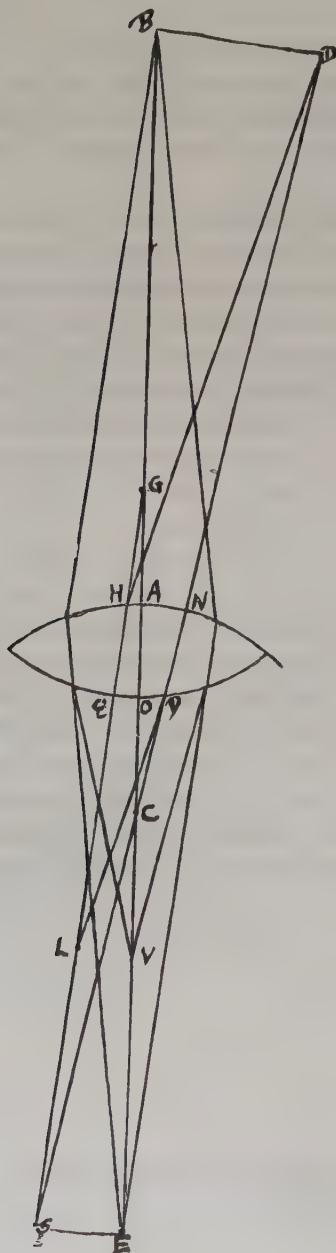
²⁾ Au lieu des mots en italique qui précèdent, on lit dans le manuscrit de Niquet: „aliquo G venientes radij, refractique in superficie eadem AE.”

³⁾ Voir les pp. 43 et 71 du Tome présent.

⁴⁾ Ces mots manquent dans la copie de Niquet.

Confidérons¹⁾ maintenant une lentille convexe AO [Fig. 91], avec BAE comme

[Fig. 91.]



axe, sur lequel se trouvent donc les centres des surfaces AN et OP, c'est-à-dire, les points C et G. Les rayons qui proviennent du point B et qui rencontrent la surface AN, y sont réfractés de manière à se diriger vers le point E; ensuite, après avoir été réfractés de nouveau à la surface OP, ils se dirigent vers le point V. Supposons²⁾ de même que des rayons issus d'un point D situé en-dehors de l'axe et se trouvant à égale distance que le point B

¹⁾ Dans la copie de Niquet on trouve au lieu de la partie qui débute ici, et que nous donnons en italique au côté latin, la leçon suivante, plus primitive, où nous avons changé quelques notations afin de les conformer à celles de la figure 91.

On remarquera que la démonstration y est moins complète que celle qui l'a remplacée, puisqu'elle ne traite que le cas des rayons parallèles, c'est-à-dire, celui où les points B et D se trouvent à l'infini.

„Proponatur vero nunc lens ANP [voir les figures de la p. 115] cava vel convexa cujus superficies OP, AN fuit a centris G, C. Axis ergo lentis est GC. Producat utrinque ad E et D ut tam AE ad EC quam OD ad DG rationem habeat quae est refractionis; et centris C et G intelligantur superficies sphaericae ES, DM.

Si igitur propositum sit parallelorum radiorum, non axi GC sed alij rectae ut FC punctum concursus invenire, post lentem convexam, vel punctum dispersus ante lentem cavam, primum notetur intersectio lineae FC et circumferentiae ES, quae fit in puncto S; namque erit hoc punctum quo pertinebunt radij rectae FC paralleli post primam refractionem in superficie AN, ut ex prop. [VIII, pag. 33 et X, pag. 39] est manifestum. Jungatur SG, et producta occurrat superficiiei DM in M. Itaque quoniam radij ad punctum S pertinentes, incidunt in superficiem sphaericam POQ, per cujus centrum ducta est SGM, erit in hac linea punc-

Ponatur ¹⁾ nunc lens convexa AO [Fig. 91] cujus axis BAE, in quo nempe centra superficierum AN, OP sint C et G. Radij autem a puncto B manantes in superficiem AN, franguntur ut inde tendant ad punctum E; atque iterum fracti in superficie OP pergant ad punctum V. Item ²⁾ a puncto D extra axem, quodque tantundem ac B distet à superficie AN, vel à centro ejus C, egressi radij in super-

tum L concursus vel dispersus refractorum; quod quidem invenitur si fiat ut SM ad SG, ita SQ ad SL; ut constat ex prop. [XII part. 4, pag. 71 et part. 7, pag. 77] ex eadem vero si fiat ut ED ad EG ita EO ad EV, patet in puncto V fore concursum vel dispersum radiorum axi GC parallelorum. Et quoniam eadem proxime est ratio linearum ED ad EG et SM ad SG; et EO proxime quoque æqualis SQ; etiam OV, QL, fere æquales erunt. Quare æquali fere intervallo a lente distabunt puncta V et L, alterum concursus vel dispersus radiorum axi lentis parallelorum, alterum eorum qui tantum inter se, non autem axi paralleli incident.”

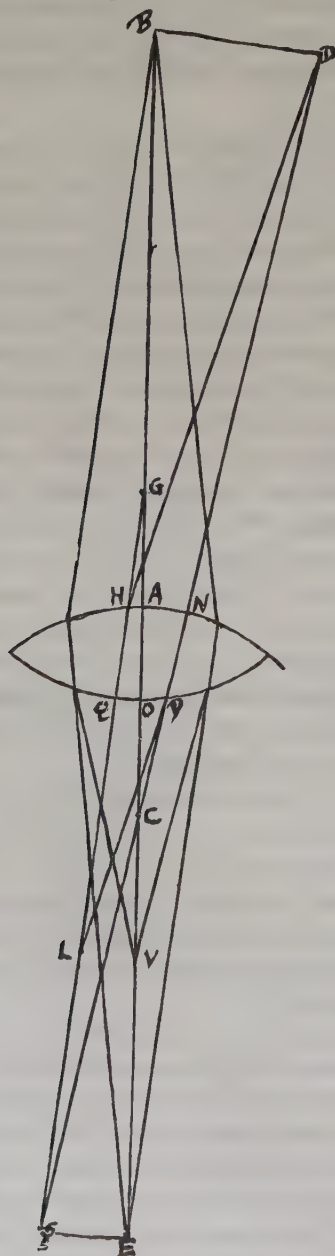
„Quæ autem de parallelis radijs dicuntur, intelligenda sunt etiam de illis qui a singulis punctis visibilis longinqui exeunt, quoniam hi pro parallelis habentur. Simili

vero ratione, et, a propinquis punctis extra axem positis, venientium radiorum puncta concursus vel dispersus investigari possunt.”

²⁾ A partir de cette phrase, nous possédons encore une autre leçon de toute la partie en italique qui suit. Elle doit avoir précédé celle que nous donnons et n'en diffère que dans le mode de rédaction de plusieurs phrases. En voici, par exemple, le début: „Porro etiam à puncto D æque ac B distante à superficie AN, atque extra lentis axem CAB posito, incident radij in superficiem hanc quorum punctum concursus L post binas in lente refractiones ita inveniemus. Ducta recta DC ea secabit superficiem AN ad rectos ang. in N, inveniaturque in eadem linea producta punctum S quo concurrunt radij ex D venientes ex refractione superficiei AN per prop. . . Et apparet”, etc.

de la surface AN, c'est-à-dire de son centre C, tombent sur elle. Nous trouvons de la manière suivante le point de concours L de ces rayons après les deux réfractions dues à la lentille.

[Fig. 91.]



Tirons la droite DC, qui coupera la surface AN perpendiculairement en N et cherchons sur le prolongement de cette même ligne le point S où se réunissent les rayons qui proviennent de D après avoir été réfractés à la surface AN, d'après ce qui a été exposé plus haut. Or, il appert que les distances CS et CE seront égales. Joignons maintenant les points S et G par une droite qui coupera la surface OQ normalement en Q. Par conséquent, le point de concours L des rayons qui après la première réfraction se dirigent vers S et qui sont réfractés de nouveau à la surface OQ, se trouve sur cette même droite SG. Ce point de concours peut donc être trouvé d'après ce qui a été dit plus haut.

Et que le point L est à peu près à la même distance de la lentille que le point V, on le démontre de la manière suivante. Si les points E et S, sommets des cônes lumineux¹⁾, étaient à égale distance de la surface OQ, qui par sa réfraction change ces cônes en d'autres dont les sommets sont L et V, ces deux derniers sommets seraient eux aussi à égale distance de cette surface. Or, les distances QS et OE sont à-peu-près égales: elles ne diffèrent l'une de l'autre que d'une fort petite quantité, savoir de l'excès de GE ou de la somme de GC et CS sur GS. Par conséquent, les distances LQ et VO elles aussi seront à-peu-près égales. Mais comme nous supposons que les droites qui joignent les points B et D d'une part et les points V et L d'autre part, sont fort petites et que ces points eux-mêmes sont à égale distance de la lentille, elles peuvent être considérées comme perpendiculaires à l'axe BE de la lentille.

vent être considérées comme perpendiculaires à l'axe BE de la lentille.

ficiem hanc incidant. Horum punctum concursus L post binas in lente refractiones ita invenimus.

Ducatur recta DC , quæ secabit superficiem AN in N , ad rectos angulos: inveniaturque in eadem linea producta punctum S quo concurrunt radij ex D venientes post refractionem in superficie AN , per superius exposita. Et apparet distantias CS , CE fore æquales. Jungatur jam SG , quæ superficiem OQ normaliter secabit in Q ; eritque propterea in ipsa SG punctum concursus L , radiorum ex prima refractione tendentium ad S , ac rursus refractorum in superficie OQ , atque inveniatur inde istud concursus punctum ex superioribus.

Quod autem punctum L proxime eandem distantiam habeat à lente ac punctum V , hinc constabit. Si enim puncta E , S , vertices nempe conorum radioforum ¹⁾ æqualiter distarent a superficie OQ , cujus refractione mutantur hi coni in conos quorum vertices L et V ; etiam hi vertices æqualiter distarent ab hac superficie. Sunt autem distantie QS , OE proximè æquales, quippe minimo quopiam differentes, quanto nimirum GE sive duæ simul GC , CS superant GS . Ergo et distantie LQ , VO proximè æquales erunt. Rectæ autem quæ puncta B , D , itemque V , L , jungunt, quia minimæ esse censentur, et puncta ipsa æqualiter a lente distant, possunt tanquam ad axem lentis BE perpendiculares haberi.

Hæc autem non difficulter ad cavas quoque lentes, et ad eas quæ alteram superficierum planam habent, omnemque casuum diversitatem, facile transferri possunt radios parallellos tanquam ad punctum infinite distans considerando.

¹⁾ A propos de ces cônes Huygens ajouta en marge, probablement à une époque encore bien postérieure, l'annotation suivante: „Conos radiosos utrimque lentem pro basi habentes nullo modo se mutuo impediri, cujus ratio vix aliter comprehendere potest quam eo modo quem in libro de lumine explicuimus.” Voir les dernières pages du Chapitre I du „Traité de la lumière,” publié en 1690.

Or, ceci peut être étendu sans difficulté aux lentilles concaves et à celles qui ont une surface plane et à tous les autres différents cas; les rayons parallèles étant considérés comme correspondant à un point infiniment distant. La seconde figure [Fig. 92] explique cette affirmation par un seul exemple, celui de la lentille planconcave.

En effet, la surface plane AN de cette lentille reçoit les rayons qui se dirigent vers le point B de l'axe, et de même d'autres rayons qui se dirigent vers le point D situé à petite distance de l'axe et à la même distance de la surface AN que le point B. Or, si nous supposons que les rayons qui se dirigeaient vers le point B, deviennent parallèles à l'axe AE après la deuxième réfraction à la surface OQ, autrement dit, qu'ils tendent à se réunir au point V situé sur l'axe à une distance infinie, alors les rayons qui se dirigent vers le point D deviendront eux aussi parallèles par la deuxième réfraction due à cette même surface OQ; autrement dit, ils correspondront à un point L situé sur la ligne QGS à une distance infinie. Cette ligne est trouvée de la même manière que dans le cas précédent; et l'on démontre aussi de la même manière qu'après la deuxième réfraction les rayons deviennent parallèles tant pour le deuxième faisceau incident que pour le premier, avec cette différence que dans ce cas-ci, des deux grandeurs GE et GS qui sont considérées comme égales, la première est un peu plus petite que GS; en effet, AE et NS sont égales.

De plus il ressort clairement de ce qui précède que les cônes lumineux, obliques ou droites, transmis par deux ou plusieurs lentilles, ont leurs derniers sommets à égale distance de la dernière lentille, si les rayons se rapportent primitivement à des sommets de cônes également distants de la première.

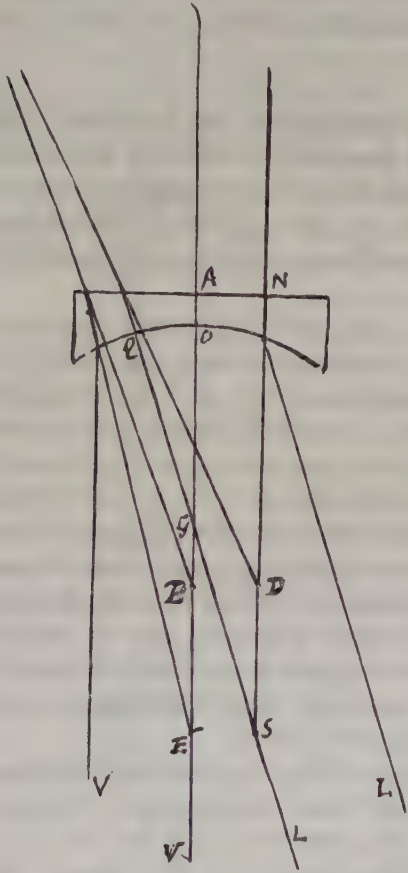
La vérité de ce qui a été démontré ici est confirmée par l'expérience de l'image formée par une lentille placée devant une ouverture en un lieu obscur. En effet, cette image est vue avec une netteté admirable non seulement sur l'axe de la lentille, mais aussi autour de l'axe sur une étendue assez considérable de manière que les plus petits détails sont clairement aperçus dans l'image. Et les effets remarquables obtenus avec des télescopes composés de deux, de trois ou de quatre lentilles montrent aussi la vérité de notre théorème.

PROPOSITION XXIII.

A l'intérieur de toute lentille possédant deux surfaces convexes, ou deux surfaces concaves, il existe un point déterminé tel qu'un rayon quelconque passant par ce point a

Quod uno etiam exemplo in lente planoconcava schema alterum [Fig. 92] explicat.

[Fig. 92.]



Hujus enim lentis plana superficies *AN* radios ad punctum axis *B* tendentes excipit, itemque alios tendentes ad punctum *D*, ab axe exiguo distans, et æque ac *B* à superficie *AN*. Quod si jam ponamus eos qui ad *B* tendebant, post alteram refractionem in superficie *OQ* fieri parallelos axi *AE*; sive ad punctum *V* in axe infinite distans concurrere, fient etiam qui ad *D* tendunt, ejusdem superficiem *OQ* altera refractione, inter se paralleli, sive ad punctum *L* in linea *QGS* infinite distans pertinebunt. Quæ linea invenitur eodem modo ac in casu præcedenti; eademque est demonstratio, qua ostendatur ex postrema refractione radios utrobique fieri parallelos, nisi quod hoc casu è duabus *GE*, *GS*, quæ ut æquales censentur, *GE* nunc paucillo minor est quam *GS*, quippe cum æquales sint *AE*, *NS*.

Porrò ex his manifestum est, etiam per binas pluresve lentes transmissos conos radiosos tam obliquos quam rectos, æquali distantia à lente postrema vertices suos ultimos habere, si ad æque remotos conorum vertices radij primitus spectent.

Comprobat autem quæ hic ostensa sunt experimentum picturæ, quam lens foramini opposita in loco tenebroso exhibet, cum non tantum in axe lentis, sed et circum amplo satis spatio

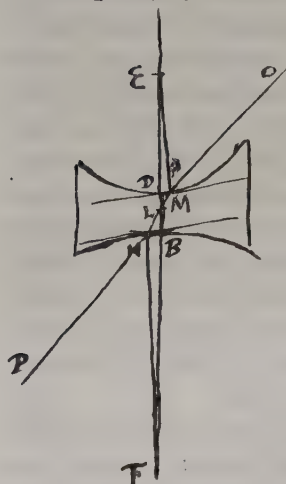
hæc pictura mirabili nitore conspiciatur, ut minima quæque distinctè exprimat. Eadem vero et telescopiorum ex binis, ternis, quaternisve lentibus compositorum egregij effectus vera esse ostendunt.

PROPOSITIO [XXIII].

In omni lente, duarum convexarum aut concavarum superficierum, punctum quoddam est intus, per quod radius quilibet transiens ante et post lentem sibi ipse parallelus in-

la même direction avant d'entrer dans la lentille et après l'avoir traversée. Mais un point de ce genre est trouvé à l'extérieur de la lentille, du côté de la plus petite sphère, lorsque la section de la lentille a la forme d'une lunule, ou que sa surface concave a un rayon de courbure plus petit que sa surface convexe²).

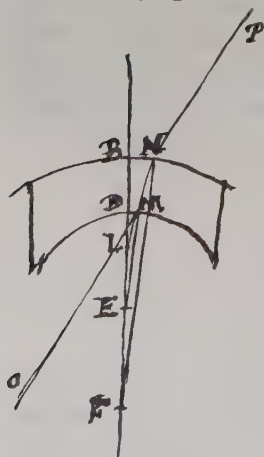
[Fig. 94.]



Supposons que la lentille soit une de celles [Fig. 93–96] dont l'une des deux surfaces est décrite du centre E avec le rayon ED, l'autre du centre F avec le rayon FB, et que de ces deux rayons FB soit le plus grand; tirons la droite FE qui coupe la lentille en D et en B.

Or, si nous posons: BL est à LD comme le rayon FB est au rayon ED, de telle manière que le point L⁴) (si la lentille est biconvexe [Fig. 93] ou biconcave [Fig. 94]) tombe sur la droite BD même qui fait connaître l'épaisseur de la lentille, mais que ce point tombe en-dehors de la lentille du côté de la plus petite sphère, dans le cas où la section de la lentille a la forme d'une lunule et dans les autres cas; je dis que tout rayon, comme PNM O, qui pénètre dans la lentille de telle manière que la partie NM de ce rayon contenue dans la lentille passe par le point L ou correspond à ce point, suivra après avoir traversé la lentille une direction parallèle à la direction que ce rayon avait avant d'atteindre la lentille, c'est-à-dire, la partie PN sera parallèle à la partie MO.

[Fig. 96.]



En effet, tirons FN et EM et figurons-nous les plans qui touchent les deux surfaces sphériques de la lentille aux points N et M. On aura $FB : ED = BL : LD$ et, par permutation, $FB : BL = ED : DL$. Donc aussi BF (ou NF) : $FL = DE$ (ou ME) : EL . Comme les triangles NFL et MEL ont, par conséquent, la même proportion des côtés qui avoisinent les angles E et F respectivement, qu'ils ont des angles égaux au point L et que ces angles L [Fig. 93 et 96] ou bien les angles M et N [Fig. 94 et 95] sont obtus (car on voit facilement qu'il en est nécessairement ainsi), ces triangles sont forcément semblables. C'est pourquoi les angles compris entre les côtés proportionnels seront aussi égaux, je veux dire que l'angle NFL sera égal à l'angle MEL. Par conséquent, les droites FN et EM seront aussi parallèles. Mais ces droites

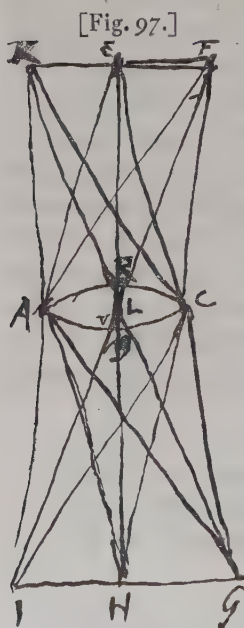
sont perpendiculaires aux plans que nous supposons tangents aux surfaces de la lentille aux points N et M. Ces plans sont donc aussi parallèles entre eux. C'est pourquoi il est nécessaire que le rayon NM qui fait des angles égaux avec ces deux plans, soit dévié par le même angle en sortant de la lentille que lorsqu'il y entrerait. L'angle PNM est donc égal à l'angle NMO. Or ce sont des angles alternes : il est donc certain que PN et MO sont parallèles, ce qu'il fallait démontrer.

Nous n'avons pas mentionné les lentilles planconvexes et les lentilles planconcaves. Il ressort de ce qui a été démontré que pour ces lentilles le point L tombe au milieu de la surface sphérique de la lentille.

PROPOSITION XXIV.

Le diamètre de l'image d'un objet quelconque qui est formée dans un plan situé derrière une lentille convexe, est à celui de l'objet comme la distance de l'image à la lentille est à celle de l'objet à la lentille¹⁾.

Soit ADCB [Fig. 97] la lentille convexe. Soit la droite KF l'objet. Supposons que l'axe de la lentille est perpendiculaire à cette droite et passe par son milieu E. Partant des points K, E et F et de tous les autres points qu'on peut se figurer sur



cette droite, des rayons tomberont donc sur toute la lentille ABC et après une double réfraction, je veux dire la réfraction aux deux surfaces de la lentille, ils se réuniront en un même nombre de points du plan IHG. Ceux qui proviennent de K, de E et de F se réuniront en G, en H et en I respectivement; pour autant que nous supposons que l'image est distincte. Or, comme la lumière qui émane du point K passe par tous les points qui se trouvent à l'intérieur de la lentille ABC, il adviendra nécessairement qu'un rayon déterminé parmi ceux qui partent de K pour se réunir en G passe par le point L de la lentille, c'est-à-dire par le point dont nous avons parlé dans la proposition précédente, et ce rayon suivra avant d'atteindre la lentille et après l'avoir traversée une même direction. Et comme un autre rayon se meut de la même manière de F vers I, il apparaît que l'un et l'autre de ces rayons peuvent être considérés comme des lignes droites qui se coupent au centre de la lentille, l'épaisseur de la lentille étant négligée. Ils forment donc de cette façon deux triangles isocèles semblables, dont KF et IG sont les bases; c'est pour-

in punctis N et M contingere intelliguntur. Ergo et plana ista inter se parallela erunt. Quamobrem cum radius NM æqualibus angulis ad illa inclinetur, necesse est eum æquali angulo flecti, ubi lentem egreditur atque ubi intrabat, hoc est, angulum PNM esse æqualem angulo NMO. Sunt autem alterni: itaque constat PN, MO esse parallelas, quod erat dem.

Lentes planoconvexas et planoconcavas hic non recensuimus, in quibus tamen per hæc ipsa constat punctum L cadere in mediam lentis superficiem sphaericam.

PROPOSITIO [XXIV].

Pictura cujusque visibilis quæ fit in plano post lentem convexam, ad visibile ipsum eam habet rationem, secundum diametrum, quam picturæ distantia a lente ad visibilis ab ea distantiam¹⁾.

Sit lens convexa ADCB [Fig. 97]. Visibile vero linea recta KF, quam axis lentis mediam secet, atque ad angulos rectos, in E. A punctis igitur K, E, F æquè ac ab alijs omnibus, quæ in proposita linea imaginari licet, radij ferantur in totam lentem ABC, qui post geminam refractionem, in utraque nimirum lentis superficie, colliguntur in totidem punctis tabulæ IHG; nempe qui ex K in G, qui ex E in H, et qui ex F in I; quatenus quidem distinctam ponimus existere hanc picturam. Quum igitur *lux à puncto K manans, omnia puncta quæ sunt intra lentem ABC pervadat fiet necessariò ut*²⁾ aliquis radiorum ex K manantium, atque in G collectorum, transeat per punctum lentis L, illud nimirum quo de egimus propof. superiori; atque is radius ante et post lentem sibi ipsi parallelus feretur; quumque *similiter aliquis*³⁾ transeat ab F ad I, appareat *utrosque*⁴⁾ pro lineis rectis haberi posse, in centro lentis sese interfecantibus; non considerata videlicet lentis crassitudine. Cumque hoc modo duos triangulos isosceles similes efficiant, quorum bases KF et IG; hæc utique *eandem inter se rationem servabunt quam triangulorum*

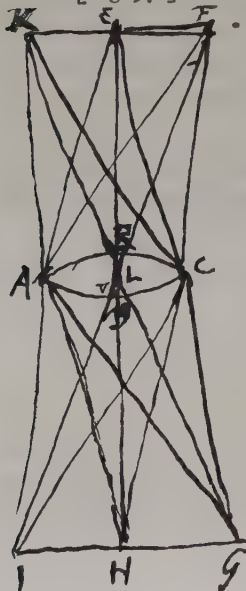
¹⁾ Plus tard, après 1666, Huygens annota en marge „omittatur” et biffa toute la proposition y compris la démonstration et la remarque du dernier alinéa.

²⁾ Ces mots, en italique au côté latin, furent intercalés après 1666.

³⁾ La rédaction primitive et la copie de Niquet donnent: „similis radius”.

⁴⁾ La rédaction primitive et la copie de Niquet donnent: „hos”.

[Fig. 97.]



quoi ces bases auront entre elles la même proportion que les hauteurs des triangles; c'est-à-dire que les distances des bases à la lentille ABCD. Ce qu'il fallait démontrer.

Mais si nous ne négligeons pas l'épaisseur de la lentille et qu'on demande d'indiquer plus exactement le sommet du triangle formé derrière la lentille, il faut diviser l'intervalle LD qui sépare le point L de la surface postérieure de la lentille, par le point V, de telle manière que le quotient $LD : DV$ soit égal à l'indice de réfraction: V sera alors le sommet cherché. Cela résulte de la prop. VI ³⁾, vu que la petite partie de la surface ADC qui est interceptée entre les rayons qui se croisent en L, peut ici être considérée comme une surface plane ⁴⁾.

PROPOSITION XXV ⁵⁾.

Deux corps transparents qui possèdent des pouvoirs réfringents différents se touchent suivant une surface commune; un rayon qui vient du corps le moins réfringent et qui pénètre dans celui qui réfracte plus fortement, est incliné du côté de la perpendiculaire, l'indice qui correspond à cette réfraction étant le quotient des indices de ces deux corps par rapport à l'air.

Il est établi par voie expérimentale que lorsque la surface de l'eau ou d'un autre liquide transparent est recouverte par une mince lame de verre, tout rayon qui tombe du dehors sur cette lame subit, en passant à l'intérieur du liquide qui se trouve au-dessous d'elle, le même changement de direction que lorsqu' aucune substance n'est interposée, et que le rayon est, par conséquent, réfracté uniquement à la surface du liquide. C'est à cause de cette même propriété que dans une sphère de verre mince remplie d'eau, on observe les mêmes réfractions que dans les gouttes d'eau qui possèdent une forme sphérique ⁷⁾. Il faut pourtant observer que, quelque mince que soit la lame de verre, elle a néanmoins deux surfaces et que, par conséquent, les réfractions sont aussi au nombre de deux; on peut donc considérer une lame de ce genre comme fort épaisse, les angles de réfraction n'en feront pas moins les mêmes.

¹⁾ Au lieu des mots en italique au côté latin, la rédaction primitive et la copie de Niquet donnent „eadem inter se ratione erunt atque”.

²⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „distantiae ipsarum”.

³⁾ Voir la p. 25 du Tome présent.

⁴⁾ Pour trouver plus précisément la situation du point V il faudrait se rapporter au dernier alinéa

ipforum ¹⁾ altitudines; hoc est, *quam distantiae basium* ²⁾ à lente ABCD. quod erat dem.

Quod si vero lentis crassitudo etiam consideretur, apexque trianguli post lentem effecti accuratius designandus sit, oportet dividere intervallum LD inter punctum L et superficiem lentis posteriorem, in V, ut sit LD ad DV ratio eadem quæ est refractionis, eritque punctum V apex quæsitus; quod quidem manifestum est ex prop [VI] ³⁾ quoniam superficiæ ADC particula inter radios decussatos intercepta tanquam plana hic censuri potest ⁴⁾.

PROPOSITIO [XXV] ⁵⁾.

Diaphanis duobus diversæ refractionis communi superficie inter se conjunctis, radius e minus refringente in id quod magis refringit penetrans, versus perpendicularem inclinatur eamque servat refractionis proportionem, qua differunt inter se proportionem utriusque diaphani in aere ⁶⁾.

Experimento constat cum aquæ aut alterius liquidi diaphani superficies lamina tenui vitrea terminatur, quemvis radium extrinsecus incidentem eodem modo intra subjacens liquidum deflecti, ac si nulla re interposita, tantum ad liquidi superficiem refractus fuisset. Hinc quoque fit ut in sphæra ex tenui vitro aqua plena, eadem refractiones animadvertantur, quæ in aquæ guttis, sphæræ formam habentibus ⁷⁾. Sciendum vero quod quantumvis tenui existente lamina vitrea duæ tamen ejus sunt superficies, totidemque propterea fiunt refractiones ac proinde laminam ejusmodi ut valde crassam considerari posse, nec tamen ob hoc alios fieri refractionum angulos.

(p. 71 du Tome présent) de la troisième partie de la Prop. XII. En effet, le rapport LD : DV correspond au rapport SA : AD de la figure 32. Or, d'après l'alinéa que nous venons de citer, on a $SA : SD = SQ : SC$, donc $SA : AD = SQ : QC$; mais puisque le point S, correspondant au point L de la figure 97, se trouve, dans le cas présent, très près du point A, le rapport $SQ : QC$ peut être remplacé par le rapport $AQ : QC$ qui est égal à l'indice de réfraction.

⁵⁾ Cette proposition et sa démonstration ont disparu du manuscrit de la Dioptrique. Nous les avons empruntées à la copie de Niquet. Elles ont fait partie, sans aucun doute, du manuscrit original de 1653. En effet, Huygens y renvoie dans un passage qu'on trouvera reproduit plus loin dans la note 4, p. 139 du Tome présent. Elles manquent toutefois dans l'édition de 1703 des „Opuscula postuma” par De Volder et Fullenius et de même dans celle des „Opera reliqua” par 's Gravesande.

⁶⁾ La rédaction de cette proposition pourrait donner lieu à des malentendus; mais d'après la démonstration qui va suivre il est clair que Huygens veut indiquer de cette manière la loi bien connue de la réfraction relative.

⁷⁾ Comparez les pp. 9 et 11 du Tome présent.

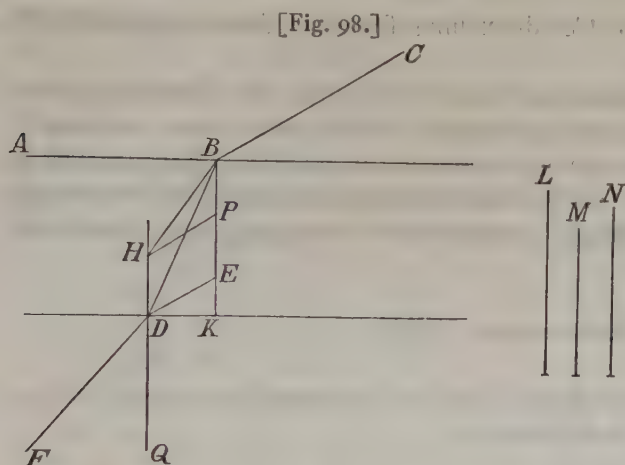
Soit donc donnée une lame de ce genre, dont les deux surfaces, vues de côté, soient représentées par les lignes parallèles AB et DK [Fig. 98]; supposons que la même surface DK limite aussi un autre corps transparent placé au-dessous d'elle et doué d'un pouvoir réfringent moindre. Soit CB un rayon qui se meut dans l'air et qui, après avoir été réfracté, suivra à l'intérieur du premier corps transparent la direction BD. Ce rayon passe ensuite dans le corps transparent inférieur et prend la direction DF; et, après avoir tiré BE et HDQ perpendiculaires aux surfaces DK et AB, on peut mener au rayon BC les parallèles DE et HP, BH étant parallèle à DF.

Or, comme l'expérience enseigne que la droite DF, ou la droite BH qui lui est parallèle, forme avec CB un angle égal à celui qui serait formé par le rayon incident et le rayon réfracté si CB était réfracté directement par un corps transparent semblable à celui qui se trouve au dessous de DK, il est évident que BH est plus éloignée que BD de la perpendiculaire BE. L'angle HBE est donc plus grand que l'angle DBE, mais l'angle FDQ est égal à l'angle HBE, et l'angle BDH à l'angle DBE. Par conséquent, l'angle FDQ est aussi plus grand que l'angle BDH. Donc, le rayon BD qui vient du corps transparent le plus réfringent et qui pénètre dans celui qui réfracte moins fortement, s'écarte de la perpendiculaire DQ. Réciproquement, DB est le rayon réfracté qui provient du rayon FD venant du corps transparent le moins réfringent. Il paraît donc que ce rayon réfracté se rapproche de la perpendiculaire DH, vu qu'on a démontré que l'angle HDB est plus petit que l'angle QDF.

Soit maintenant $L : M$ l'indice de réfraction du corps transparent ABKD par rapport à l'air, et $N : M$ celui du corps transparent qui se trouve au dessous de DK. Le rapport $L : M$ diffère donc du rapport $N : M$ par le rapport $L : N$, vu que $(N : M) \times (L : N) = L : M$. Il faut donc démontrer : $\sin FDQ : \sin BDH = L : N$.

Donc, comme BD, à l'intérieur du corps transparent ABKD, est le rayon réfracté provenant du rayon CB, et que DE est tracée parallèlement à cette même CB et rencontre la perpendiculaire BE en E, le rapport BD : DE sera d'après la prop. II¹⁾ égal à l'indice de réfraction du corps transparent ABKD par rapport à l'air, c'est-à-dire égal à $L : M$. Pareillement, comme la droite BH, parallèle à DF, forme avec le rayon BC le même angle que si elle représentait le rayon réfracté, provenant de BC, lorsque ce rayon tombe sur un corps transparent semblable à celui qui se trouve au dessous de DK, et comme HP est parallèle à BC, le rapport BH : HP sera, d'après la même prop. II, égal à l'indice de réfraction du corps transparent au dessous de DK par rapport à l'air, c'est-à-dire à $N : M$. D'où l'on tire, par conversion, $PH : HB = M : N$. Comme on a donc $BD : DE = L : M$, et DE (ou HP) : $HB = M : N$, on obtient, en combinant ces deux équations, $BD : BH = L : N$. Mais comme DB est à BH, ainsi est le sinus de l'angle

¹⁾ Voir la p. 15 du Tome présent.



Sit igitur lamina hujusmodi, cujus duæ superficies a latere inspectæ, referantur lineis parallelis AB, DK [Fig. 98] ac superficies quidem DK eadem quoque terminet diverſi generis ſubjectum diaphanum, quod minoris ſit refractionis. Feratur autem in aere radius CB, cujus intra ſuperius diaphanum refractione fit BD; inde vero inferiori ſe immittat ſecundum rectam DF; duc-

tiſque BE, HDQ, perpendicularibus ad ſuperficies DK, AB, ſint DE, HP parallelæ radio BC; BH vero parallela DF.

Quum igitur experimentum doceat rectam DF, ſive ei parallelam BH, ita inclinari ad CB, uti inclinaretur ipſius CB refractione intra diaphanum ſimile ei quod ſub DK; manifeſtum eſt BH minus ad perpendicularem BE accedere quam BD; hoc eſt, angulum HBE majorem eſſe angulo DBE, angulo autem HBE æqualis eſt FDQ, et angulo DBE æqualis BDH. Ergo et angulus FDQ major quam BDH. Radius igitur BD ex diaphano magis refringente in id quod minus refringit penetrans a perpendiculari DQ recedit. Eſt autem viciffim radij FD, ex diaphano minoris refractionis veniente, refractione DB. Ergo hanc ad perpendicularem DH accedere apparet, cum angulus HDB minor oſtenſus ſit quam QDF.

Sit jam proportio refractionis in aere diaphani ABKD, ea quæ L ad M, diaphani vero ſub DK ea quæ N ad M. Excedit itaque ratio L ad M rationem N ad M, ratione L ad N; quandoquidem ratio L ad N addita rationi N ad M componit rationem L ad M. Quare oſtendendum eſt ſinum anguli FDQ eſſe ad ſinum anguli BDH ſicut L ad N.

Quia ergo radij CB, intra diaphanum ABKD, refractione eſt BD, ipſi verò CB parallela ducta eſt DE, occurrens perpendiculari BE in E; erit ex prop. [II] ¹⁾ ratio BD ad DE eadem quæ refractiones metitur diaphani ABKD in aere conſtituti; hoc eſt, ea quæ L ad M. Eadem ratione, cum BH parallela DF, ita inclinetur ad radium BC ac ſi eſſet ejus refractione in diaphanum ſimile ei, quod ſub DK, incidentis; ſitque HP ipſi BC parallela; erit ex eadem prop. [II] ratio BH ad HP ſimilis ei quæ refractiones metitur diaphani ſub DK in aere exiſtentis, hoc eſt ea quæ N ad M. Unde et convertendo PH ad HB ſicut M ad N. Cum ſit igitur BD ad DE ut L ad M; DE vero ſive illi æqualis HP ad HB ut M ad N; erit ex æquo BD ad BH ut L ad N. Sicut autem DB ad BH, ita ſinus anguli DHB, ad ſinum anguli HDB, ſicut L ad N, quod erat oſtendendum.

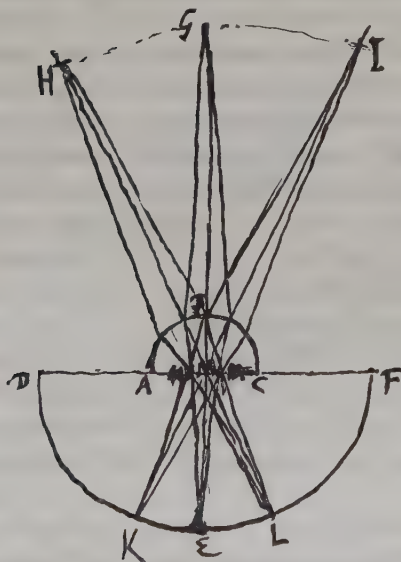
DHB à celui de l'angle HDB. Ces deux sinus font donc dans le rapport $L : N$; ce qu'il fallait démontrer.

Il résulte de ces considérations que sous l'eau l'indice de réfraction du verre est égal à $9 : 8$. En effet, si le corps transparent ABKD est en verre, on aura $L : M = 3 : 2$ ou $= 9 : 6$, parce que nous avons trouvé que telle est la grandeur de l'indice du verre par rapport à l'air¹⁾. Mais l'indice de réfraction $N : M$ du corps transparent sous DK fera, au cas que ce corps soit de l'eau, égal à $4 : 3$ ²⁾ ou à $8 : 6$. D'où l'on tire $L : N = 9 : 8$.

PROPOSITION XXVI.

Expliquer la construction de l'oeil et la manière dont se fait la vision³⁾.

[Fig. 99.]

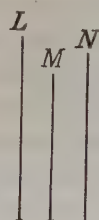
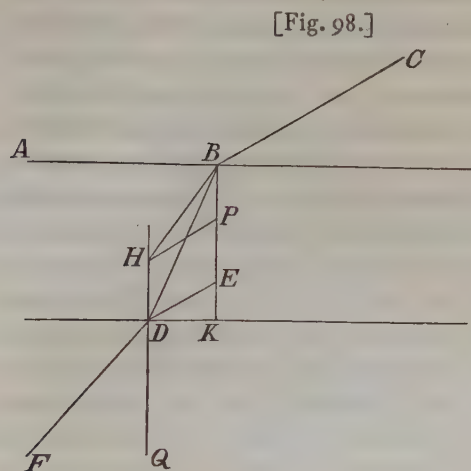


Après avoir bien réfléchi à ce que nous avons démontré à la proposition XXII, il ne ferait pas absurde de supposer que l'oeil aurait pu être construit de la façon suivante. La figure d'un hémisphère aurait pu être donnée à sa partie extérieure ABC, laquelle doit être transparente partout, et le fond de l'oeil aurait pu avoir également la forme d'un hémisphère DEF, opposé au premier, mais concentrique avec lui, le rayon ME étant pris égal à trois fois le rayon MB du plus petit hémisphère; ensuite toute la cavité DABCFED aurait pu être remplie d'une humeur aqueuse. Car de cette façon les rayons émanant de points H, G, I quelconques faisant partie d'objets fort éloignés pourraient se réunir, après avoir été réfractés à la surface ABC, en autant de points de l'hémisphère concave DEF; ceux

qui proviennent de G en E, ceux qui partent de H et de I en L et en K respectivement *. Mais comme la façon dont une surface sphérique rassemble les rayons n'est pas suffisamment parfaite, excepté seulement pour les rayons qui se meuvent dans le voisinage immédiat de l'axe il fallait remédier à cet inconvénient, ce qui pouvait fort bien se faire en couvrant toute la base AC du plus petit hémisphère à l'exception de la partie près du centre M, où il fallait laisser une ouverture de gran-

¹⁾ Consultez la p. 13 du Tome présent.

²⁾ Voir la p. 11 du Tome présent.



Ex his manifestum fit proportionem refractionis vitri sub aqua esse eam quæ novem ad octo. Si enim diaphanum ABKD sit vitrum, erit L ad M ut 3 ad 2, five 9 ad 6, quia hanc invenimus esse proportionem refractionis vitri in aere ¹⁾. Diaphani autem sub DK, siquidem aqua fuerit, refractionis proportio, hoc est N ad M, erit ea quæ 4 ad 3 ²⁾, five 8 ad 6. Unde fit L ad N ut 9 ad 8.

[PROPOSITIO XXVI.]

Oculi constructionem et quæ fit videndi ratio explicare ³⁾.

Perpensis ⁴⁾ quæ superius Prop. [XXII] exposuimus, videatur hoc modo non absurde oculum fabricari potuisse; nempe hemisphærij figuram tribuendo parti ejus exteriori ABC [Fig. 99], quæ tota sit pellucida. fundum vero oculi alterum hemisphærium faciendo DEF, priori oppositum, sed idem centrum habens, semidiametrum vero ME triplam ponendo semidiametri MB minoris hemisphærij; ac totam deinde cavitatem DABCFED aqueo humore replendo. Hoc pacto enim radij, à quibuslibet rerum procul positarum punctis manantes ut H, G, I, fractique in superficie ABC, ad totidem puncta cavi hemisphærij DEF collecti fuissent; nempe qui ex G in E, qui ex H in L, qui ex I in K *. Quoniam autem ⁵⁾ [Prop. XXII.] non satis perfecta est, quæ fit a spherica superficie, radiorum collectio, nisi eorum tantum qui axi proximi incedunt; oportune remedium ei rei adhiberi poterat, obvelando totam hemisphærij minoris basin AC, præterquam circa centrum M,

³⁾ Plus tard Huygens est revenu plus d'une fois sur la construction de l'oeil et la théorie de la vision; consulter là-dessus la „Table des matières” du Tome présent, sous les articles: „Conformation de l'oeil” et „Théorie de la vision”.

⁴⁾ La copie de Niquet et la leçon primitive donnent: „In mentem revocando”.

⁵⁾ Voir le premier et le second alinéa non en italique de la démonstration de cette Proposition, p. 113 du Tome présent. D'après la construction indiquée dans ces alinéa's le rapport des rayons ME : MB doit égaier $1 : (n - 1)$, c'est-à-dire, dans le cas de l'eau, $1 : \frac{1}{3}$.

deur convenable. Car ceci vaut beaucoup mieux que de couvrir la surface extérieure ABC en laissant une ouverture autour du point B, vu qu' alors la surface ABC n'aurait pas été aussi propre à recevoir les rayons venant des points H et I qu' à recevoir ceux qui viennent de G, tandis que, l'ouverture étant auprès de M, elle est également propre à recevoir tous les rayons nommés. De prime abord cette construction de l'oeil pourrait donc sembler convenable. Nous verrons cependant plus loin que la providence de l'auteur suprême y a sagement apporté quelques changements et y a aussi ajouté certaines choses nécessaires, quoique, en faisant cela, elle se soit servie de procédés si subtils qu'il ne nous est pas donné de comprendre son œuvre dans tous ses détails. Le premier changement est le suivant. L'auteur suprême n'a pas voulu faire usage de tout l'hémisphère ABC; il en a conservé la partie supérieure, mais en a beaucoup ôté aux côtés, sans toutefois diminuer par là l'étendue du champ que l'oeil embrasse d'un seul regard. La raison qu'il avait pour ôter cette partie de l'hémisphère ABC était celle-ci: il voulait également enlever une partie de l'hémisphère DEF, en ramenant vers l'intérieur les points D et F et leur entourage, et il désirait de cette façon donner à l'oeil une forme qui se rapprochât le plus possible de la forme sphérique. Car il voulait que l'oeil fût mobile et pût tourner de tous les côtés dans la cavité qui le contient. Il lui donna donc une forme extérieure telle qu'elle a été indiquée dans la deuxième figure ci-jointe [Fig. 100], laquelle représente l'oeil humain coupé par un plan passant par l'axe. Les dimensions de toutes les parties y ont été doublées pour les rendre mieux visibles.

Dans cette figure la partie transparente de la cornée est ABC; le reste AXYC, qui compose la tunique extérieure de l'oeil, est de plus faible courbure et opaque. Au dedans de cette tunique les anatomes en distinguent deux autres, dont l'intérieure est appelée rétine; elle est formée d'un tissu de fibres extrêmement fines du nerf optique VT, et présente une couleur blanchâtre auprès du fond KEL de l'oeil. Il faut savoir de plus que l'auteur a rempli la cavité de l'oeil non pas d'un seul fluide, mais de trois fluides différents; dont celui qui est contenu dans l'espace ABCFNORDA est tout-à-fait fluide, tandis que celui qui se trouve dans l'espace DRPNFLKD est un peu plus épais comme l'albumine d'un oeuf. Quant au troisième qui forme une petite lentille RONP adhérente au deuxième fluide et attachée par des filaments DR, NF, étendus tout autour d'elle, il est en quelque sorte dur, comme du blanc d'oeuf bouilli, mais en même temps parfaitement transparent comme les deux autres. Il diffère aussi de ces deux autres par son indice de

¹⁾ La copie de Niquet et la leçon primitive donnent: „divinam”.

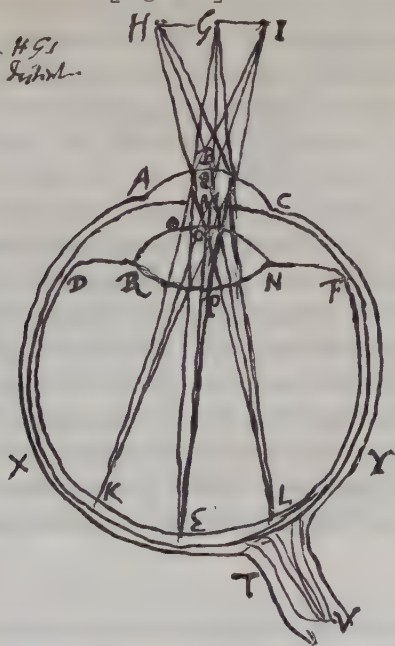
²⁾ „per omnia”, l. c.

³⁾ Au lieu de la partie en italique qui suit, la copie de Niquet et la leçon primitive donnent: „cum non opus esset uno obtutu tantum spacij oculo comprehendi. Praesertim vero eo fine, ut et ab hemisphaeris DEF, partes circa D et F auferret, atque ita

ubi foramen modicum relinquendum erat. Hoc enim multo melius quam si exterior superficies ABC contegatur, relicto circa B foramine; quia tunc superficies ABC non æquè benè comparata fuisset ad excipiendos radios a punctis H et I venientes atque ad illos ex G, ad quos omnes nunc eodem modo sese habet, facto foramine ad M. Hæc igitur oculi constructio non aliena primà fronte censerì posset: in qua tamen aliqua prudenter mutasse *summi opificis* ¹⁾ providentiam, aliqua etiam necessario addidisse, deinceps videbimus, etsi adeo subtili ratione in his versata sit, ut non *in omnibus* ²⁾ artificium ejus assequi liceat. Ac primum quidem non totum hemisphærium ABC adhibere voluit, sed, retenta parte superiori, circa latera multum abstulit, *neque* ³⁾ *eo tamen spatium quod uno obtutu visus comprehendit angustius effecit. Causa autem auferendi erat ut et hemisphærij DEF partes circa D et F introrsum reduceret, atque ita oculum ad sphaeræ rotunditatem, quatenus id fieri posset, formaret.* Volebat enim mobilem esse *ut in* ⁴⁾ *cavo quo continetur quaquaversum convolvi posset* ⁴⁾. Figuram igitur exteriorem dedit hujusmodi qualem schema hoc alterum exhibet [Fig. 100], quod oculum hominis per axem dissectum refert, duplicata omnium magnitudine quo clarius pateant.

[Fig. 100.]

puncta HGI
angulus IGH



Hic corneæ pars pellucida est ABC reliqua *majoris sphaeræ* ⁵⁾ et opaca AXYC, quæ exteriorem oculi tunicam componit. Intra hanc duas alias anatomici distinguunt, quarum intima ex tenuissimis nervi optici VT fibris contexta, ac circa fundum oculi KEL albescentes, retina dicitur. Cæterum cavitatem oculi non uno liquore, sed tribus inter se diversis complevit; quorum qui spatio ABCFNORDA continetur plane fluidus est, qui vero spatio DRPNFLKD paulo crassior instar ovi albuminis. tertius autem qui lenticulam constituit RONP, secundo liquori adhærentem, et filamentis, DR, NF circum undique extentis affixam, durus quodammodo, sicut albumen igni coctum; verum pellucidus plane, uti reliqui duo. Differt autem ab illis etiam refractione, quam aliquanto majorem habet, unde

rotius oculi formam ad sphaericam rotunditatem quatenus fieri posset reduceret."

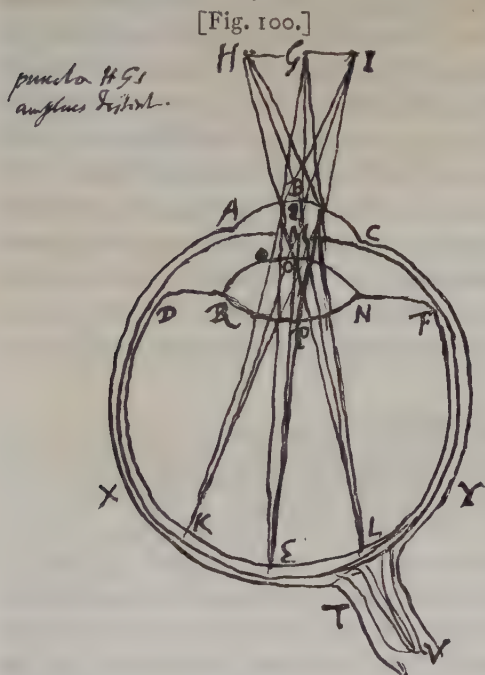
⁴⁾ „inque" et „posse", l. c.

⁵⁾ „magis convexa", l. c.

réfraction, qui est un peu plus grand; d'où il résulte que les rayons venus du dehors des points H, G, I et qui convergeaient déjà après avoir été réfractés à la surface ABC de la cornée, souffrent de nouveau une faible réfraction aux deux surfaces de la lentille OP. Cette réfraction les fait converger encore un peu davantage, de telle manière qu'ils forment l'image des points H, G, I d'où ils sont venus en autant de points L, E, K situés au fond de l'oeil. Et il est possible que cette seconde réfraction produite par la lentille RN suffise pour donner aux rayons une direction telle que la surface concave KEL puisse servir à recevoir l'image des objets. Si cette réfraction n'existait pas, la surface KEL devrait faire partie d'une sphère plus grande telle qu'elle a été représentée dans la figure précédente. Mais il existait une autre raison plus forte pour faire usage de cette lentille: il fallait rendre l'oeil capable de distinguer les objets lointains aussi bien que les objets situés à faible distance; laquelle propriété faisait défaut à cet oeil imaginé par nous, dont nous avons parlé plus haut. Or cela peut être obtenu de deux manières; d'abord en diminuant la distance entre la surface de la cornée et la dite lentille lorsque nous voulons regarder des objets situés à faible distance; et en second lieu en donnant à la lentille une forme un peu plus convexe; ou aussi en combinant les deux moyens. S'il est vrai que la lentille se rapproche de la cornée, ce mouvement doit être le résultat d'une pression exercée par les muscles sur les surfaces latérales de l'oeil et en même temps sur le liquide vitreux auquel la lentille RN adhère, comme nous l'avons dit. Mais ¹⁾ si nous admettons que la lentille change de forme et devient plus convexe lorsque nous regardons des objets rapprochés, il semble qu'il faut en chercher la cause dans une détente des filaments DR, NF due à la pression exercée sur l'oeil par les muscles: la tension de ces filaments, agissant partout sur la lentille, lui donnait auparavant une forme plus plate. Mais, comme je l'ai déjà dit, il est possible aussi que les deux causes agissent simultanément. De plus, la providence a placé la pupille M non pas, comme nous l'avons fait plus haut, au centre de la surface convexe ABC, mais un peu plus près d'elle. La raison de ce déplacement nous semble incertaine. Il est possible toutefois que ce changement ait pu contribuer aussi quelque peu à rendre la surface KEL de la rétine, possédant sa courbure actuelle, apte à recevoir les images, tandis que autrement elle aurait dû faire partie d'une plus grande sphère. Je trouve que le diamètre AL de la sphère entière est environ la douzième partie d'un pied de Leyde ²⁾

¹⁾ Voici la rédaction primitive de la partie du texte qui va suivre. Elle fut biffée depuis et remplacée par celle du texte avant que la copie de Niquet fut faite, où déjà on ne la retrouve plus: „et si non satis apparet quo recessurus sit interea aqueus humor qui spatium inter corneam lentemque hanc interjectum omne complet, nisi aliquatenus inter tunicas oculi sese insinuare putetur. Rursus si figuram mutare lens dicatur necesse est igitur presso à musculis oculo remitti filamenta DR, NF, quæ prius undique eam tendentia planiorem efficiebant. Attamen contentionem

fit ut radij, qui extrinsecus a punctis H, G, I, venientes, atque in corneæ superficie ABC fracti, jam convergebant, exiguum iterum refractionem patiantur in utraque lentis OP superficie; qua quidem paulo magis adhuc convergunt, atque ita ut in totidem punctis L, E, K, in fundo oculi referant illa, unde venerunt,



puncta H, G, I. Ac fortasse quidem, secunda illa refractione in lente RN, ita radij diriguntur ut recipiendæ rerum picturæ apta jam sit cavitas superficiei KEL, quæ alioqui e majori sphæra esse deberet, sicut in priori figura effecta fuit. Verum et alia major fuit necessitas adhibendæ lentis hujus, nempe ut ejus auxilio æque ad res longinquas, ac in proximo fitas, oculus adaptaretur; quod in nostro illo superius exposito oculo deerat. Hoc autem fieri potest duobus modis, ut vel accedat propius ad corneæ superficiem dicta lens cum res prope positæ contuendæ sunt, vel ut in formam paulo convexiorem colligatur; vel etiam ut utrumque accadat. Quod si accedit ad corneam, id fieri oportet prementibus oculi latera musculis, atque una humorem vitreum cui lens RN inhærere dicta est. At si ¹⁾ figuram mutare lens eadem dicatur,

rotundiorque fieri cum ad res prope admotas respicimus, videtur presso à musculis oculo remitti filamenta DR, NF, quæ prius undique eam tendentia planiorem efficiebant. Poteest autem, *ut jam dixi*, et utrumque horum simul fieri. Porro pupillæ M locum, non ita ut nos supra, in centro convexitatis ABC statuit, sed propius paulo illi admovit, incertum qua de causa, nisi quod et hoc aliquid facere potest, quo superficies retinæ KEL, ea qua nunc est cavitate, apta sit recipiendis imaginibus, cum alioqui amplioris sphæaræ esse debuisset. Diameter sphæaræ totius AL invenio unciam circiter esse pedis nostri Lugdunensis ²⁾,

oculi nullam sentimus cum ad res longinquas respicimus, maximè vero cum ad valde propinquas. In his igitur quid secuta sit natura haud facile est dicere, quæ tamen alterutro ex his modis utitur, vel utrumque adhibet. Porro, etc,

²⁾ Le pied en usage à Leyde était le „pied de Rhijnland” ou „pied du Rhin,” divisé en 12 pouces. D'après van Swinden (voir la p. 23 de ses „Tables de Comparaison entre les Mesures hollandaises de longueur et le Mètre, avec l'instruction nécessaire sur ces mesures, Amsterdam, 1812”) l'étalon original en est perdu depuis longtemps. Par décret du 18 février 1808 le Roi de Hollande a établi exclusivement pour unité de la Mesure du Rhin la verge de fer qui se

qui est à peu près le même que l'ancien pied des Romains ¹⁾; et que le diamètre de la sphère dont la cornée ABC fait partie est égal à $\frac{3}{2}$ pouce. Quant à la pupille M, sa largeur n'a pas de dimension fixe: en effet, comme tout-le-monde peut s'en assurer par l'expérience, cette largeur est d'autant plus grande que la lumière qui éclaire l'oeil a une moindre intensité, et la vue d'un objet vivement éclairé suffit pour causer sa contraction. Le même phénomène se passe lorsque nous tâchons de regarder des objets placés près de l'oeil. C'est avec un art merveilleux que la pupille a été construite de manière à rester toujours ronde lorsque sa grandeur change. Mais l'examen de ces propriétés de l'oeil ne fait pas partie de notre plan. Nous tâcherons encore moins de répondre à la question de savoir comment l'image des objets visibles qui se forme au fond de l'oeil, parvient de là à notre cerveau et à notre esprit, comment, étant renversée, elle nous fait cependant voir les objets debout, et comment il se fait, qu'en regardant avec les deux yeux, nous ne voyons pas les objets doubles. D'ailleurs, toutes ces questions sont à mon avis trop obscures pour que des mortels, quels qu'ils soient, puissent en trouver la solution.

PROPOSITION XXVII.

Porter secours aux yeux des vieillards et des myopes
à l'aide d'une lentille en verre.

D'après l'explication que nous avons donnée de la construction de l'oeil et des conditions de la vision, il est facile de conclure ensuite en quoi la condition des yeux de ceux qui, comme les vieillards, ne voient distinctement que les objets éloignés, s'écarte de la condition ordinaire; et de même pour ceux qui ne distinguent que les objets fort rapprochés, savoir les myopes. Car comme le point de concours des rayons qui viennent d'un objet peu éloigné est nécessairement à plus grande distance de la surface extérieure de l'oeil que celui de ceux qui viennent d'un point fort distant, une image parfaite d'un objet fort distant et celle d'un objet peu éloigné ne pourront être formées dans le même oeil à moins que celui-ci ne soit doué de la faculté de pouvoir changer quelque peu la forme ou la position du liquide crySTALLIN, et de s'ajuster de cette manière tantôt aux objets rapprochés tantôt aux objets éloignés. C'est pourquoi il est certain que ceux dont les yeux sont également bons pour toutes les distances, ont reçu des yeux qui possèdent cette propriété. Mais les yeux des vieillards, et aussi ceux de bien des gens qui ne sont pas encore âgés, sont plus rigides et moins mobiles à l'intérieur; chez eux, seuls les rayons qui viennent de loin ou pour le moins d'une distance de deux ou trois pieds, se réunissent exactement sur la surface intérieure au fond de l'oeil. Au contraire les myopes, autrement dit ceux qui ont la vue

trouvait alors à l'Académie de Leyde, de laquelle le professeur Lulofs s'était servi dans le siècle précédent pour déterminer la longueur du pendule simple à Leyde et qu'il a décrite à la p. 438 du troisième volume des Mémoires de la Société Hollandaise des Sciences à Harlem; verge qui

qui pene idem est ac vetus Romanorum ¹⁾); uncia vero tres quintas habet diameter convexitatis corneae ABC. Pupillae M latitudo certam mensuram non habet; est enim, uti quisvis experiendo explorare potest, major cum minor lux oculo affulget: *soloque* ²⁾ lucidae rei aspectu contrahitur, vel item cum ea quae prope oculo admoventur intueri conamur. Insigni autem artificio ita fabricata est ut, mutata magnitudine, semper sibi constet rotunditas. Sed in hæc inquirere non est nostri instituti, multoque minus quomodo quae in fundo oculi pictura visibilium formatur, inde ad cerebrum mentemque nostram perferatur, cumque inversa sit rectas tamen res nobis videri faciat, utque oculis duobus, non tamen duplices. quae et obscuriora omnia arbitror, quam ut mortalium ulli perveſtigari queant.

[PROPOSITIO XXVII].

Senum et myopum oculis auxilium comparare lente vitrea.

Ex his ³⁾ quae de constructione oculi ac videndi ratione explicuimus, facile est *porro colligere* ⁴⁾ quomodo affecti esse debeant oculi eorum qui tantum remota distincte cernunt, ut senes; vel qui tantum proxima, ut myopes. Cum enim radiorum e propinquo puncto venientium concursus necessario longius abſit a summa oculi superficie quam eorum qui a longe remoto adfluunt, non poterit et longinquae rei et propinquae in eodem oculo perfecta imago depingi, nisi ea facultate praeditus sit ut humoris crystallini vel figuram vel situm aliquatenus immutare possit, atque ita nunc ad has nunc ad illas res se accommodet. Quare quibus ad omnia aequae oculi valent, ijs tales obtigisse certum est. Senibus vero *ac multis quoque citra senectutem* rigidiores sunt, parumque intus mobiles, quibus proinde tantum qui à longinquo veniunt radij, aut certe à duorum vel trium pedum intervallo, accuratè in fundo oculi coguntur. At myopes seu luscitiosi propinqua omnia,

fut trouvée égale à 3,767358 Mètres. Le pied en est la douzième partie, ou 0,3139465 M. L'auteur, van Swinden, adopte cette valeur „quoique” dit-il „ci-devant j'eusse déterminé, d'après les mesures de M. Lulofs lui-même, le Pied du Rhin de 0,3138216 M.”

Nous ne savons pas de quelle manière les mesures mentionnées par Huygens ont été obtenues.

¹⁾ Les étalons qui se conservaient à Rome dans le temple de Juno Moneta n'ont pas été conservés. On en possède toutefois de nombreuses copies. Elles donnent pour le pied romain (pes monetalis) une valeur moyenne de 0,2957 M. (R. Lepsius, „Die Längenmaasse der Alten, Berlin 1884”, p. 44).

²⁾ La copie de Niquet et la leçon primitive donnent „solius”.

³⁾ „Intellectis”, l. c.

⁴⁾ „inde colligere est”, l. c.

faible, voient clairement tous les objets rapprochés pourvu qu'ils ne soient pas à une distance supérieure aux deux tiers d'un pied et même moins, d'où il suit qu'ils peuvent peut-être accommoder un peu la forme de leurs yeux aux distances diverses des objets visibles, mais non pas jusqu'au point de réunir en un même point de la rétine des rayons incidents parallèles ou venant d'un objet situé à grande distance. Mais, à cause d'une trop grande convexité, ils réunissent ces rayons avant qu'ils n'aient atteint le fond de l'oeil. Et ce qui rend la vérité de ces propositions manifeste, c'est précisément le fait que le défaut, tant des uns que des autres, peut être corrigé en approchant de l'oeil des lentilles d'une certaine forme. Car une lentille concave diminue la trop grande convexité chez le myope, l'oeil du presbyte au contraire est corrigé par une lentille convexe. Pour trouver la forme la plus efficace des lentilles pour les yeux de chaque homme, il faut d'abord examiner la constitution de ces yeux et la mesure de leur défaut. C'est ce qu'on peut faire de la façon suivante.

Si l'on veut porter secours à un vieillard, il faut éloigner lentement de ses yeux un objet visible quelconque, jusqu'au moment où il commence à l'apercevoir distinctement et sans effort, et noter cette distance, parce qu'elle détermine avec certitude la constitution de sa vue. Car si l'on a trouvé une longueur AB [Fig. 101] pour la dite distance et que celui auquel cette distance se rapporte et qui est placé en A, tâche de voir un point C plus rapproché; il arrivera bien que, lorsqu'il dirige le regard de ses deux yeux vers C, un petit changement a lieu à l'intérieur d'eux par rapport à la disposition qui leur servait à regarder au loin, mais néanmoins ils ne parviendront à voir distinctement que les objets situés à la distance AB. Il leur faut donc une lentille qui, placée devant l'oeil, change la direction des rayons qui viennent du point C de telle manière qu'ils semblent provenir du point B. Prenons donc un point O tel qu'on ait $BC : CA = CA : CO$. Alors la distance entière AO fera le rayon de la surface d'une lentille en verre ⁵⁾ de forme symétrique qui satisfera au problème. Et toute lentille de forme quelconque ayant AO pour distance focale y satisfera également.

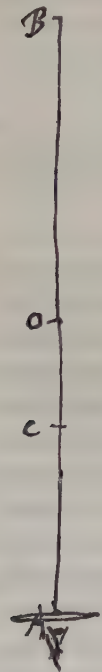
En effet, comme on a, en vertu de la construction, $CO : CA = CA : CB$, et que CO et CB sont situées du même côté du point C, tandis que O est le foyer de la lentille située en A, il s'ensuit de la proposition XX ⁶⁾ que les rayons qui émanent du point C, sont réfractés par la lentille en A de telle manière qu'ils semblent provenir du point B. C'est pourquoi, pour l'oeil dont nous parlons, chaque objet éloigné à une distance AC sera clairement aperçu à l'aide de lentilles de ce genre.

D'autre part, s'il faut construire pour un myope une lentille qui lui permette de bien discerner les objets éloignés, il suffit de chercher la plus grande distance à laquelle il voit distinctement un objet qu'on approche de lui; cette distance sera précisément la longueur du rayon de la surface sphérique en forme de laquelle il

¹⁾ „unius”, l. c.

dummodo non ultra certum terminum, puta pedis *duas tertias*¹⁾ aut etiam minus, recefferint, distinctè conspiciunt; unde *parumper forsan*²⁾ formam oculorum *accommodare possunt diversis visibilium distantijs*³⁾, sed non eousque ut radios parallelos, sive a procul distita re venientes, in retina ad punctum colligant. Sed ob nimiam convexitatem ante eos colligant quam ad *oculi fundum*⁴⁾ perve-

[Fig. 101.] nerint. Et hæc quidem ita se habere *eo ipso* manifestum est, quod vitium utrumque, admotis oculo certæ figuræ lentibus, emendari potest. Myopi enim nimiam convexitatem minuit lens cava, presbytis vero convexa contraria ratione medetur. Quarum itaque lentium figura ut cujusque oculis quam aptissima inveniatur, primùm constitutio eorum et defectus quantitas hoc modo exploranda est.



Si feni auxilium quærat, visibile aliquod paulatim ab oculis ejus remove oportet, quo ad primum distinctè illud absque incommodo suo cernat; atque eam distantiam signare, quia visus constitutionem certo determinat. Si enim dicta distantia sit inventa AB [Fig. 101], atque is ad quem pertinet positus in A, conetur videre punctum propinquum C; fiet, dirigendo oculum utrumque ad C, ut simul utrique intrinsecus quidem aliquantum mutantur ab ea dispositione quam habebant ad longinqua conspiciendum, sed hoc tantummodo consequentur ut distinctè contueantur ea quæ sunt ad distantiam AB. Itaque lente ejusmodi opus est, quæ oculo admota radios ex C puncto venientes inflectat quasi veniant ex B. Sit igitur ut BC ad CA ita CA ad CO. Eritque tota AO semidiameter superficiiei lentis vitreæ⁵⁾ utrinque æqualiter convexæ, quæ propositum efficiet. Vel idem quoque efficiet lens quævis quæ focum seu punctum concursus parallelorum habebit ad distantiam AO.

Quia enim, ex constructione, CO est ad CA ut CA ad CB; suntque CO et CB ad eandem partem puncti C; O vero punctum concursus parallelorum lentis in A; sequitur ex propof. [XX]⁶⁾ radios a C puncto manantes, post refractionem in lente A, ita flecti ac si venirent ex B. Quare oculo illi quem diximus, cuncta intervallo AC remota, ejusmodi lentium ope distinctè percipiuntur.

Rursus si myopi comparandum sit conspiciendum quo longinqua perfecte discernat, quærenda est tantum distantia maxima, *ex qua*⁷⁾ visibile admotum videat

²⁾ „non nihil quidem”, l. c.

³⁾ „immutare eos, ac diversis distantijs aptare apparet”, l. c.

⁴⁾ „retinam”, l. c.

⁵⁾ C'est-à dire d'une lentille pour laquelle l'indice de réfraction est égale à $\frac{3}{2}$. Consultez à ce propos les dernières lignes de la prop. XVI, p. 89 du Tome présent.

⁶⁾ Voir la p. 99 du Tome présent.

⁷⁾ „ad quam”, l. c.

faut construire les deux surfaces concaves de la lentille en verre. Ou, si l'on désire qu'elle soit concave d'un côté seulement et plane de l'autre, il faut que le rayon de la surface concave soit la moitié du rayon précédent. Car chacune de ces lentilles, placée devant son oeil, aura pour effet de réfracter les rayons incidents parallèles (car on estime parallèles les rayons qui viennent de points fort éloignés) de telle manière qu'ils semblent provenir du foyer de la lentille, dont la distance à l'oeil sera précisément celle à laquelle il voit distinctement, comme cela résulte des propositions XV et XVII ¹⁾.

PROPOSITION XXVIII.

Trouver une lentille en verre qui permette de voir clairement aux personnes placées sous l'eau.

Il est certain que ni les poissons tirés de l'eau ni les autres animaux submergés dans l'eau ne peuvent voir distinctement quoi que ce soit ²⁾. Car quant aux yeux de ces derniers, vu que le liquide aqueux qui se trouve au-dessous de la cornée possède environ le même indice de réfraction que l'eau, comme cela a été trouvé par expérience, il s'ensuit nécessairement que, lorsqu'ils sont submergés, aucune réfraction des rayons incidents ne se produit à l'entrée de l'oeil. Le fait que le pouvoir réfringent de la cornée elle-même a une valeur différente, n'a aucune influence car puisque ses deux surfaces sont parallèles, et qu'elle se trouve entre deux milieux transparents de même pouvoir réfringent, elle transmettra tous les rayons sans changement de direction appréciable. Par conséquent, les rayons qui, lorsque l'oeil se trouvait hors de l'eau, étaient réfractés à la surface de la cornée et se dirigeaient de là en convergeant vers le liquide cristallin, atteindront maintenant ce dernier en suivant des routes parallèles; et le pouvoir réfringent du liquide cristallin ne sera pas suffisant pour les amener, comme d'habitude, à se réunir au fond de l'oeil, mais leur point de concours sera situé plus loin: de là la vision confuse. D'autre part dans l'oeil des poissons il y aura hors de l'eau une forte réfraction à la surface extérieure, réfraction qui sous l'eau était nulle ou du moins beaucoup plus faible, et ainsi dans leurs yeux le concours des rayons aura lieu avant que ceux-ci n'aient atteint le fond. Il en résulte qu'ils ne pourront rien voir si ce n'est confusément. Mais pour corriger la vision d'un homme sous l'eau, il faut trouver une lentille qui, placée devant l'oeil, transmette les rayons au liquide cristallin en les faisant converger autant que lorsqu'ils ont été réfractés à la surface extérieure de l'oeil chez ceux qui se trouvent en-dehors de l'eau. Ce problème est facile à résoudre ³⁾, vu que nous savons que l'indice de réfraction du verre par rapport à l'eau a la valeur $\frac{4}{3}$ (en effet, cet indice est le pro-

¹⁾ Voir les pp. 83 et 89 et surtout le dernier alinéa de la p. 93 du Tome présent.

distinctè, atque ea ipsa erit longitudo semidiametri sphaeræ secundum quam ab utraque parte lentem vitream excavare oportet. Vel si ab altera tantum parte cava, ab altera plana desideretur oportet ejus cavitatis semidiameter sit prioris subdupla. Quævis enim harum lentium oculo admota efficiet ut radij incidentes paralleli (tales enim censentur a longinquis punctis venientes) inflectantur tanquam venirent a puncto dispersus, cujus distantia ab oculo erit eadem, quæ illi distinctè videndi mensura erat, ut apertum est ex propof. [XV et XVII] ¹⁾.

PROPOSITIO [XXVIII].

Lentem vitream invenire qua sub aquis positi distincte videant.

Certum est nec pisces ex aqua extractos, nec animalia cætera sub aquam demersa, distinctè quidquam cernere posse ²⁾. In horum namque oculis, quoniam humor aqueus, qui corneæ tunicæ subjacet, *fere* ³⁾ eandem aquæ refractionem habet, sicut experientia compertum est, necesse est sub aquam merfis nullam in primo oculi introitu fieri radiorum extrinsecus incidentium refractionem. nec refert quidem an corneæ ipsius refractionis diversa sit, quia cum duabus superficiebus constet parallelis, atque utrimque æqualis refractionis diaphano tangatur, radios omnes quasi rectos transmittit. Radij itaque qui, oculo extra aquam posito, ad corneæ superficiem refracti, inde jam convergentes tendebant ad humorem crystallinum, ij nunc in eum paralleli deferentur; neque sufficit humoris crystallini refractionis ad cogendos eos in fundo oculi, sicut solet, sed ulterius situm erit eorum concursus punctum, unde videndi confusio. Piscibus autem, extra aquam, magna continget in exteriori oculo refractionis, quæ sub aquis vel nulla erat, vel certe multo minor. Atque ita in eorum oculis concursus radiorum fiet antequam ad fundum pervenerint, unde nihil nisi confuse conspiciere eos posse consequitur. Cæterum hominis visus sub aqua ut emendetur, ejusmodi lens invenienda est, quæ oculo admota radios æque convergentes ad humorem crystallinum transmittat, atque a superficie oculi exteriori venire solent extra aquam agentibus. Quod quidem facile ⁴⁾ *est, cum refractionis vitri sub aqua sciamus eam esse proportionem*

²⁾ Huygens, à une époque postérieure, a ajouté ici en marge: Videndum de amphibijs, crocodilo, Hippopotamo, ranis." De plus il a marqué sur une petite pièce séparée: „Urinatores sub aqua vident quidem, sed distincte videre nequeunt; at eo fere modo quo fenex cum lentem valde cavam oculo apponit".

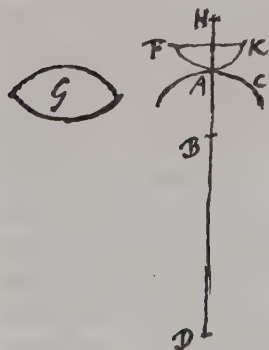
³⁾ La copie de Niquet et la rédaction primitive donnent: „pene".

⁴⁾ Au lieu du passage, en italique au côté latin, qui va suivre, la copie de Niquet et la rédaction primitive donnent: „erit cum refractionem vitri sub aqua jam cognoverimus, cujus proportio erat quæ 9 ad 8 [voir le dernier alinéa de la Prop. XXV, à la p. 129 du Tome

duit de l'indice du verre par rapport à l'air, qui a la valeur $\frac{3}{2}$, et de l'inverse de l'indice de l'eau par rapport à l'air qui a la valeur $\frac{3}{4}$. Car cela s'accorde avec l'expérience ¹⁾ et aussi avec la théorie physique que nous avons exposée dans le *Traité de la Lumière* ²⁾. Suivant cette théorie, le rapport de la vitesse de la lumière dans l'eau à celle dans l'air étant pris égal à $\frac{3}{4}$, et celui de la vitesse dans l'air à la vitesse dans le verre à $\frac{3}{2}$, il faut conclure que la vitesse dans l'eau est à celle dans le verre comme 9 est à 8), et que nous connaissons le rayon de courbure de la cornée à l'endroit où elle est transparente. En effet, c'est une partie d'une surface sphérique dont le diamètre est égal à $\frac{3}{5}$ pouce de notre pied ou du vieux pied romain, comme nous l'avons indiqué dans la description de l'oeil ³⁾.

Soit donc AC [Fig. 102] la surface convexe extérieure de l'oeil, et AB son rayon. Admettons que l'indice de réfraction du liquide aqueux est égal à celui de l'eau, c'est-à-dire $\frac{4}{3}$ ⁵⁾. Si nous prenons donc BD égale à trois fois le rayon AB, il est certain que les rayons parallèles, l'oeil étant hors de l'eau, sont réfractés de telle manière à la surface AC qu'ils doivent se réunir après avoir parcouru la distance AD ⁷⁾. Mais lorsque l'oeil est submergé, aucune réfraction ne se produit à la surface AC; il faut donc placer devant cette surface une lentille en verre qui par sa

[Fig. 102.]



réfraction sous l'eau puisse réunir au point D les rayons parallèles à l'axe AB. Soit FAK cette lentille ayant une surface plane tandis que l'autre, qui doit être à fort petite distance de l'oeil, est convexe et a un rayon HA. Si donc par cette lentille les rayons incidents parallèles sont réunis au point D, le rapport HD : DA fera égal à l'indice de réfraction, comme cela résulte de la prop. XIV ⁸⁾. Or cet indice, celui du verre placé dans l'eau, est égal à $\frac{9}{8}$. Par conséquent HD : DA = 9 : 8, et, par partage, HA : AD = 1 : 8. Mais DA : AB = 4 : 1 ou = 8 : 2. Donc, en combinant les deux proportions, HA : AB = 1 : 2. Or, AB était de $\frac{3}{5}$ pouce. Par conséquent HA est de $\frac{3}{10}$ pouce, et la forme de la lentille FAK est

donc connue. Mais si, au lieu d'elle, nous en désirons une autre G également convexe des deux côtés, il paraît que ses deux surfaces auront la même convexité que la surface AC de la cornée; c'est-à-dire qu'elles feront partie d'une sphère ayant un diamètre de $\frac{3}{5}$ pouce.

FIN DU PREMIER LIVRE.

présent], nec non corneæ tunicae, qua diaphana est, convexitatem. Ejus enim convexitatis diameter ut prop. [XXVI, voir la p. 135] annotavimus erat $\frac{3}{5}$ unciaë pedis nostratis seu Romani veteris".

quæ 9 ad 8 (quæ nempe componitur ex proportionē refractionis vitri in aere, quæ est 3 ad 2, et aquæ in aere inversa, quæ est 3 ad 4. Hoc enim cum experientiæ consentit ¹⁾, tum rationi physicæ, quam in libro de Luce ²⁾ exposuimus. Quandoquidem posita celeritate lucis in aqua ad celeritatem ejus in aere, sicut 3 ad 4; itemque celeritate in aere ad celeritatem in vitro, sicut 3 ad 2, sequitur celeritatem in aqua ad celeritatem in vitro esse ut 9 ad 8) cumque et corneæ tunicæ qua diaphana est, convexitatem cognitam habeamus. Est enim sphericæ superficiei portio cujus diameter $\frac{3}{2}$ uncie pedis nostratis seu Romani veteris, ut in oculi descriptione annotavimus ³⁾.

Sit jam igitur ⁴⁾ AC [Fig. 102] exterius oculi convexum cujus semidiameter AB. et ponatur ratio refractionis humoris aquei eadem quæ est aquæ, id est, 4 ad 3 ⁵⁾. Igitur sumpta ⁶⁾ BD triplâ semidiametri AB, certum est radios parallelos, oculo extra aquam posito, ita flecti ad superficiem AC ut cogantur ad distantiam AD ⁷⁾. Demerso autem oculo nulla ad AC fit refractionis; quare opponenda ibi est lens vitrea quæ refractione sua sub aqua, radios parallelos axi AB colligat in puncto D. Sit ea lens FAK, superficie una plana, altera vero, quæ proxime oculo admoveatur, convexa semidiametro HA. Si igitur hac lente radij paralleli colliguntur ad punctum D, habebit HD ad DA proportionem refractionis, ut constat ex propof. [XIV] ⁸⁾. Est autem proportio hæc, refractionis nempe vitri sub aqua, quæ 9 ad 8. Itaque HD ad DA ut 9 ad 8. et dividendo HA ad AD ut 1 ad 8. Sed DA est ad AB ut 4 ad 1, sive ut 8 ad 2. Ergo, ex æquo HA ad AB ut 1 ad 2. Erat autem AB $\frac{3}{16}$ uncie. Ergo HA $\frac{3}{32}$ uncie, atque ita nota jam est forma lentis FAK. Quod si vero in locum ejus aliam desideremus uti G æqualiter utrinque convexam, apparet ejus superficies utraq; ejusdem fore convexitatis cujus est corneæ superficies AC. hoc est è sphæra cujus diameter habeat uncie $\frac{3}{2}$.

[FINIS PRIMI LIBRI.]

¹⁾ Voir le début de la démonstration de la Prop. XXV, p. 125 du Tome présent.

²⁾ Il s'agit du troisième Chapitre: „De la refraction”, du „Traité de la lumière,” ouvrage qui ne parut qu'en 1690.

³⁾ Voir la p. 135 du Tome présent.

⁴⁾ „enim”, l. c.

⁵⁾ Consultez la p. 11 du Tome présent.

⁶⁾ „posita”, l. c.

⁷⁾ Voir la Prop. VIII, p. 33 du Tome présent.

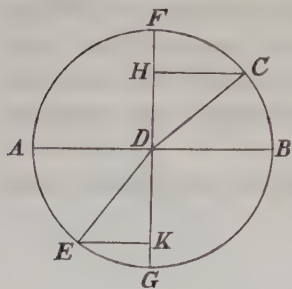
⁸⁾ Voir la p. 81 du Tome présent.

APPENDICE I¹⁾

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

[1652.]

Quando ex aere in vitrum, aut lapides diaphanos radius lucis incidit, aut in



aquam alioſve liquores transparentes, docuit experientia hoc modo refractionem fieri. Sit exempli gratia aquæ ſuperficies plana AB, in quam cadat radius CD, in aere exiſtens: Sit autem ducta per D punctum perpendicularis ad dictam ſuperficiem, recta FDG, et centro D ſcribatur circulus CFE. Radius igitur CD, cum ad perpendicularem inclinetur angulo FDC, idem vitro feretur ſecundum rectam DE, ita ut minorem angulum cum eadem perpendiculari conſtituat EDG.

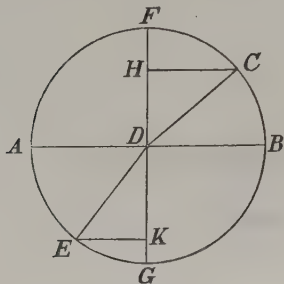
Sinus vero anguli FDC, qui eſt CH, ad finum anguli EDG nempe EK, certam quandam proportionem ſervat: quæ in omni inclinatione eadem perpetuo invenitur²⁾. Et in aqua quidem hæc proportio pro-

¹⁾ Cet Appendice contient le début du manuscrit de la Dioptrique, tel qu'il était vers 1666, lors que la copie de Niquet fut prise. Il constitue probablement la leçon primitive, précédée peut-être d'un mot au lecteur ou préface, comme nous l'avons remarqué dans la note 2, p. 2 du Tome présent.

Sur la copie de Niquet on peut conſulter l'„Aperçu général” qui constitue le début de l'„Avertissement”.

²⁾ On peut conférer cette rédaction de la proposition fondamentale de la dioptrique avec la rédaction de la p. 5 du Tome présent.

xime est sesquiertia; ut nempe CH sit partium quatuor qualium EK est trium. In vitro autem et crytallo circiter sesquialtera. Nec accurate ea definiri in universum potest, cum nec in vitro omni, nec in omni aqua, præcise eadem sit. Sed proposita quævis materia pellucida quænam in eo sit Refractionis proportio, ita enim deinceps eam vocabimus, inquirere licebit methodo aliqua earum quas paulo post adferemus ¹⁾).



Rurfus vero cum ex vitro aut aqua, similive corpore refractionem faciente, radius lucidus egreditur, contrario modo is inflectitur, sed nihilo magis minusve quam in ingressu; velut quia radij CD refractione intra aquam est secundum DE, hinc vice versa si radius ED occurrat intrinsecus eidem aquæ superficiei AB incedet refractus secundum DC.

Hæc autem ita se habere plurimorum experimentis et observationibus accuratissimis compertum est:

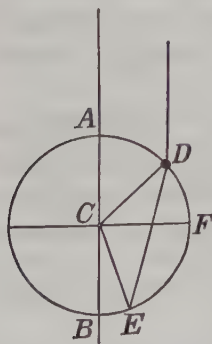
Imo eorum quoque qui hanc refractionum legem necdum intelligebant. Ita enim a Keplero, cum angulus CDH est maximus omnium qui esse possunt, hoc est gr. 90° vel potius tantillo minor, invenitur angulus EDK, gr. 42, quod jam dictis planè consonum est, quia nempe ut 3 ad 2, quam diximus esse proportionem refractionis vitri, ita est quam proxime sinus gr. 90 hoc est 100000 ad sinum gr. 42, hoc est, 66913. Quod vero angulo CDH, 30 gradibus minore existente, definit angulum EDK duabus tertijs ipsius CDH æqualem, ne in hoc quidem male nobiscum convenit, quando quidem in angulis qui 30 gradibus minores sint, eadem proxime sinuum inter se atque ipsorum angulorum ratio est ²⁾).

Porro ad rationem inquirendæ refractionum mensuræ seu proportionis, quod

¹⁾ Voir les p. 9—13 du Tome présent.

²⁾ Il s'agit ici de la „Dioptrique” de Kepler, c'est-à-dire de l'ouvrage cité dans la note 5, p. 6 du Tome I. Dans cet ouvrage Kepler adopte, entre autres, les axiomes suivants: „VI. Axioma. Crystalli et vitri refractiones sunt proximè eadem”; „VII. Axioma. Crystalli refractiones usque ad tricesimum inclinationis, sunt ad sensum proportionales inclinationibus”; IIX. Axioma. Angulus refractionis in Crystallo est usque ad dictum terminum, quàm proximè tertia pars inclinationis in aëre; „IX. Axioma. Refractio Crystalli est circiter 48 gradus.” Or, comme Alhazen (voir la note 2, p. 5 du Tome présent), Kepler entend par „angulus refractionis” l'angle entre le rayon réfracté et le prolongement du rayon incident. Le huitième axiome exprime donc, en effet, que l'angle EDK de la figure du texte est sensiblement égal au deux tiers de l'angle CDH, lorsque ce dernier angle ne surpasse pas 30°, et l'axiome suivant, que l'angle EDK est, au maximum, égal à 42°.

attinet, quoniam complures eam non una viâ tradiderunt ut Cartesius³⁾, Keplerus⁴⁾, alijque, sufficeret fortasse si ab ijs peti juberem; neque etiam difficile fuerit ijs qui præcedentia intellexerint, nova ad hoc artificia excogitare. Verum tamen quia minimo negotio, et satis accurate sequentibus modis investigari potest, operæ præmium erit hic eos adscribere. Ergo si liquida quavis materia data sit⁵⁾.



³⁾ Voir la note 5, p. 9 du Tome présent.

⁴⁾ Kepler, dans sa Dioptrique, décrit deux méthodes pour déterminer les angles d'incidence et de réfraction. D'après la première (Problema IV, p. 1) il mesure la longueur de l'ombre d'une paroi verticale sur un plan horizontal avant et après qu'on a placé contre cette paroi, du côté de l'ombre, un parallélépipède de la matière transparente. Pour appliquer la seconde (Problema V, p. 2) un cylindre transparent est placé de manière que les rayons du soleil soient perpendiculaires à son axe. Alors, si AB représente la direction de ces rayons, D un petit objet intransparent, E son ombre, l'angle d'incidence est ACD et celui de réfraction est la différence entre les angles ACD et CDE. En rapprochant l'objet du point F on trouve de cette façon le plus grand angle de réfraction.

⁵⁾ Voir la suite à la p. 9 et suivantes du Tome présent après la partie en italique.

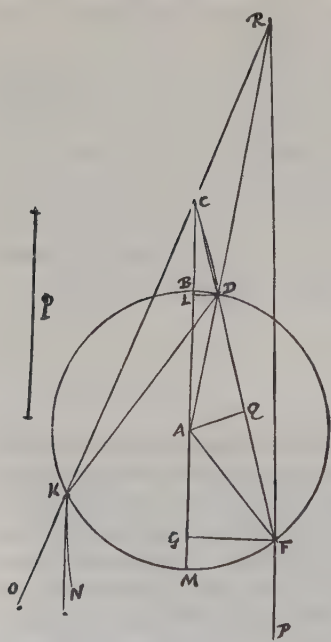
AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE
 ET TELESCOPIIS”.

1652.

Data proportione refractionis invenire angulum sub quo Iris primaria spectari debeat, Et contra; Problema utile ad investigandas refractiones²⁾).

Constat igitur ex Cartesij de Iride tractatu ³⁾) radios eos qui primam iridem producant eo modo ferri quo radius PF.

Constat etiam determinationem habere angulum NKO, ita ut certo angulo major fieri non possit ex quocunque radio ipsi PF parallelo originem ducat, atque is quidem angulus semidiametrum iridis maxi-



³⁾ Il s'agit du „Discours Huitiesme” des „Meteores”, intitulé: „De l'arc-en-ciel” (T. VI, p. 325—344 de l'édition récente des Œuvres de Descartes par Adam et Tannery).

mam definit; Estque diversus pro diversa proportionē refractionis quam habet materia sphaeræ diaphanæ. Si ex aqua constat angulus OKN cum maximus est æquat grad. 41. 30' ⁴⁾ atque ea est semidiameter quoque iridis cælestis. At si vitrea est, idem angulus NKO est 21 gr. 52' ⁵⁾ circiter.

Data igitur refractionis proportionē investigandum sit quantus maximus esse possit angulus NKO.

Jungatur AD, et producat̃ur donec occurrat product̃o radio PF in R, et jungatur RK. Ea igitur erit in directum ipsi KO. Nam quia FD, DK æquales sunt, eadem quantitate refringitur radius DK egrediendo densum, atque PF ingrediendo, ideoque angulus DKO æqualis angulo DFP: sed et angulus DKR angulo DFR æqualis est, quia trianguła KDR, FDR habent angulos ad D et latera eos comprehendentiã æqualia, ergo duobus simul angulis DFP et DFR hoc est duobus rectis æquales sunt anguli DKO et DKR; ideoque RKO linea recta. Est autem angulus OKN æqualis angulo KRF quia KN parallela RF. estque angulus KRF duplus anguli ARF sive DAB. Igitur et angulus OKN anguli DAB duplus. Ergo ut angulus OKN sit maximus qui esse possit, oportet angulum BAD quoque maximum esse. Est autem data ratio lineæ FDC ⁶⁾ ad CA, nam hæc eadem est quæ ratio refractionis ⁷⁾, quia FD ponitur refractioñ radij PF ipsi AC paralleli, sicut in dioptricis ostendimus ⁸⁾. Igitur huc tota res redit ut quærat̃ur punctum F in circumferentiã MFB, ejusmodi, ut ductã FC quæ ad CA datam habeat rationem, abscindatur arcus BD maximus qui hoc modo abscindi potest. ducantur ad MB perpendiculares FG, DL. Ergo AL minimam oportet esse, quæ possit. Vocetur semidiam. AM, r ; et proportio refractionis sit quæ est lineæ p ad r , et AC sit x .

Ergo quia ut r ad p ita est AC ad CF erit $CF \propto \frac{px}{r}$, et per 13 l. 1. Elem. ⁹⁾ erit

$$AG \propto \frac{\frac{p p x x}{r r} - x x - r r}{2 x}.$$

⁴⁾ Cette valeur correspond exactement avec celle donnée par Descartes; voir les pages 339 et 340 du T. VI de l'édition citée dans la note 3 de la page précédente. Elle y est empruntée à la table où Descartes fait connaître, en prenant 250:187 pour l'indice de réfraction de l'eau, dix-neuf valeurs de l'angle NKO, calculées pour autant de valeurs différentes du rapport de FG au rayon de la sphère, pour en choisir la plus grande comme valeur maximale de l'angle NKO.

⁵⁾ Valeur déterminée par Huygens lui-même. Comparez la p. 11 du Tome présent vers la fin.

⁶⁾ Le point C, dont il est question ici, est le point d'intersection des droites BM et FD. Ce n'est que par accident que dans la figure il se trouve si près de la droite KR.

⁷⁾ On a en effet $\frac{FC}{CA} = \frac{\sin FAG}{\sin DFA} = \frac{\sin RFA}{\sin DFA}$.

⁸⁾ Il s'agit de la „Prop. II”, p. 15 du Tome présent.

⁹⁾ Lisez „12 l. 2. Elem.” Il s'agit des „Elementa” d'Euclide; consultez pour le théorème en question la note 18, p. 29 du T. XII.

Fiat deinde ut

$$CF\left(\frac{px}{r}\right) \text{ ad CM } (x + r) \text{ ita CB } (x - r) \text{ ad CD } \left(\frac{rxx - rrr}{px}\right).$$

$$\text{Ergo FD} \propto \frac{px}{r} - \frac{rxx - r^3}{px}^1).$$

$$\begin{array}{l} \text{Ad AG } \frac{\frac{ppxx}{rr} - xx - rr}{2x} \\ \text{addatur AC } \frac{x}{x} \end{array}$$

$$CF\left(\frac{px}{r}\right) \text{ ad CG } \left(\frac{\frac{ppxx}{rr} + xx - rr}{2x}\right) \text{ ita FD } \left(\frac{px}{r} - \frac{rxx - r^3}{px}\right)$$

$$\begin{array}{l} \text{ad } \left\{ \begin{array}{l} \text{LG } \frac{p^4x^4 - r^4x^4 + 2r^6xx - r^8}{2pprrx^3} \\ \text{AG } \frac{p^4x^4 - pprrx^4 - p^2r^4x^2}{2pprrx^3} \end{array} \right. \\ \text{subt. sub eundem denom. reducta} \end{array}$$

$$\text{AL } \frac{pprrx^4 - r^4x^4 + ppr^4xx + 2r^6xx - r^8}{2pprrx^3}$$

$$\text{vel AL } ^2) \frac{(pp - rr)x^4 + (pprr + 2r^4)xx - r^6}{2ppx^3}$$

Ponatur jam $x + y \propto x$ et substituantur potestates ejus in locum potestatum x , ut rursus habeatur AL, quæ cum præcedenti comparetur ³⁾.

$$\begin{array}{l} \text{fit AL } \left\{ \begin{array}{l} pp x^4 + 4ppx^3y + 6ppxxyy + 4ppxy^3 + ppy^4 \\ - rrx^4 - 4rrx^3y - 6rrxxyy - 4rrxy^3 - rry^4 \\ + 2r^4xx + 4r^4xy + 2r^4yy \\ + pprrrxx + 2pprrrxy + pprrryy \\ - r^6 \end{array} \right\} \propto \left\{ \begin{array}{l} pp x^4 \\ - rrx^4 \\ + 2r^4xx \\ + pprrrxx \\ - r^6 \end{array} \right\} \text{AL} \\ \hline \frac{2ppx^3 + 6ppxxy + 6ppxyy + 2ppy^3}{2ppx^3} \end{array}$$

¹⁾ Le manuscrit donne „ $\frac{px}{r} - \frac{rxx + r^3}{px}$ ”; mais nous avons cru devoir remplacer ici et plus loin cette notation un peu embarrassante par la notation moderne équivalente.

²⁾ Huygens indique encore dans le texte une autre manière de calculer AL, comme il suit: „Oportebat dicere CF ad CG ut CD ad CL quam autem s[ubtracta] à CA $\propto x$, fit LA.”

³⁾ Consultez sur la méthode dont Huygens se sert ici, pour calculer la valeur maximale de LD, le § 11, p. 19 du Tome XI.

Post alternas multiplicationes per denominatorem utrumque omnia dividenda per y ; quo facto eæ quantitates quibus adhuc y aderit omnes delendæ sunt, sed quæ deleri debere constat non opus est scribere ut hic erunt omnia præterquam quibus simplex y inerit ⁴⁾.

$$\begin{aligned} \text{Ergo } 8p^4x^6y - 8pprrx^6y + 8ppr^4x^4y + \\ + 4p^4rrx^4y \propto 6p^4x^6y - 6pprrx^6y + \\ + 12ppr^4x^4y + 6p^4r^2x^4y - 6ppr^6xxxy \end{aligned}$$

$$ppx^4 - rrx^4 - 2r^4xx - pprrxx + \\ + 3r^6 \propto 0$$

dividitur per $xx - rr$ et fit $ppxx - rrxx - 3r^4 \propto 0$ non tamen $xx \propto rr$ proposito convenit sed

$$xx \propto \frac{3r^4}{pp - rr}$$

$$\text{Ergo } pp \propto \frac{3r^4 + rrxx}{xx}; p \propto \frac{r}{x} \sqrt{3rr + xx}$$

Verùm ut q.AB (rr) ad pp hoc est $\frac{3r^4 + rrxx}{xx}$ ita est q.AC (xx) ad q.CF

$$\text{Ergo q.CF} \propto 3rr + xx.$$

$$\begin{array}{l} \text{Subtr. q.AC} \\ + \text{q.AF} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} xx + rr \\ \hline \hline \end{array} \right.$$

reliq. $2rr \propto 2 \square \text{CAG}^5)$, div. per 2 CA ($2x$)

$$\text{Ergo } AG \propto \frac{rr}{x}. \text{ Ergo q.AG} \propto \frac{r^4}{xx}. \text{ Sed } xx \propto \frac{3r^4}{pp - rr}$$

$$\text{Ergo q.AG} \propto \frac{pp - rr}{3}. \text{ Itaque cognitis } p \text{ et } r \text{ facile cognoscitur AG, et hinc}$$

angulus NKO. Nam ex sinu AG datur angulus AFG, cujus complementum angulus GAF. ergo datur et sinus GF ⁶⁾. Habet autem GF ad AQ perpend. in FD proport. refractionis eandem scilicet quam FC ad CA quæ data est. Ergo hinc datur AQ sinus anguli AFQ; cujus complementum angulus QAF. Hic autem bis sump-

⁴⁾ Comparez la note 11, p. 48 du Tome XI.

⁵⁾ Huygens ajoute en marge „13. 1. Elem.”; mais consultez la note 9 de la page 147.

⁶⁾ Huygens ajoute encore en marge: „Vel subtrahendo q.AG à q.AF invenitur

$$\text{q.GF} \propto \frac{4rr - pp}{3}.$$

de Numerofa Potest. Ref. radix extrahetur ⁴⁾, redactis prius omnibus ad numeros. Sic igitur inventa quantitate z , addendum est $\frac{rr}{a}$ (quæ est secans anguli DAB) et habebitur x , unde porro p innotescet, nam inventum est superius $pp \propto \frac{3r^4 + rrx}{xx}$. Ergo inventa erit proportio refractionis nam ea est ut p ad r .

Si $\frac{rr}{a}$ secans anguli DAB quæ data est vocetur s . Erit

$$\text{Æquatio haec } z^3 - \frac{3ss}{+ 3rr} \left\{ z \propto 2s^3 - 2rrs \right.$$

Et rursus si $ss - rr$ vocetur tt , (est enim $ss - rr \propto \text{qu}^\circ$. tangentis anguli DAB)

$$\text{Erit } \text{Æquatio haec } z^3 - 3ttz \propto 2tts.$$

Itaque dato angulo sub quo femidiameter Iridis maxima spectatur, proportio refractionis invenietur per regulam sequentem:

REGULA: *Inveniatur numerus qui ductus in quadratum suum multatum triplo quadrato tangentis dimidij anguli dati, fiat æqualis quadrato ejusdem tangentis, ducto in duplam secantem suam* (quod fiet per methodum à Vieta traditam Probl. XI de numerofa potestatum affect. Resolutione;) *atque is numerus dictæ secanti addatur. Habebit radix quadr. ducta ex quadrato ejus summæ et triplo quadrato radij ad ipsam summam proportionem eam quæ est Refractionis* ⁵⁾.

Exempli gratia proponatur invenienda proportio refractionis aquæ ex eo quod femidiameter Iridis cælestis maxima conspicitur sub angulo 41 gr. 30'.

Dimidium ejus anguli est 20. 45' hujus tangens 37886. hujus quadratum 1435348996. triplum ejus 4306046988. secans autem 20. 45' est 106936 cujus duplum 213872 ductum in quadratum tangentis 1435348996 facit 306980960472512.

Si igitur numerus inveniendus vocetur x erit æquatio ista;

$$x^3 - 4306046988 x \propto 306980960472512.$$

unde invenitur per Vietae regulam $x \propto 88269$ circiter.

$$\text{add. secans } 20. 45. 106936$$

$$\text{sum. } 195205$$

⁴⁾ Voir à la page 198 de l'ouvrage cité dans la note 31, p. 10 du T. I le „Problema XI. E dato in numeris cubo adfecto multa solidi sub latere & dato coefficiente plano, latus analytice elicere”. Viète y applique sa méthode successivement aux équations: 1. C[ubus] — 10 N[umerus] $\propto 13584$ et 1. C — 116620 N $\propto 352947$, trouvant pour les racines 24 et 343.

⁵⁾ C'est-à-dire, $\sqrt{x^2 + 3r^2} : x = p : r$; proportion qu'on déduit facilement de la formule pour p qu'on trouve plus haut. La règle fut communiquée à van Gutschoven dans une lettre du 6 mars 1653 (p. 226 du T. I).

Summae hujus quadratum est 38104992025 }
 triplum qu. radij 30000000000 } ad.

sum. 68104992025 cujus radix 260969
 195205 — 100000 — 260969 ¹⁾

1* ²⁾
 183*
 17598*
 1346157*
 72023265*
 6576455005*
 26096900000 { 133689 ³⁾
 19520555555
 195200000
 1952222
 19555
 199
 1

Ergo 133689 ad 100000 est proportio refractionis aquæ quæ proxime est

¹⁾ La proportion indiquée dans la note précédente est appliquée ici sous la forme $x(AC) : r = \sqrt{x^2 + 3r^2} : p$.

²⁾ Dans le manuscrit tous les chiffres, qui participent à l'opération qui suit, sont biffés à l'exception de ceux que nous avons marqués d'un astérisque, et de ceux du quotient 133689.

³⁾ Pour expliquer l'algorithme suivi par Huygens dans cette division du nombre 26096900000 par 195205, il sera utile de représenter ici quelques uns des états successifs du calcul en question, où partout les chiffres qui se trouvent à l'intérieur de la ligne brisée doivent être supposés avoir été biffés à mesure qu'ils furent employés.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & 202 & & 7202 & & 7202 \\
 & & & 65\overline{764}5 & & 65\overline{764}5 & & 65\overline{764}5 \\
 26096900000 \{ 1 & 260969\overline{00000} \{ 13 & 260969\overline{00000} \{ 13 & 260969\overline{00000} \{ 13 & 260969\overline{00000} \{ 133 \\
 195205 & 195205\overline{5} & 195205\overline{5} & 195205\overline{5} & 195205\overline{5} \\
 & 19520 & 19520 & 19520 & 195200 \\
 & & & & 1952
 \end{array}$$

La première figure nous fait connaître le commencement du calcul. Dans la seconde le deuxième chiffre du quotient vient d'être obtenu par la division approximative du reste 6576400000 par le diviseur 195205. Dans la troisième l'opération avec ce deuxième chiffre est en marche. Le calculateur n'a plus qu'à multiplier le 9 du diviseur par 3, à y ajouter le 1 de 15 qu'il a retenu et à soustraire 8 de 65, ce qui lui donne le 7 qui manque encore au nouveau reste; ensuite il multipliera 1 par 3, y ajoutera le 2 de 28, qu'il a retenu, ce qui fera disparaître le 5 de 57 = 65 — 8 et amènera la quatrième figure.

Enfin la dernière figure nous représente le moment où le troisième chiffre a été obtenu par la division du nouveau reste 720250000 par le diviseur 195205.

eadem quam 250 ad 187 et paulo major quam 4 ad 3 ficut et Cartesius ipsam ex Iride invenit, sed ope tabulæ ad hoc constructæ ⁴⁾).

Contra autem cum proportio refractionis data est invenietur angulus sub quo semidiameter Iridis maxima spectari debeat per Regulam hujusmodi.

REGULA. *Ut minor proportionis terminus ad majorem ita sit radius circuli qui est in Canone ad alium numerum. Ejus numeri quadratum auferatur à quadruplo quadrato radij. Et e triente residui eliciatur radix quadratica ⁵⁾. Porro ut major proportionis terminus ad minorem ita sit radix inventa ad alium numerum ⁶⁾ et quæratursujus anguli sit sinus hic numerus in canone. Nam si ab anguli hujus duplo auferatur angulus cujus sinus est radix prædicta, reliquum bis sumptum dabit angulum semidiametri Iridis quæsitum ⁷⁾.*

Exempli gratia sit data proportio refractionis aquæ quæ est 250 ad 187.

minor terminus major terminus radius

187 ————— 250 ——— 100000/133690 hujus numeri quadratum est

17873016100 quod ablatum à quadruplo quadr. radij nempe 40000000000, relinquit 22126983900 cujus tertia pars est 7375661300.

Hujus radix quadr.^a est 85881

250 ——— 187 ——— 85881/64238, qui numerus est sinus anguli 39.58'

	2	
	duplum	79.56'
angulus cujus sin. 85881.	59.11'	} auf.
	resid.	20.45
	2	
	dupl.	41.30' angulus

sub quo semidiam. Iridis maxima spectatur ⁸⁾).

⁴⁾ En réalité Descartes dans ses „Meteores”, au lieu cité dans la note 4, p. 147 du Tome présent, ne prétend pas avoir mesuré exactement le diamètre de l'arc-en-ciel. Tout au contraire, au moyen de la table en question, il calcule ce diamètre en partant du rapport 187 à 250 de la réfraction „le plus iustement” comme il dit (voir la p. 337 du T. VI de l'édition d'Adam et Tannery), „que j'aye pû la mesurer.”

⁵⁾ Huygens ajoute ici en marge „Hinc apparet proportionem refractionis non majorem dupla esse debere, ut Iris conspici possit.” Consultez la note 6, p. 149 du Tome présent. Le nombre calculé jusqu'ici représente la ligne FG de la figure.

⁶⁾ Ce nombre représentera la ligne AQ.

⁷⁾ En effet, $2 \angle QFA - \angle FAG = \angle DAC = \angle FRA = \frac{1}{2} \angle NKO$. Cette règle, de même que la précédente, fut communiquée à van Gutschoven dans la lettre mentionnée dans la note 5, p. 151.

⁸⁾ On rencontrera plus loin dans l'Appendice VIII, p. 163, des calculs qui se rapportent à l'arc-en-ciel secondaire.

APPENDICE III ¹⁾
AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE
ET TELESCOPIIS”.

1658.

3 Maj. 1658. 5 pomerid.

Angulus exploratus femidiametri primæ iridis in sphæra crySTALLINA, fuit in
primâ observatione 18.55'

in 2^{da}. 18.20'

in 3^a. 18.10'

in 4^a. 18.32'

unde vero proximum puto 18.22 ²⁾) circiter.

paulo adhuc minores anguli. quia aliquid perdimus de altitudine folis dum illa
posterior observatur. 6' vel 7'. fit ergo 18.16.

At in vitro veneto erat 22.0'. Ergo diversa aliquantum refractionis crySTALLI repe-
ritur ac vitri.



¹⁾ La pièce est empruntée à la p. 18 du Manuscrit A. Comparez sur la méthode employée les
pp. 11 et 13 du Tome présent et l'„Appendice II”, qui précède.

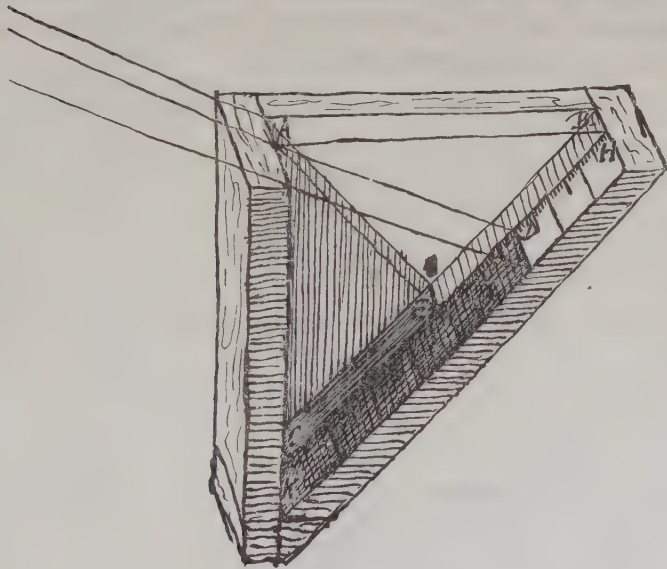
²⁾ Huygens écrivit primitivement 18.21, ce qui est la moyenne des deux dernières obser-
vations; après il changea le 1 en un 2.

APPENDICE IV ¹⁾

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE
ET TELESCOPIIS”.

[1664.]

Ad metiendos refractionum angulos omnes uno triangulo
vitreo rectangulo.



AB est latus superius
trianguli vitrei, ligno in-
clusi, lateri maximo BC
charta alba glutine affi-
genda. Angulus ad A
rectus accurate forman-
dus. Latus AB diverfi-
mode ad solem inclinatur.
AD est radius rectus AE
radius refractus.

Charta HK divisiones
habet graduum.

¹⁾ La pièce se trouve à la p. 158 du Manuscrit B. D'après le lieu qu'elle occupe elle doit dater de 1663 ou 1664.

APPENDICE V ¹⁾

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

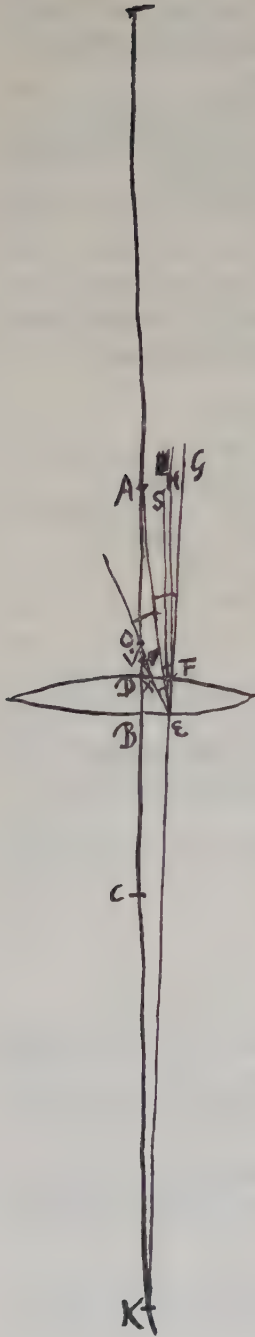
1664.

d. ven[eris]. 19 Sept. 1664.

Vase vitreo aqua pleno, investigavi proportionem refractionis aquæ quæ fuit ea quæ lineæ AB ad BC. Ex fossa hausta erat. Eâdem sale saturatâ pauxillo major inventa est refractionis proportio, nempe quæ AD ad DC. Est autem ratio AB ad BC paulo major quam 4 ad 3, hoc est quam AE ad EC.



¹⁾ La pièce est empruntée à la p. 160 du Manuscrit B.



APPENDICE VI ¹⁾

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE
REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

[1666.]

DB est lens convexa. A centrum superficiei
BE. C centrum superf. DF.

quæritur punctum in axe AC ad quod
coguntur radij paralleli dicto axi ut HF,
post duas refractiones et unam reflectionem.

Sit DK tripla DC. Ergo primum radius HF fractus in
F tendat ad K ²⁾. Sed reflectitur in E, ea lege ut, ducto
AE radio, fiant anguli æquales FEA, AEO.

Sit KEF producta in G. et fit SE parall. AB. Ang. EAB
ad ang. EKB (quia minimi intelliguntur) ut BK ad BA,
five ut DK ³⁾ ad BA.

¹⁾ La pièce est empruntée aux p. 121 recto et verso du Manuscrit C. D'après le lieu qu'elle occupe elle doit dater de la fin de l'année 1666 ou du commencement de l'année suivante. Huygens y calcule la distance à la lentille du point de concours, après deux réfractions et une réflexion, des rayons parallèles à l'axe tombant sur une lentille biconvexe; ensuite il déduit des résultats obtenus une méthode expérimentale pour déterminer les rayons de courbure des deux surfaces d'une lentille biconvexe à l'aide des points de concours mentionnés, tels qu'on les obtient en exposant la lentille à des rayons parallèles vers lesquels on tourne alternativement ses deux côtés.

²⁾ C'est-à-dire en prenant $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction du verre; comparez la „Prop. VIII”, p. 33 du Tome présent,

³⁾ En négligeant l'épaisseur de la lentille.

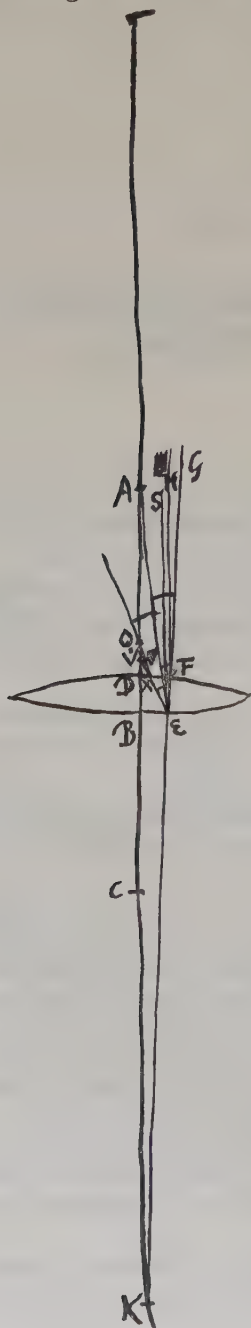
Ang. AES æqu. angulo EAB. Et ang. SEG æqu. ang°. EKB. Ergo ang. AES ad angulum SEG ut DK ad BA. Hoc est ut tripla DC ad BA. et angulus AEG ad ang. AES ut $3\ DC + BA$ ad $3\ DC$. Sed ang. AEO æqu. ang°. AEG. et ang. EAO æqu. ang°. AES. Ergo ang. AEO ad ang. EAO ut $3\ DC + BA$ ad $3\ DC$.

Ergo AO ad OE (OB) ut $3\ DC + BA$ ad $3\ DC$.

Ergo AB ad BO ut $6\ DC + BA$ ad $3\ DC$. neglecta autem lentis crassitudine eadem est BO ac DO.

Fit porro alia refractio in X, atque inde radius tendit secundum rectam XV, concurrens cum axe in V. Quod punctum invenitur faciendo ut OK ad OC ita OD ad OV⁴⁾. Et auferendo OV ab OD relinquitur DV distantia à lente quæsitæ puncti concursus parallelorum reflexorum.

Sit $AB \propto a$; $CD \propto b$. Ergo $DK \propto 3b$.



$$6b + a \text{ ad } 3b \text{ ut } a(AB) \text{ ad } \frac{3ab}{6b + a} BO^5) \text{ vel } DO \left\{ \begin{array}{l} a[dde]. \\ 3DC \end{array} \right.$$

$$\frac{18bb + 6ab}{6b + a} OK$$

$$OK \left(\frac{18bb + 6ab}{6b + a} \right) \text{ ad } OC \left(\frac{6bb + 4ab}{6b + a} \right) \text{ ut } OD \left(\frac{3ab}{6b + a} \right) \\ \text{ad } OV \left(\frac{3abb + 2aab}{18bb + 9ab + aa} \right)^6)$$

$$VD \frac{6abb + aab}{18bb + 9ab + aa}^7) \text{ divid. per } 6b + a \quad VD \frac{ab}{3b + a}$$

Si $a \propto b$ fit $VD \propto \frac{1}{4} a$.

Si a infinite magna fit $VD \propto b$.

Si b infinite magna fit $VD \propto \frac{1}{3} a$.

fit $\frac{ba}{3a + b}$ distantia concursus cum radij in superficiem BE primum incidunt, descripta ex VD mutatis invicem a in b .

⁴⁾ D'après la „Prop XII”, p. 41 du Tome présent.

⁵⁾ Il s'agit de la proportion $(6\ DC + BA) : 3DC = AB : BO$, démontrée plus haut.

⁶⁾ Nous supprimons quelques calculs.

⁷⁾ Puisqu'on a $VD = OD - OV = \frac{3ab}{6b + a} - \frac{3abb + 2aab}{(6b + a)(3b + a)}$.

Cum fit $\frac{ab}{3b+a}$ ad $\frac{ab}{3a+b}$ ut $3a+b$ ad $3b+a$, apparet si a major quam b , etiam $\frac{ab}{3b+a}$ majorem fore quam $\frac{ab}{3a+b}$, hoc est, concursus tum longius distare cum convexior superficies foli obvertitur.

Si lens planoconvexa fit, et convexa superficies radijs exponatur, fit distantia concursus æqualis radio convexi. Sed si plana radios primum excipiat fit eadem distantia concursus æqualis $\frac{1}{3}$ radij convexitatis.

$$\text{Imo } VD \propto \frac{ab}{3b+a} \propto p^8); a \propto \frac{3bp}{b-p}$$

$$\text{eadem ratio invenietur neceffario} \quad b \propto \frac{3aq}{a-q}$$

$$a \propto \frac{9apq}{3aq-ap+pq}^9); 3aq-ap+pq \propto 9pq; a \propto \frac{8pq}{3q-p}$$

$$b \propto \frac{8pq}{3p-q}^{10)}$$

Ergo a ad b ut $3p-q$ ad $3q-p$. bon

ad cognoscendas convexitates lentis datæ per reflexionem.

⁸⁾ À partir d'ici il s'agit de trouver les expressions pour les rayons de courbure a et b , qu'on obtient en supposant connues les distances p et q du point de concours V à la lentille dans le cas de la figure et dans celui où la lentille se trouve dans la position inverse.

⁹⁾ Cette expression est obtenue en substituant $b = \frac{3aq}{a-q}$ dans $a = \frac{3bp}{b-p}$.

¹⁰⁾ L'expression a été déduite par Huygens en partant de l'équation: $b = \frac{3aq}{a-q}$, d'où il suit

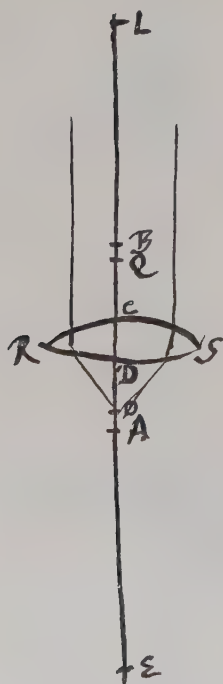
$a = \frac{bp}{b-3q}$; ensuite cette valeur de a est égalisée à $\frac{8pq}{3q-p}$, ce qui permet enfin de calculer la valeur de b . Nous avons supprimé ces calculs.

APPENDICE VII ¹⁾

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

1667.

febr. 1667.



Data lentis utraque convexitate et craffitudo et foci distantia à lentis superficie, invenire proportionem refractionis.

Sit lens RS, cujus craffitudo CD, radius convexi RCS radijs parallelis obversi fit AC, convexi alterius RDS fit radius BD deturque foci distantia DO. Vocetur AC. a ; BD. b ; CD. c ; DO. e ; CE. x . Ponendo CE ad EA habere rationem quæ est refractionis. Et ut AC (a) ad CE (x) ita fit BD (b) ad $DL \left(\frac{bx}{a} \right)^2$.

Jam per propof. [XVI] dioptricorum erit ut EL $\left(x + \frac{bx}{a} - c \right)$ ad LB $\left(\frac{bx}{a} - b \right)$ ita ED ($x - c$) ad DO ³⁾

¹⁾ La pièce est empruntée aux pp. 141 et 143 du Manuscrit C.

²⁾ De cette manière on a $DL : LB = CE : AE$; c'est-à-dire les deux rapports $DL : LB$ et $CE : AE$ sont égaux à l'indice de réfraction et les points E et L correspondent aux points homonymes de la figure 47 de la p. 87 du Tome présent.

³⁾ Voir la p. 87, citée dans la note précédente; on y trouve la proportion $EL : ED = EB : EN$, où le point N est identique avec le point O de notre figure et d'où l'on déduit facilement la proportion $EL : LB = ED : DO$ du texte.

$$\begin{array}{r}
\text{[ED]} \quad x - c \\
\text{[LB]} \quad \frac{bx}{a} - b \\
\hline
\frac{bxx}{a} - \frac{bcx}{a} - bx + bc \\
\hline
x + \frac{bx}{a} - c \quad \text{DO} \propto e \\
\hline
bxx - bcx - abx + abc \propto aex + bex - ace \\
\hline
xx \propto + cx - ac \\
+ ax - \frac{aec}{b} \\
+ ex \\
+ \frac{aex}{b}
\end{array}$$

fit ut BD (b) ad AC (a) ita DO (e) ad CQ $\frac{ae}{b}$

$$\text{fit } \frac{ae}{b} + c + a + e \propto p$$

$$xx \propto px - ac$$

$$\begin{array}{r}
-\frac{aec}{b} \\
\hline
x \propto \frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - ac - \frac{aec}{b}} \quad ^4)
\end{array}$$

Cognita x , noscetur et proportio x ad $x - a$, hoc est, CE ad EA, quæ est proportio refractionis.

⁴⁾ La racine inférieure ne peut pas servir. En effet, cela exigerait

$$\frac{1}{2}p - \sqrt{\frac{1}{4}pp - ac - \frac{aec}{b}} > a,$$

c'est-à-dire :

$$\frac{1}{4}pp - ac - \frac{aec}{b} < (\frac{1}{2}p - a)^2,$$

d'où l'on déduit facilement :

$$e(a + b) < ec.$$

Ainsi l'épaisseur c de la lentille devrait dépasser la somme des rayons de courbure de ses surfaces, ou le point O devrait se trouver, dans la figure, au-dessus du point D.

REGULA. Ut radius convexi interioris ad rad. convexi exterioris ita sit foci distantia data ad aliam P ⁵⁾ ad quam addatur dicta foci dist.^a atque item rad. convexi exterioris et lentis crassitudo data. Summæ ⁶⁾ hujus capiatur dimidium a cujus quadr.^o auferatur quod fit à P + radio convexi exterioris ductis in lentis crassitudinem ⁷⁾. residui radix qu. addatur ad dictum summæ dimidium. habebitur terminus major proportionis refractionis à quo si auferatur rad. convexi exterioris orietur terminus minor.



⁵⁾ On a donc $P = \frac{ae}{b} = CQ$.

⁶⁾ Cette somme égale $\frac{ae}{b} + e + a + c = p$.

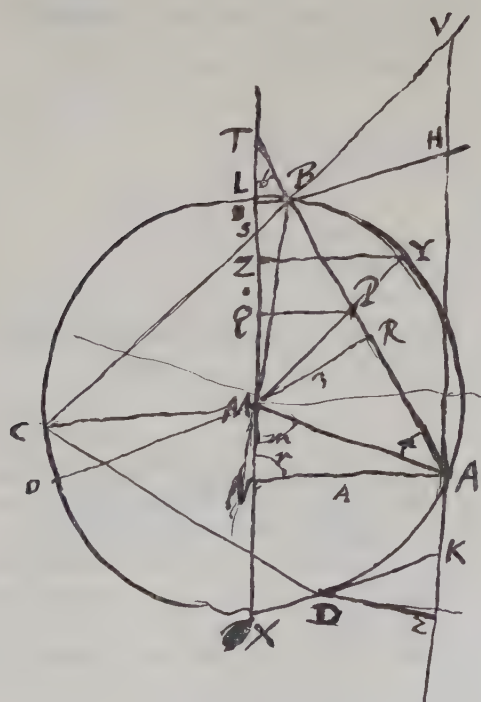
⁷⁾ C'est-à-dire le rectangle $\left(\frac{ae}{b} + a\right)c$.

APPENDICE VIII ¹⁾

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

1667.

Parisijs. 9 Mart. 1667.



Ex data proportione refractionis invenire angulum iridis secundariae ²⁾).

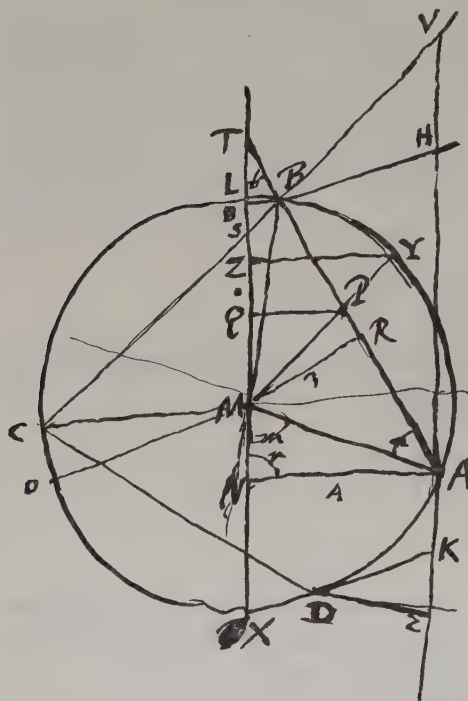
Sit ³⁾ ang. $CBH \propto BAE$. fit $VBH \propto BAH$; fed $VBH + HBA + ABC \propto 2$ rectis et $BAH + HBA + BHA \propto 2$ rectis. Ergo $BHA \propto ABC$.

Sit DK parall. BH , itemque MO . Jam ang. $DKE \propto BHA$ five ABC . KDE vero $\propto 2$ CMO vel 2 BML ex nostris

¹⁾ La pièce a été empruntée aux p. 148—151 du Manuscrit C.

²⁾ Le même problème fut traité par Descartes au lieu cité dans la note 3, p. 146 du Tome présent. Consultez sur sa méthode la note 4, p. 147. La table, dont il est question dans cette note, contient de même les valeurs de l'angle DEA de notre figure, et Descartes trouve de cette manière $51^{\circ} 54'$ pour sa valeur minimum dans le cas de l'eau.

³⁾ Huygens annota en marge „hæc melius folio sequenti”. Voir, à ce propos, l’„Appendice IX”, p. 169 du Tome présent, qui donne une autre leçon de beaucoup simplifiée du début de la pièce présente jusqu’ au commencement des calculs.



de Iride⁴⁾. ablati autem DKE et KDE à 2 rectis fit DEK quem oportet minimum esse. Ergo summam angulorum DKE et KDE maximam esse oportet.

Ergo et summam ipsorum semissium, hoc est angulorum SBM, SMB⁵⁾, maximam esse oportet, hoc est angulum LSB five AVB.

Sit angulo MBC vel MBP æqualis BMP⁶⁾. Oportet ergo totum angulum SMP esse maximum, unde producta MP ad circumferentiam in Y, oportet YZ esse maximam, aut MZ minimam. Optime quæritur MZ.

$MA \propto a$; $MT \propto x$; a ad b ratio refr.

b ad a ut $MT (x)$ ad $TA \left(\frac{ax}{b}\right)$ ⁷⁾

$$\left. \begin{array}{l} AT \left(\frac{ax}{b}\right) \text{ ad } TX (x+a) \text{ ut } TL (x-a) \text{ ad } TB \left(\frac{bxx - aab}{ax}\right) \\ TA \left(\frac{ax}{b}\right) \end{array} \right\} f[\text{ubtr.}]$$

$$AB \propto \frac{ax}{b} - \frac{bxx - baa}{ax} \text{ five } \frac{aaxx - bbxx + bbaa}{abx}$$

⁴⁾ Il s'agit de l'Appendice II, p. 146 du Tome présent. En effet, puisque l'angle CBH est égal à l'angle BAE, HB représentera le rayon incident dont BC est le rayon réfracté. On peut donc identifier HB avec le rayon PF de la figure de la p. 146 et DE avec le rayon KO de cette même figure; mais alors la relation $\angle OKN = 2 \angle DAB$, démontrée à la p. 147, se réduit à celle du texte, c'est-à-dire, à $\angle EDK = 2 \angle CMO$. Quant à la relation $\angle EDK = 2 \angle BML$, pour la déduire il faut observer que EDK est l'angle qu'un rayon comme HB ou EA fait avec le rayon qu'il engendre après deux réfractions et une réflexion. En identifiant ensuite EA avec le rayon PF de la figure de la p. 146, on voit que la relation mentionnée, $\angle OKN = 2 \angle DAB$, amène cette fois $\angle EDK = 2 \angle BML$.

⁵⁾ On a $DKE = BHA = ABC = 2 \angle SBM$ et $KDE = 2 \angle BML = 2 \angle SMB$.

⁶⁾ De cette manière $\triangle MBP$ devient isocèle et MP parallèle à CB.

⁷⁾ Comparez la Prop. II de la p. 15 du Tome présent.

$$AB \left(\frac{aaxx - bbxx + bbaa}{abx} \right) \text{ ad BM } (a) \text{ ut BM } (a) \text{ ad}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{BP } \frac{a^3bx}{aaxx - bbxx + bbaa} \\ \text{BT } \frac{bxx - aab}{ax} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{five PM} \\ \text{a[dde].} \end{array}$$

$$q \propto \text{TP } \frac{aabx^4 - b^3x^4 + 2aab^3xx - b^3a^4}{a^3x^3 - abbx^3 + a^3bbx}$$

$$a[\text{dde}] \left\{ \begin{array}{l} \text{MN } \frac{\frac{aaxx}{bb} - aa - xx^8}{2x} \\ \text{TM } x \end{array} \right.$$

$$TA \left(\frac{ax}{b} \right) \text{ ad TN } \left(\frac{\frac{aaxx}{bb} - aa + xx}{2x} \right) \text{ ut TP } (q) \text{ ad}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{aaxx - aabb + bbxx}{2abxx} \text{ in } q \text{ TQ} \\ \text{ex } x \text{ TM} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{f[ubtr.]} \\ \text{QM} \end{array}$$

$$\frac{2abx^3^9)}{2a^4bx^6 - 2aab^3x^6 + 2a^4b^3x^4}$$

$$\begin{array}{l} aabx^4^9) - b^3x^4 + 2aab^3xx - b^3a^4 \\ - aaxx - bbxx + aabb \\ - a^4bx^6 + aab^3x^6 - 2a^4b^3x^4 + a^6b^3xx \\ - aab^3x^6 + b^5x^6 - 2aab^5x^4 + a^4b^5xx \\ + a^4b^3x^4 - aab^5x^4 + 2a^4b^5xx - a^6b^5 \\ - a^4bx^6 - a^4b^3x^4 - 3aab^5x^4 + a^6b^3xx \\ + b^5x^6 + 3a^4b^5xx - a^6b^5 \end{array}$$

⁸⁾ MN est calculé à l'aide du \triangle AMT dont les trois côtés sont connus.

⁹⁾ Il s'agit ici du calcul du numérateur de l'expression pour QM, après substitution de la valeur de q .

$$\frac{a^4bx^6 - 2aab^3x^6 + a^4b^3x^4 - 3aab^5x^4 + a^6b^3xx - a^6b^5}{+ b^5x^6} \quad \text{per } b. \text{ }^{10})$$

$$\text{PM} \left(\frac{a^3bx}{aaxx - bbxx - aabb} \right) \text{ ad MQ} \\ \left(\frac{a^4x^6 + b^4x^6 - 2aabbx^6 + a^4bbx^4 - 3aab^4x^4}{+ a^6bbxx + 3a^4b^4xx - a^6b^4} \right) \text{ ut YM (a) ad MZ (d)} \\ \frac{2aaxx \cdot ax \cdot (aaxx - bbxx + aabb)}{}$$

$$\frac{a^4x^6 + a^4bbx^4 + a^6bbxx - a^6b^4}{b^4x^6 - 3aab^4x^4 + 3a^4b^4xx - 2aabbx^6}{2a^4bx^4} \infty d \text{ }^{11})$$

$$\frac{2a^4x^6 - 2a^6bbxx + 4a^6b^4}{+ 2b^4x^6 - 6a^4b^4xx - 4aabbx^6}$$

$$\frac{+ a^4x^6 - a^6bbxx + 2a^6b^4}{+ b^4x^6 - 3a^4b^4xx - 2aabbx^6} \infty o \text{ bon. }^{12})$$

¹⁰⁾ L'expression trouvée pour le numérateur $2abx^3(a^3x^3 - abbx^3 + a^3bbx) + (aabbx^4 - b^3x^4 + 2aab^3xx - b^3a^4)(-aaxx - bbxx + aabb)$ est divisée par b puisque ce facteur apparaît dans le dénominateur $2abxx(a^3x^3 - abbx^3 + a^3bbx)$.

¹¹⁾ Voici donc la grandeur qui doit être rendue maximum; pour en trouver la condition Huygens applique la règle exposée en 1659 par Hudde à la p. 511 de l'ouvrage cité dans la note 5, p. 360 du Tome II.

¹²⁾ Plus tard Huygens ajouta: „potest dividi. vid. lib.” En effet, l'équation dont il s'agit peut s'écrire

$$[(a^2 - b^2)x^2 - 2a^2b^2][(a + b)x^2 - ba^2][(a - b)x^2 + ba^2] = 0.$$

Or, des trois valeurs pour x^2 auxquelles cette équation conduit, la première $x^2 = 2a^2b^2$: $(a^2 - b^2)$, est la seule qui puisse servir. Elle amène

$$\text{MN} = \frac{\text{TA}^2 - \text{TM}^2 - \text{MA}^2}{2\text{MT}} = \frac{(a^2 - b^2)x^2 - a^2b^2}{2b^2x} = \frac{a\sqrt{a^2 - b^2}}{2b\sqrt{2}}$$

c'est-à-dire, si i représente l'angle d'incidence XMA, et n l'indice de réfraction:

Data proportione refractionis invenire angulum quo comprehendatur diameter Iridis secundariæ.

Sit data proportio refractionis quæ numeri a ad b . majoris ad minorem. Inveniaturs valor xx in æquatione hac ¹³⁾ $x^6 \propto \frac{a^6 b b x x + 3 a^4 b^4 x x - 2 a^6 b^4}{a^4 - 2 a a b b + b^4}$ postquam in

$$\cos i = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{8}};$$

ce qui est conforme à la formule générale :

$$\cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{(k + 1)^2 - 1}}$$

pour l'angle d'incidence qui appartient au ^kième arc-en-ciel (voir p. e. J. M. Perntner, Meteorologische Optik, Wien, Braumüller, 1906, p. 498—502).

Quant aux racines $x^2 = ba^2 : (a + b)$ et $x^2 = -ba^2 : (a - b)$ qui, en posant $a = n$, $b = 1$, conduisent aux valeurs :

$$\cos i = \frac{1}{2} (n - 2) \sqrt{n + 1} \text{ et } \cos i = -\frac{1}{2} (n + 2) \sqrt{1 - n},$$

elles s'expliquent par le fait que Huygens n'a pas déterminé directement la valeur minimum de l'angle $DEA = 180^\circ - 6r + 2i$ (où r est l'angle de réfraction MAB); mais celle du segment $MZ = a \cos LMY = a \cos (3r - i)$.

De cette manière il introduit nécessairement dans sa solution les valeurs de i qui satisfont à la relation $\sin (3r - i) = 0$; dont on déduit $3r = i$ ou $3r = \pi + i$, ou bien

$$\sin 3r = \pm \sin i = \pm n \sin r,$$

d'où il résulte successivement: $\sin^2 r = \frac{1}{4} (3 \mp n)$; $\sin^2 i = \frac{1}{4} n^2 (3 \mp n)$; $\cos^2 i = \frac{1}{4} (4 - 3n^2 \pm n^3) = \frac{1}{4} (n \mp 2)^2 (1 \pm n)$; conforme aux valeurs fausses indiquées quelques lignes plus haut.

Ajoutons que l'endroit cité par Huygens, où il expose la réductibilité de l'équation en x se trouve dans le Manuscrit G, à la page 25, sous la suscription: „æquatio ad secundam Iridem seu Exteriorem inveniendam ex refractionis proportione data, quæ est inventa in libro C. Hanc ibi non videram quomodo posset dividi.” Il y commence par réduire cette équation à la forme $y^3 - aay - 3bby + 2aab - 2b^3 = 0$ à l'aide de la substitution $xx = baay : (aa - bb)$; ensuite il divise par $y - 2b$; ce qui amène $yy + 2by + bb - aa = (y + b + a)(y + b - a) = 0$. Rejetant enfin la solution $y = -b - a$, sans doute parce qu'elle conduit à une valeur imaginaire pour x , il conclut: „Ergo $y \propto 2b$ vel

$y \propto a - b$. Si $y \propto 2b$ fit $xx \propto \frac{2bbaa}{aa - bb}$; si $y \propto a - b$ fit $xx \propto \frac{aab}{a + b}$.”

D'après le lieu où elle se trouve cette annotation doit dater de 1688 ou de 1689.

¹³⁾ Comme nous l'avons montré dans la note précédente, Huygens, s'il avait réussi à écarter les racines inefficaces de cette équation, aurait pu la simplifier à la forme: $xx = \frac{2a^2b^2}{a^2 - b^2}$ et

trouver ensuite $MN = \frac{a\sqrt{a^2 - b^2}}{2b\sqrt{2}}$.

numeris exhibita fuerit. dein ex xx radicem extrahendo habebitur valor x , quæ representat lineam MT, quando numerus a etiam radium MA significat. Porro ut b ad a ita sit x ad aliam, ea erit TA. Et ex tribus lateribus trianguli MTA, faciendo ut MT ad summam TA, AM ita eorum differentia ad aliam, et ab ea auferendo TM, et accepto residui semisse habebitur MN. Jam ut AM ad MN ita sit radius in canone sinuum ad aliam quæ erit sinus anguli MAN et ejus complimenti AMN sinus erit AN. Ut autem a ad b ita sit sinus AN ad alium, is erit MR sinus anguli MAR. Denique angulus MAN una cum triplo MAR auferatur a duobus rectis; reliquum bis sumtum dabit angulum semidiametri Iridis secundariæ ¹⁴⁾.

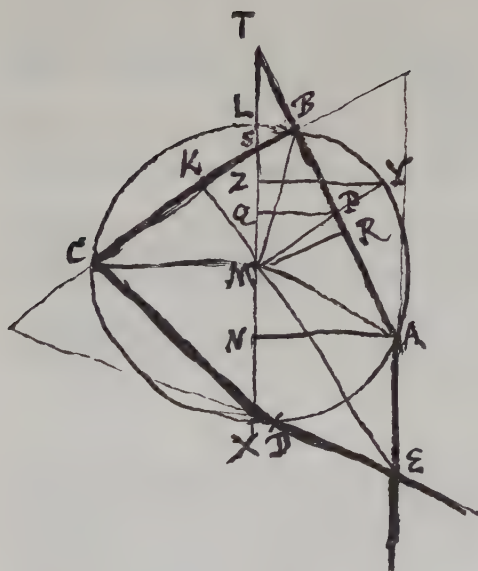


¹⁴⁾ La page 151 du manuscrit contient encore quelques calculs qui se rapportent au cas de l'eau $a=4$, $b=3$, mais qui n'ont pas abouti.

APPENDICE IX ¹⁾

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE
ET TELESCOPIIS”.

1668.



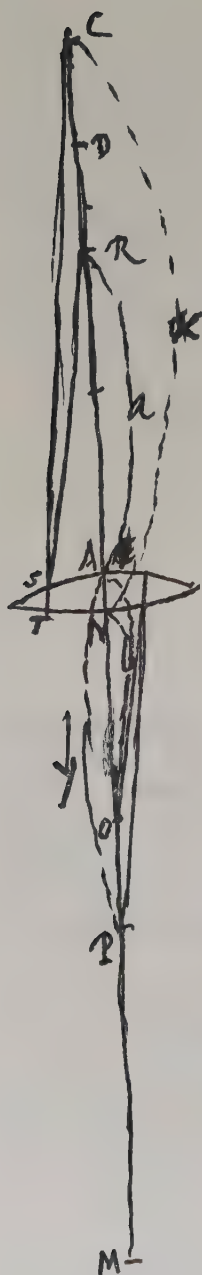
Cum ang. AED ²⁾ debeat esse minimus etiam semissis ejus videl. ang. AEM, ac proinde et SMK erit minimus. Sit MY parall. CB, secans AB in P. Ergo ang. SMY æqu. ang.° MSK unde et ang. MYZ æqu. SMK. Ergo et ang. MYZ minimus esse debet. Ideoque MZ minima ³⁾.

17 Jun. 1668.

¹⁾ La pièce, empruntée à la p. 149 du Manuscrit C, contient une leçon améliorée du début de la pièce qui précède. Comparez la note 3 de la p. 163.

²⁾ On remarquera que la figure, dessinée avec plus de soin, est presque identique avec celle des p. 163 et 164.

³⁾ Voir, pour la suite, le calcul qui commence à la p. 164 et qui n'a besoin d'aucune modification pour le faire correspondre au nouveau début.



APPENDICE X¹⁾

AU PREMIER LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

[1690.]

Datae lentis invenire convexitates utriusque superficiei.

Sit C centrum superficiei N. P centrum superficiei A. CN feu CA $\propto x$ (CA \propto CN quia pro nulla habetur crassitudo AN). PA feu PN $\propto y$. Ergo sumta NM $\propto 2$ CN feu $2x$, erit M focus parallelorum superficiei N²⁾. Et sumta DA $\propto 2$ PA feu $2y$, erit D focus parallelorum superficiei A.

Debet radius RS refringi in ST, ita ut hæc sit perpendicularis in superf. NT; tunc enim revertetur radius à T ad S, et inde ad R.

$a \propto$ RA data in puncto confusionis cum oculus et lumen in R.

$b \propto$ NO in puncto confusionis cum oculus et lumen in O.

$$RD(2y - a) \text{ ad } RA(a) \text{ ut } RP(a + y) \text{ ad } RC^3) \left(\frac{aa + ay}{2y - a} \right) \propto \\ \propto CA - AR \propto x - a$$

¹⁾ La pièce est empruntée à la p. 53 verso du Manuscrit G. Pour le cas de deux réfractions et d'une réflexion Huygens y détermine la position de ce qu'il appelle le point de confusion, c'est-à-dire, du point où il faut placer une source de lumière afin que ses rayons retournent précisément à leur origine, après avoir subi une première réfraction à la surface antérieure de la lentille, une réflexion à sa surface postérieure et une seconde réfraction à la surface d'entrée. Ensuite Huygens montre comment on pourrait déterminer approximativement les rayons de courbure des surfaces d'une lentille biconvexe en utilisant les distances de ces surfaces aux deux points de confusion, un à chaque côté de la lentille.

Ajoutons que la détermination expérimentale de la position des points en question pourrait se faire en cherchant l'endroit où il faut placer un objet pour qu'il coïncide avec son image, ou bien en réglant la position d'une source de lumière de telle manière qu' en plaçant

$$aa + ay \propto 2xy - 2ay - ax + aa$$

$$3ay \propto 2xy - ax$$

$$\frac{3ay}{2y-a} \propto x$$

$$OM(2x-b) \text{ ad } ON(b) \text{ ut } OC(b+x) \text{ ad } OP \frac{bb+bx}{2x-b} \propto y-b$$

$$bb+bx \propto 2xy - 2bx - by - bb$$

$$3bx - 2xy \propto -by$$

$$x \propto \frac{by}{2y-3b} \propto \frac{3ay}{2y-a}$$

$$2by - ab \propto 6ay - 9ab$$

$$\frac{4ab}{3a-b} \propto y \text{ bon}$$

$$\frac{3bx}{2x-b} \propto y \propto \frac{ax}{2x-3a} \propto y$$

$$6bx - 9ab \propto 2ax - ab; x \propto \frac{4ab}{3b-a} \text{ bon; } a \propto 30; b \propto 20; x \propto 80; y \propto 34\frac{2}{7}.$$

l'oeil à côté de cette source, à la même distance de la lentille, on voit un éclaircissement uniforme de cette lentille.

C'est, en effet, cette dernière méthode qui fut suivie par Huygens en 1683; comme cela résulte d'une annotation de cette année à la p. 164 du Manuscrit F. À cette page il calcule la position des points de confusion R et O dans les cas particuliers d'une lentille biconvexe à courbure égale des deux faces, et d'une lentille planconvexe. Dans le premier cas il trouve $RA = \frac{1}{2} CA$, et il ajoute: „Ergo distantia ex qua se oculus confusus vider, vel lucernæ flammæ sibi proximam, ita ut totam lentem impleat, est dimidia foci distantia, nempe in lente æqualiter utrinque convexa.”

Quant au second cas, il y trouve la distance de la lentille au point de confusion du côté sphérique égale à la distance focale, et à l'autre côté égal à la troisième partie de cette distance; résultats qui se déduisent aisément de la formule $3ay = 2xy - ax$, déduite dans cet appendice, en posant successivement $x = y$; $x = \infty$; $y = \infty$.

D'ailleurs Huygens conseille dans ses „Commentarii de formandis poliendisque vitris ad telescopia” d'avoir recours au phénomène en question pour examiner les défauts des lentilles. Voir encore le dernier alinéa de la note 2, p. 173.

²⁾ C'est-à-dire dans le cas du verre où $n = \frac{3}{2}$; comparez la Prop. IX, p. 35—37 du Tome présent.

³⁾ Consultez sur cette proportion la Prop. XII, p. 41 du Tome présent. Pour l'obtenir on doit considérer R comme le point donné, mentionné dans la proposition, auquel correspondent des rayons tombant sur la surface SA, et C comme le point auquel correspondent les rayons réfractés.

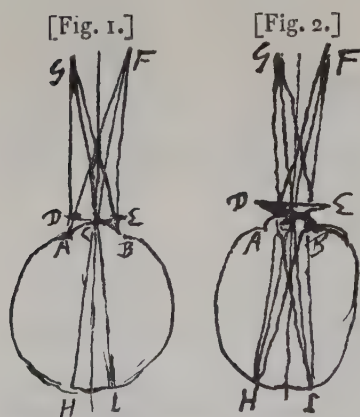
LA DIOPTRIQUE.

PREMIÈRE PARTIE. TRAITÉ DE LA RÉFRACTION ET DES TÉLESCOPES.

1653.

LIVRE DEUXIÈME. DE LA GRANDEUR APPARENTE DES OBJETS VUS PAR RÉFRACTION.

PROPOSITION I ¹⁾.



Les objets qu'on aperçoit confusément soit à cause des lentilles placées entre eux et le spectateur soit à cause de la distance, peuvent être rendus nettement visibles soit à l'aide d'une lentille unique placée devant l'oeil soit à l'aide d'un écran placé au même endroit et pourvu d'une très petite ouverture, si du moins l'oeil ne se trouve pas précisément au point de confusion maximum²⁾. L'image aperçue sera la même en grandeur et en position quelle

que soit celle des deux méthodes dont on se serve pour corriger le défaut de netteté.

En effet, si les rayons partis d'un point quelconque d'un objet se dirigent vers l'oeil et qu'ils ont un point de concours placé derrière l'oeil, on comprend aisément, d'après ce qui a été démontré plus haut, par quelle espèce de lentille concave on peut les rendre parallèles³⁾. Et de même s'ils atteignent l'oeil en divergeant de

¹⁾ La rédaction de cette proposition et de sa démonstration, telle que nous la faisons suivre ici, doit dater d'une époque inconnue, mais postérieure à l'année 1666. On trouvera la rédaction primitive, qui nous a été conservée par la copie de Niquet, dans l'Appendice I au Livre II, p. 235 du Tome présent. Elle diffère de celle que nous donnons ici surtout parce que l'idée, d'obtenir des images distinctes à l'aide d'une lentille placée devant l'oeil, n'y est mentionnée qu'en passant, vers la fin de la démonstration.

²⁾ Le „point de confusion maximum”, ou simplement „point de confusion”, comme Huygens l'a appelé plus tard (Voir l'Appendice X du Livre I, p. 170 du Tome présent), est le point

DIOPTRICA.

[PARS PRIMA. TRACTATUS DE REFRACTIONE ET
TELESCOPIIS.]

[1653.]

[LIBER II. DE APPARENTI AUGMENTO VEL DECREMENTO EORUM, QUÆ PER
REFRACTIONEM CONSPICIUNTUR.]

[PROPOSITIO I.] ¹⁾

Quæ vel ob interpositas lentes, vel ratione distantiae, confusè spectantur, distincta reddi possunt, vel addita lente una juxta oculum; vel opposita ibidem lamina cum foramine minimo; dummodo non in ipso maximæ confusionis puncto²⁾ oculus positus fuerit. Utracunque vero correctio adhibeatur, eadem magnitudine et positu visibile spectabitur.

Si enim ab unoquoque rei visæ puncto egressi radij ad oculum ferantur tendantque velut ad punctum post oculum, facile ex supra demonstratis intelligitur cujusmodi cava lente reddantur paralleli³⁾. Item si divergentes, ac tanquam ex puncto

où il faut placer l'oeil pour que l'agrandissement, tel qu'il est défini par Huygens dans les propositions qui suivent, devienne infiniment grand. Ainsi, dans le cas d'une seule lentille, ce point se confond pour un objet très éloigné, dans la direction de l'axe, avec le foyer de la lentille, pour d'autres objets, placés dans l'axe de la lentille, avec le point de l'axe où se forme leur image.

Si l'objet est une source lumineuse étroite on voit donc, en approchant l'oeil du point de confusion, l'image de la source s'agrandir démesurément et devenir de plus en plus confuse, jusqu'à ce qu'elle est remplacée, lorsque l'oeil se trouve précisément dans le point en question, par une clarté uniforme s'étendant sur toute la surface de la lentille. Ensuite, en passant avec l'oeil à l'autre côté du point de confusion, on voit l'image directe changée dans une image renversée ou vice versa.

Ajoutons que dans la „Correspondance” de Huygens le point de confusion n'est mentionné qu'une seule fois. C'est dans une lettre au frère Constantyn du 7 octobre 1686 que l'on lit (p. 104 du T. IX) à propos d'une lentille d'environ 90 pieds de distance focale: „Cependant je l'ay exposé à la reflexion de la chandelle, dont il renverse la flamme assez bien mais tenant l'oeuil au foier et dans le point de confusion il me semble que j'y vois des choses qui marquent quelque défaut et beaucoup de drabbigheyt [trouble]”. Il est clair qu'il s'agit ici d'un point de confusion dans le genre de ceux traités dans l'Appendice X mentionné plus haut.

³⁾ Voir la Prop. XV, Liv. I, p. 83 du Tome présent.

telle façon qu'ils semblent provenir d'un point placé devant l'oeil, on comprend aisément comment ils peuvent être rendus parallèles à l'aide d'une lentille convexe ¹⁾. Dans l'un et l'autre cas la vision est rendue nette par ce moyen. Mais nous obtiendrons le même résultat en plaçant une très petite ouverture devant l'oeil. Car dans ce cas l'on peut dire que parmi les innombrables rayons qui sont autrement envoyés à la pupille par chaque point de l'objet un seul est transmis par l'ouverture. En effet, supposons que les rayons partis des points extrêmes de l'objet atteignent la pupille AB [Fig. 1 et 2] de l'oeil comme s'ils provenaient des points F et G. Et plaçons devant l'oeil une petite ouverture C [Fig. 1] percée dans un écran et ne laissant passer, pour ainsi dire, que les rayons uniques FC, GC qui atteignent le fond de l'oeil aux points H et I. Là se formeront donc les images des différents points de l'objet vu, d'où sont partis les rayons FA, FC, FB et GA, GC, GB. Et à cause de l'exclusion des rayons autres que FC, GC, l'image sera nette et la vision donc également.

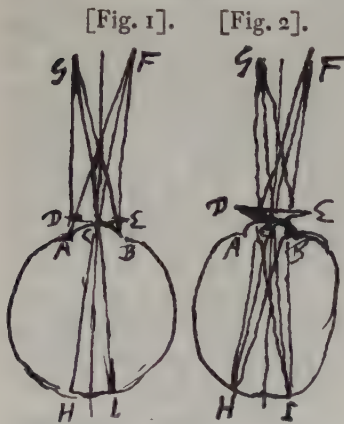
Faisons de nouveau les mêmes suppositions, mais enlevons l'écran perforé et soit placée en son lieu, fort près de l'oeil, la lentille DE [Fig. 2] par laquelle la vision est rendue nette. Je dis que l'image aperçue sera la même qu'auparavant en grandeur et en position. En effet, comme les rayons FC, GC passent sans changer de direction par le milieu de la lentille DE *, dont nous négligeons l'épaisseur, il est évident qu'à l'intérieur de l'oeil ils suivent la même route qu'auparavant, lorsqu'ils traversaient l'ouverture C, et qu'ils atteindront donc le fond de l'oeil aux mêmes points H, I. Et comme, par hypothèse, la vision devient nette lorsque nous plaçons la lentille DE devant l'oeil, il est nécessaire que tous les rayons qui proviennent de G se réunissent en un seul point au fond de l'oeil, et ceux qui proviennent de F pareillement. Par conséquent, tous les rayons qui sont partis du point G se réuniront en I et tous ceux qui sont partis de F en H: les images des points extrêmes de l'objet se formeront donc nécessairement en H et en I. Il s'ensuit que les dimensions latérales de l'objet seront en apparence les mêmes, que se soit une lentille DE ou une très-petite ouverture que l'on place devant l'oeil. Et la position de l'image sera aussi la même. Ce qu'il fallait démontrer.

Ainsi, lorsque dans la suite nous définirons la grandeur apparente même dans les cas où la vision est confuse, nous entendrons par là la grandeur que l'on voit après que la confusion a été corrigée, soit à l'aide d'une lentille soit à l'aide d'une très-petite ouverture, comme nous l'avons déjà dit.

PROPOSITION II.

Lorsque l'oeil est placé entre une lentille convexe et son foyer, un objet quelconque est vu droit et agrandi à travers la lentille. Si alors l'objet est fort éloigné la grandeur appa-

* Prop. XXIII, Liv. I ²⁾.



ante oculum egressi adveniant, quomodo convexa lente ad parallelismum redigantur¹⁾; utroque vero casu visio efficitur distincta. Sed hoc idem quoque consequemur opposito ad oculum minimo foramine, quia tunc velut uni tantum radiorum qui a singulis rei visæ punctis innumeri alioqui ad pupillam feruntur, transitus datur. Ponantur enim radij ab extremis rei visæ punctis profecti, ad oculi pupillam AB [Fig. 1 et 2] accidere tanquam ex punctis F, G, venientes. Et objiciatur ante oculum foramen in lamina exiguum C [Fig. 1]; nonnisi singulos veluti radios FC, GC admittens, qui occurrant oculi fundo in punctis H et I. Itaque hic pingentur puncta rei

visæ singula, unde manarunt radij FA, FC, FB; et GA, GC, GB. Et propter exclusos ceteros radios præter FC, GC, distincta erit pictura eoque et visio.

Rursus iisdem positis, sed ablata lamellâ perforatâ, sit hujus loco lens oculo proxima DE [Fig. 2] quæ distinctam visionem efficiat. Dico eadem qua prius magnitudine eodemque positu spectatum iri visibile. Quia enim per mediam lentem DE, cujus crassitudo tanquam nulla censetur, radij FC, GC, rectis lineis penetrant*. manifestum est eos eodem modo intra oculum ferri, atque ante per foramen C trans-euntes, atque idcirco oculi fundo in iisdem punctis H, I occursuros. Cum autem ob interpositam lentem DE distincta visio fieri ponatur, necesse est omnes radios ex G venientes ad unum punctum in fundo oculi convenire, atque ita quoque omnes ex F venientes. Igitur omnes a puncto G egressi convenient in I, et omnes ex F egressi convenient in H. atque idcirco pingentur necessario extrema illa rei visæ puncta in H et I. eoque non alia apparebit ejus latitudo objectu lentis DE, ac foraminis minimi; nec non positus quoque idem; quæ fuere demonstranda.

* ex propos. [XXIII, Lib. I.]²⁾

Itaque cum in sequentibus apparentem magnitudinem definiemus etiam ijs casibus quibus confusa visio contingit, intelligenda erit ea magnitudo quæ cernitur correctâ confusione, seu lente seu minimo foramine, ut jam diximus.

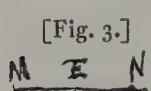
PROPOSITIO [II].

Oculo constituto inter lentem convexam et focum ejus, visibile quodvis per lentem spectatur situ recto, et auctum magnitudine; habetque magnitudo apparens ad veram, si visibile

¹⁾ Voir la Prop. XIV, Liv. I, p. 81.

²⁾ Voir la p. 119 du Tome présent.

rente est à la grandeur vraie comme la distance focale de la lentille est à la distance du foyer à l'oeil; mais si l'objet se trouve à une plus petite distance, le rapport de la grandeur ap-



parente à la grandeur vraie se compose du rapport que nous venons de nommer et du rapport de la distance entre l'oeil et l'objet à la distance entre l'objet et le „point dirigeant” ¹⁾. Mais lorsque l'oeil est placé dans le foyer de la lentille, les objets éloignés paraissent infiniment grands, et les objets rapprochés paraissent agrandis dans un rapport égal à celui de la distance de l'objet à l'oeil à la distance de l'oeil à la lentille ²⁾.

Soit donnée la lentille convexe AB, dont A est le centre et O le foyer. L'oeil D soit placé sur l'axe AO de la lentille. L'objet soit la ligne NM parallèle à la lentille et dont le point milieu E se trouve sur le même axe. Il est évident qu'un objet quelconque, placé au même endroit, fera nécessairement agrandi dans une direction latérale dans la même proportion que cette ligne ou qu'une partie EN de cette ligne vue à travers la lentille. Soit ensuite DP une troisième proportionnelle à DO et DA. P fera alors le point qui correspond à l'oeil D. En effet, comme d'après la prop. XX, Liv. I ⁴⁾ les rayons qui proviennent du point D sont réfractés par la lentille AB de telle manière qu'ils continuent leur chemin comme s'ils provenaient du point P, il est clair que, réciproquement, les rayons qui se dirigent vers P, au moment où ils rencontrent la lentille AB, auront le point D où se trouve l'oeil comme point de concours. Tirons la droite NP qui coupe la lentille en B (elle la coupera puisque nous supposons que le point N est vu à travers la lentille), et joignons les points B et D. Ainsi le point N sera aperçu à travers le point B de la lentille, vu que le rayon NB est réfracté de telle manière qu'il se dirige ensuite vers D, le point où se trouve l'oeil, ce qui n'est vrai pour aucun autre rayon provenant du point N. Quant au point E, il est clair qu'il doit être vu à travers le centre A de la lentille, parce que, ce point étant situé sur l'axe de la lentille, le rayon ED atteint l'oeil sans avoir été réfracté.

Nous voyons donc en premier lieu que l'image de l'objet NM est droite, puisque le point B est situé du même côté de l'axe EAO que le point N qui lui corres-

¹⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „correspondens”. Il s'agit du point où la lentille fait apparaître l'image de l'oeil, c'est-à-dire d'un point tel que, réciproquement, les

longinquum est, rationem eam quam distantia inter lentem et focus ad distantiam inter focus et oculum; si vero propinquum, rationem compositam ex eadem quæ dicta est, et ex ratione distantiae inter oculum et visibile, ad distantiam inter visibile et punctum *dirigens*¹⁾; Si vero in foco lentis oculus statuatur, visibilia longinqua in infinitum augentur; propinqua vero secundum rationem quam habet distantia eorum ab oculo ad distantiam oculi a lente²⁾.

Esto lens convexa AB [Fig. 3], cujus medium punctum seu umbilicus A. focus O. Oculus vero D, in axe lentis AO positus. Visibile vero linea NM, lenti parallela, cujusque medium E sit in eodem axe. Quantum enim linea hæc vel ejus pars EN augebitur, trans lentem spectata, tantum quoque aliud quodvis visibile, eo loci positum, secundum diametrum augeri *necessè est*³⁾. Porro duabus DO, DA sit tertia proportionalis DP, eritque P punctum oculo D correspondens. Quia enim radij ex puncto D prodeuntes a lente AB ita inflectuntur ut pergant inde tanquam venientes ex P, per prop. [XX, Lib. I]⁴⁾ vicissim quoque qui ad P tendentes incidunt in lentem AB concurrent ad punctum oculi D. Ducatur NP recta secans lentem in B, (secabit enim quia punctum N per eam conspici ponimus) et jungatur BD. Itaque per punctum lentis B cernetur punctum N, quum radius NB refringatur versus punctum oculi D, neque alius quisquam eorum qui ex N promanant. Punctum autem E per medium lentis A apparere manifestum est, quia cum in axe lentis situm sit radius ED irrefractus ad oculum pervenit.

Patet itaque primum, visibile NM conspici situ erecto, quum punctum B sit ad eandem partem axis EAO ac punctum N quod ibi refertur. Liquet etiam

rayons émanant de ce point correspondraient, après la réfraction, avec le point où se trouve l'oeil. Consultez encore sur cette nomenclature les notes 1, p. 180 et 2, p. 185.

2) Soient o et v les distances de l'oeil et de l'objet à la lentille, f sa distance focale, g le grossissement; alors la proposition présente équivaut, dans le cas le plus général, à la relation :

$$g = \frac{f}{f-o} \times \frac{o+v}{v+o+\frac{o^2}{f-o}} = \frac{f(o+v)}{vf-v o+of},$$

laquelle dans le cas $v = \infty$ se réduit à $g = \frac{f}{f-o}$ et dans celui où $o = f$ à $\frac{o+v}{o}$.

De plus, puisque le numérateur excède le dénominateur par la valeur de ov , il est clair qu'on aura toujours $g > 1$.

3) La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „sciemus”.

4) Voir la p. 99 du Tome présent.

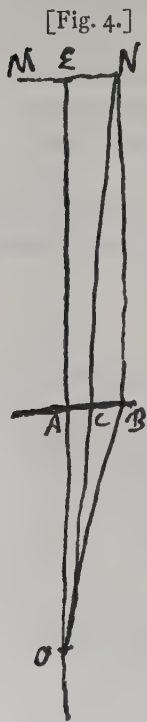
pond. Il est également évident que BA est l'étendue occupée dans la lentille par l'image de la ligne NE. Or, si nous tirons une droite ND qui coupe la lentille en C, il est clair que AC sera l'étendue occupée par le même objet EN dans un plan où n'aurait lieu aucune réfraction. Le rapport BA : CA définit donc le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable, et il est évident que BA est plus grande que CA, vu que $BA : NE = PA : PE$, tandis que CA est à la même longueur NE comme DA : DE. Or $PA : PE > DA : DE$, parce que $PA : AE > DA : AE$. En effet $PA > DA$, attendu que D tombe ici nécessairement entre A et P. Il est donc déjà établi par ce raisonnement que l'image de l'objet est droite et plus grande que l'objet.

Il s'agit maintenant de faire voir que lorsque l'objet NM est fort éloigné BA : CA = AO : OD, mais que lorsqu'il est situé à plus petite distance BA : CA est composé des rapports AO : OD et DE : EP. Le premier théorème découle du second; c'est pourquoi nous démontrerons celui-ci d'abord. Le rapport BA : CA se compose des rapports BA : NE et NE : CA. De ces deux derniers rapports BA : NE est égal à PA : PE. Quant au rapport NE : CA il est égal à ED : AD. Par conséquent, le rapport BA : CA se compose de PA : PE et de ED : AD, c'est-

à-dire, il est égal à celui des rectangles PA, ED et PE, AD. Mais ce dernier rapport se compose des rapports ED : EP et PA : AD, ou AO : OD, car comme on a, par construction, $PD : DA = AD : DO$, on aura aussi, par composition, $PA : AD = AO : OD$. Le rapport BA : CA se compose donc des rapports AO : OD et ED : EP.

Si, ensuite, nous supposons l'objet placé à grande distance, le rapport ED : EP est égal à l'unité; ce rapport, composé avec le rapport AO : OD, ne l'augmente donc ni ne le diminue. Le rapport BA : CA sera donc alors égal au rapport AO : OD. Et c'est cela qu'il fallait démontrer pour le cas où l'oeil est placé entre la lentille et son foyer.

Supposons maintenant que l'oeil se trouve précisément dans le foyer O [Fig. 4] et que NM soit un objet rapproché. Menons NB parallèle à l'axe EA et soit B le point où cette droite rencontre la lentille. Tirons aussi BO et NO qui coupe la lentille au point C. Comme le rayon NB est donc parallèle à l'axe de la lentille AB, il est nécessaire que ce rayon soit réfracté de manière à se diriger vers le foyer O où nous plaçons l'oeil. C'est pourquoi le point N sera vu seulement à travers le point B de la lentille. Mais le point E, qui se trouve au milieu de NM, est aperçu comme auparavant au centre A de la lentille. L'image de l'objet NM est donc droite, et le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie est de nouveau égal à BA : CA. Mais comme BA, c'est-à-dire NE, est à CA, ainsi est EO à AO. L'image est donc plus grande que l'objet dans le rapport EO : AO.



BA spatium esse quod in lente occupat imago lineæ NE. At vero ducta ND rectâ quæ fecer lentem in C, apparet AC fore spatium quod occuparet idem visi-

[Fig. 3.]



bile EN in superficie quæ refractionis expers esset. Itaque ratio BA ad CA definit proportionem magnitudinis apparentis ad veram. atque apparet quidem BA ipsa CA majorem esse, cum BA ad NE sit ut PA ad PE; CA vero ad eandem NE sicut DA ad DE; ratio autem PA ad PE major quam DA ad DE, quia PA ad AE major quam DA ad AE; est enim PA major quam DA quia D cadit hic necessario inter A et P. Ergo jam et recto situ et auctum magnitudine visibile cerni per hæc constat.

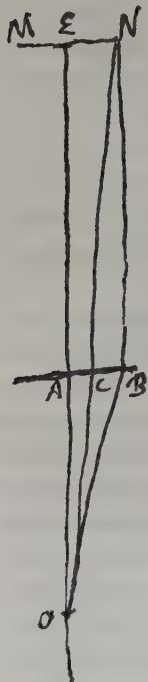
Nunc porro ostendendum, cum visibile NM longinquum est, habere BA ad CA rationem eam quam AO ad OD; cum vero propinquum, rationem compositam ex AO ad OD et ex DE ad EP. Prius autem ex posteriori sequitur ac proinde hoc primum demonstrabimus. Ratio BA ad CA componitur ex ratione BA ad NE et NE ad CA; quarum ratio BA ad NE est eadem quæ PA ad PE: ratio vero NE ad CA eadem quæ ED ad AD. Habet igitur BA ad CA rationem eandem compositæ ex rationibus PA ad PE et ED ad AD, hoc est, rationem quam rectangulum PA, ED ad rectangulum PE, AD. Hæc autem componitur ex ratione ED ad EP et PA ad AD sive AO ad OD, nam ex constructione cum sit PD ad DA ut AD ad DO, etiam componendo erit PA ad AD ut AO ad OD. Ergo ratio BA ad CA componitur ex ratione AO ad OD et ED ad EP.

Porro cum longinquum intelligitur visibile, ratio ED ad EP est ratio æqualitatis, quæ proinde composita cum ratione AO ad OD, eam nec auget nec diminuit. Itaque tum ratio BA ad CA erit eadem quæ AO ad OD. Atque hæc quidem demonstranda erant oculo inter lentem focumque ejus constituto.

Ponatur autem nunc oculus in ipso foco O [Fig. 4], et sit propinquum visibile NM. Ducatur NB parallela axi EA quæ occurrat lenti in puncto B, et jungatur BO, itemque NO secans lentem in puncto C. Quia igitur radius NB parallelus est axi lentis AB, eum necesse est refringi versus focum O, ubi oculus ponitur. Quamobrem punctum N spectabitur per solum lentis punctum B. Sed punctum E medium NM spectatur, uti prius, in centro lentis A. Igitur erectum apparet visibile NM; et magnitudo apparens ad veram rursus eam rationem habet quam BA ad CA. Verum ut BA, hoc est, NE ad CA, ita EO ad AO; ergo auctum cernitur secundum rationem EO ad AO.

Quod si vero longinquum fuerit visibile, jam ratio EO ad AO erit tanquam infinitæ inæqualitatis majoris, ac proinde infinita continget ampliatio.

[Fig. 4.]



Mais si l'objet est placé à grande distance, le rapport $EO : AO$ fera celui de deux longueurs dont la première est infiniment plus grande que la seconde. L'agrandissement fera, par conséquent, infini.

Et il mérite d'être remarqué que lorsque l'oeil occupe cette position l'image de l'objet NM paraît toujours de même grandeur, quelle que devienne la distance de l'objet à la lentille. En effet, le point N fera toujours aperçu au même endroit B .

PROPOSITION III.

Si nous plaçons l'oeil sur l'axe d'une lentille convexe, mais de telle manière que sa distance à la lentille soit plus grande que la distance focale, l'objet, placé de l'autre côté de la lentille, mais en-deçà du point correspondant¹⁾, est aperçu droit et agrandi. Mais s'il est plus éloigné de la lentille que le point correspondant, il sera vu renversé et plus grand ou plus petit selon la diversité de sa distance et de celle de l'oeil à la lentille. Le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie se trouvera de la même manière que dans le théorème précédent²⁾.

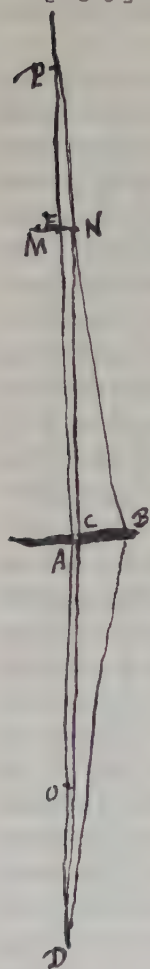
Supposons comme plus haut que la lentille soit AB [Fig. 5 et 6] et O son foyer. Quant à l'oeil, il est placé au point D de l'axe, lequel est plus éloigné de la lentille que le foyer. Et soit DP une troisième proportionnelle aux deux longueurs DO et DA ; d'après la prop. XX, Liv. I³⁾ P fera alors le point qui correspond à l'oeil, vu que, de même que les rayons issus de D se dirigent vers le point P après avoir traversé la lentille, de même aussi ceux qui viennent de P se dirigent vers l'oeil D .

Supposons que, comme auparavant, l'objet soit représenté par la droite MN , divisée en E par l'axe de la lentille en deux parties égales, et supposons en premier lieu que l'objet soit situé entre la lentille AB et le point correspondant P [Fig. 5]. Tirons du point P par l'extrémité N la droite PNB qui rencontre la lentille en B et joignons les points B et D . Tirons aussi la droite ND qui coupe la lentille au point C . Il est évident par cette construction que l'extrémité N de l'objet fera aperçue à travers le point B de la lentille, tandis qu'elle serait vue en C si le

¹⁾ C'est le „punctum dirigens” de la proposition précédente. Comparez la note I, p. 176.

Est autem animadversione dignum, hoc oculi posito, eadem semper magnitudine cerni visibile NM, quantumcunque a lente recefferit; semper enim punctum

[Fig. 5.] N in eodem puncto B percipietur.



PROPOSITIO [III].

Posito oculo in axe lentis convexæ, sed ita ut ultra focum ab ea distet, visibile ad alteram partem lentis situm, sed citra punctum correspondens¹⁾, erectum et majus spectatur. Ulterius vero quam punctum correspondens a lente remotum, videbitur inversum, et majus vel minus pro diversa ipsius atque oculi a lente distantia. Ratio autem magnitudinis apparentis ad veram se habebit eodem modo atque in Theoremate præcedenti²⁾.

Ponatur ut supra lens AB [Fig. 5 et 6], et focus ejus O. Oculus autem in puncto axis D, distans a lente ultra focum. Et duabus DO, DA ponatur tertia proportionalis DP, secundum prop. [XX, Lib. I]³⁾. Erit igitur P punctum oculo correspondens, quum sicuti radij ex D procedentes diriguntur à lente versus punctum P, ita vicissim qui ex P veniunt dirigantur ad oculum D.

Sit jam visibile, ut antea, recta MN, quam mediam dividat axis lentis in E, sitque primo situm inter lentem AB punctumque correspondens P [Fig. 5]. et ducatur ex P per terminum N recta PNB, lenti occurrens in B, et jungatur BD. Ducatur autem et recta ND secans lentem in puncto C. Manifestum itaque est per punctum lentis B appariturum visibilis terminum N, quod conspiceretur in C si radius ND sine refractione transmitteretur; punctum vero

²⁾ En employant les notations de la note 2, p. 177 la proposition amène, dans le cas de la fig. 5, la relation :

$$g = \frac{f}{o-f} \times \frac{o+v}{\frac{o^2}{o-f} - o - v} = \frac{f(o+v)}{vf - vo + of},$$

c'est-à-dire, la même formule que celle de la note citée. Et il est clair qu'on peut retenir encore cette formule dans le cas de la fig. 6, pourvu qu'on attribue à une image renversée un grossissement négatif.

³⁾ Voir la p. 99 du Tome présent.



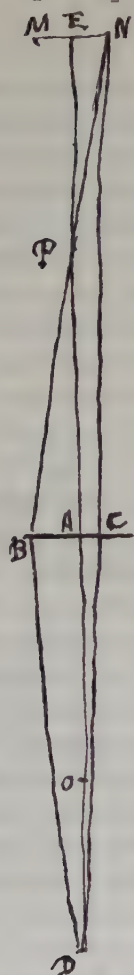
rayon ND était transmis sans réfraction. Mais le point E doit être aperçu dans l'un et l'autre cas à travers A, vu qu'aucun rayon issu de E ne parvient à D si ce n'est EA qui coupe à angles droits les deux surfaces de la lentille et qui continue donc sa route sans être réfracté.

Il est donc établi que dans ce cas l'image de l'objet apparaît droite, vu que les points N et B se trouvent du même côté de l'axe PAD. Et de nouveau le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie fera égal au rapport BA : CA. C'est pourquoi, BA étant plus grande que CA (car $BA > NE > CA$), l'image de l'objet NE sera agrandie.

Supposons ensuite que, dans l'autre cas, l'objet MN [Fig. 6] soit placé au-delà du point correspondant P et faisons la même construction qu'auparavant. Par conséquent, le point N sera de nouveau aperçu à travers le point B de la lentille et le point E à travers le point A. Mais si le point N se trouve en vérité au-dessus du point E, il fera maintenant vu en-dessous, parce que les points E et B sont situés de différents côtés de l'axe EAD. L'image de l'objet MN fera donc maintenant renversée. Or, le rapport de l'agrandissement apparent fera de nouveau, comme dans le cas précédent, égal à celui des longueurs BA et CA. Il faut donc démontrer que ce rapport, lorsque l'objet est rapproché, est composé des rapports AO : OD et ED : EP; et qu'il est égal à AO : OD, lorsque l'objet est situé à fort grande distance, ce qui ne peut avoir lieu que dans le second cas. Et la démonstration de ce théorème est la même que celle du théorème précédent. Il est donc manifeste que dans le deuxième cas les objets éloignés sont vus agrandis lorsque $AO > OD$, et réduits, lorsque $AO < OD$, et en vraie grandeur lorsque $AO = OD$. Mais lorsqu'il s'agit d'un objet rapproché, et qu'on veut savoir quand cet objet doit être vu agrandi ou réduit, il faut examiner si le rapport AO : OD est plus grand ou plus petit que le rapport EP : ED, ou si les deux rapports sont égaux, car suivant que cela se trouve, le rapport qui est composé des rapports AO : OD et ED : EP, c'est-à-dire le rapport BA : CA, fera celui d'une quantité plus grande à une quantité plus petite, d'une plus petite à une plus grande ou enfin celui de deux quantités égales.

Il est d'ailleurs évident dans les deux cas, que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie augmente d'autant plus que l'objet se rapproche davantage du point correspondant P, l'oeil et la lentille demeurant fixes; cela résulte de ce que le rapport DE : EP augmente, tandis que le rapport AO : OD demeure invariable. On en conclut aussi qu'un objet placé précisément au point P doit être vu infiniment agrandi.

[Fig. 6.]



E utroque modo per A cerni necesse est, quia radius ex E ad D nullus pervenit præter EA qui utramque lentis superficiem secat ad rectos angulos, ideoque irrefractus permeat.

Constat itaque hic visibile cerni situ erecto quum puncta N et B sint ad easdem partes axis PAD. Rursusque ratio apparentis magnitudinis ad veram erit ea, quæ BA ad CA. Quare, cum BA sit major quam CA (nam BA major est quam NE, et NE major quam CA) auctum magnitudine conspicietur visibile NE.

Porro in casu altero [Fig. 6] sit visibile MN positum ultra punctum correspondens P, et eadem construantur quæ prius. Igitur per punctum lentis B rursus aspicietur punctum N, et E per A. Sed si N fuerit reipsa superius puncto E, nunc cernetur inferius, quia ad contrarias partes axis EAD sita sunt puncta E¹⁾ et B. Itaque inversum jam apparebit visibile MN. Ratio autem apparentis incrementi rursus ut in casu priore, erit ea quæ BA ad CA; ideoque demonstrandum est rationem hanc, cum visibile propinquum est, componi ex rationibus AO ad OD et ED ad EP. Cum vero longinquum, quod tantum posteriore casu locum habet, eandem esse quæ AO ad OD. Quæ quidem demonstratio eadem est quæ in Theoremate præcedenti. Itaque manifestum est posteriore casu majora cerni visibilia longinqua quando AO major fuerit quam OD, et minora cum minor, cumque æqualis, æqualia. Sed visibili propinquo, ut sciatur quando auctum vel diminutum spectari debeat, videndum utrum major ratio AO ad OD quam EP ad ED, an minor an æqualis. nam prout hæc se habuerint, ratio quoque composita ex ratione AO ad OD et ED ad EP, hoc est, ratio BA ad CA erit majoris vel minoris inæqualitatis, vel denique æqualitas ipsa.

Manifestum autem utroque casu, quod quanto propius accedet visibile ad punctum correspondens, manente oculo et lente, tanto major erit ratio apparentis ad veram magnitudinem; crescente nimirum ratione DE ad EP, at ratione AO ad OD eadem manente; adeo ut positum in puncto ipso P, augeri debeat in infinitum.

¹⁾ Lisez N.

PROPOSITION IV.

Lorsque l'oeil est placé derrière une lentille concave, les images de tous les objets sont vues droites et plus petites que les objets eux-mêmes, et la grandeur apparente est à la grandeur vraie, lorsque l'objet est placé à grande distance, comme la distance entre la lentille et le point de dispersion est à la distance de ce point à l'oeil. Mais si l'objet est rapproché, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie se composera du rapport dont nous venons de parler, et du rapport de la distance entre l'oeil et l'objet d'une part et la distance de l'objet au point dirigeant²⁾ d'autre part.

[Fig. 7.]



* Prop. XX,
Liv. I.³⁾

Soit AC la lentille concave, et AO son axe; soit O le point de dispersion, et D l'oeil placé sur l'axe. Supposons de plus que l'objet MEN se trouve de l'autre côté de la lentille, étant donc placé de la même manière que dans le théorème précédent. Prenons DP comme troisième proportionnelle aux deux longueurs DO et DA et dans le même sens que celles-là. P fera le point vers lequel tendent les rayons qui sont réfractés par la lentille AC de manière à se diriger vers l'oeil D, parce que les rayons qui proviennent de D et qui tombent sur cette même lentille sont réfractés de telle manière qu'ils semblent provenir du point P*. Tirons la droite NP qui coupe la lentille en B et joignons les points B et D; tirons aussi la droite ND qui coupe la lentille en C. Le point N fera donc aperçu au point B, et la ligne NE correspondra à l'intervalle BA de la lentille, tandis qu'elle correspondrait à l'intervalle CA si au lieu de la lentille il y avait une surface plane où n'aurait lieu aucune réfraction.

On voit donc en premier lieu que l'image de l'objet MN est droite, vu que le point N de l'objet est aperçu à travers la lentille AC du même côté de l'axe où ce point se trouve en réalité; il en est nécessairement ainsi, parce que le point P est plus éloigné de NE que le point A.

Quant à notre thèse d'après laquelle l'image est plus petite que l'objet, la vérité en peut être démontrée de la façon suivante. $EA : AP > EA : AD$. D'où l'on tire par composition $EP : PA > ED : DA$. Mais $EP : PA = NE : BA$. Et $ED : DA = EN : CA$. Par conséquent, $NE : BA > NE : CA$; partant $BA < CA$. Or, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie est égal à $BA : CA$. Il est donc établi que la grandeur apparente est plus petite que la grandeur véritable.

On peut démontrer ensuite que le rapport $BA : CA$, lorsque l'objet est situé à grande distance, est égal au rapport de la distance de la lentille au point de

PROPOSITIO [IV].

Posito oculo post lentem cavam, visibilia omnia erecta videntur et vero minora; habetque magnitudo apparens ad veram, si visibile fuerit longinquum, rationem eam quam distantia *inter lentem et punctum dispergens* ¹⁾ ad distantiam hujus ab oculo. Si vero propinquum, rationem compositam ex illa quæ dicta est, et ex ratione distantiae inter oculum et visibile ad distantiam visibilis a puncto *directionis* ²⁾.

Esto lens cava AC, cujus axis AO; punctum dispergens O; oculus vero in axe positus sit D. Visibile vero ad alteram partem lentis MEN, ita situm uti in Theor. præcedenti. Et fiat duabus DO, DA tertia proportionalis DP, sumenda in partem eandem ac duæ reliquæ. Eritque P punctum quo tendentes radij flectuntur a lente AC versus oculum D, quoniam qui veniunt ab D in eandem lentem, ita flectuntur quasi procedant a puncto P *. Ducatur recta NP secans lentem in B, et jungatur BD; ac denique recta ND secet lentem in C. Percipietur ergo punctum N in puncto B, lineaque NE occupabit in lente intervallum BA, quæ occuparet intervallum CA, si loco lentis esset superficies refractionis expers. * [Prop. XX, Lib. I.] ³⁾

Ac primum quidem apparet erectum spectari debere visibile MN, cum punctum ejus N spectetur in lente AC ad eandem partem axis ubi revera situm est; quod quidem necessario fieri liquet eo quod punctum P ulterius quam A distet ab NE.

Quod autem magnitudine diminutum spectabitur sic constabit. Ratio EA ad AP major est quam EA ad AD. Unde et componendo, ratio EP ad PA major ratione ED ad DA. Sicut autem EP ad PA ita est NE ad BA, at sicut ED ad DA ita EN ad CA. Ergo major ratio NE ad BA quam NE ad CA; ideoque BA minor quam CA. Ratio autem apparentis ad veram magnitudinem est ea quæ BA ad CA, itaque illam magnitudinem hac minorem esse constat.

Porro quod ratio BA ad CA, cum visibile longinquum est, eadem fiat, quæ distantiae lentis a puncto dispersus ad distantiam hujus ab oculo, hoc est, quæ AO

¹⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „lentis a puncto dispergente” Il s’agit du foyer virtuel des rayons parallèles ayant la direction EA.

²⁾ Dans la leçon primitive et la copie de Niquet le dernier mot manquait, étant indiqué toutefois par des points. Huygens semble donc avoir beaucoup hésité sur le nom à donner au point correspondant à l’oeil, c’est-à-dire au point dont l’image coïncide avec l’oeil et qui joue un rôle si important dans la formulation des propositions du Livre présent.

Quant à la proposition présente, elle conduit à la formule :

$$g = \frac{f}{f+o} \times \frac{o+v}{o+v-\frac{o^2}{f+o}} = \frac{f(o+v)}{vf+vo+of},$$

qui se déduit de celle de la note 2, p. 177 en remplaçant f par $-f$.

³⁾ Voir la p. 99 du Tome présent.

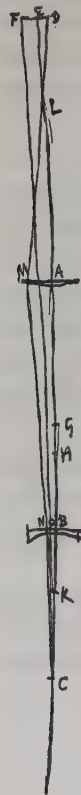
disperſion d'une part et de la diſtance de ce dernier point à l'oeil d'autre part, c. à. d. au rapport $AO : OD$; mais que, lorſque l'objet eſt ſitué plus près, il ſe compoſe du rapport dont nous venons de parler et du rapport $DE : EP$. Cette double démonſtration eſt identique mot à mot à celle de la propoſition II de ce Livre ¹⁾.

Or, il réſulte clairement de tout ceci que, lorſque l'oeil et la lentille concave demeurent fixes, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable devient d'autant plus petit que l'objet s'éloigne davantage de la lentille. En effet, le rapport $DE : EP$ ſe rapproche alors de plus en plus de l'égalité.

Il eſt évident en outre que ſi l'oeil D ſe trouve très-près de la lentille C le point P lui auſſi s'en rapproche indéfiniment, de ſorte que les rapports $AO : OD$ et $DE : EP$ doivent alors l'un et l'autre être eſtimés égaux à l'unité. C'eſt pourquoi en ce cas ni les objets éloignés ni les objets ſitués à petite diſtance ne ſeront alors aperçus plus petits que lorſque la lentille eſt abſente ²⁾.

[Fig. 8.]

PROPOSITION V ³⁾.



Étant données deux lentilles et leurs poſitions tant celle de l'une par rapport à l'autre que celles par rapport à l'oeil et à l'objet, trouver dans quel rapport elles augmentent ou diminuent la grandeur de l'objet et ſi l'image qu'elles en donnent eſt droite ou renverſée⁴⁾.

Il y a quatre combinaiſons de deux lentilles, car elles peuvent être convexes l'une et l'autre, ou toutes les deux concaves; ou bien celle qui eſt le plus près de l'oeil peut être concave et l'autre convexe; ou inverſement ⁵⁾.

Suppoſons donc d'abord que les deux lentilles données ſoient la lentille convexe A et la lentille concave B, et que cette dernière ſoit placée le plus près de l'oeil [Fig. 8—12]. Suppoſons en outre l'oeil ſitué en C ſur l'axe commun aux deux lentilles, et ſoit l'objet la ligne droite DF perpendiculaire à ce même axe et diviſée par elle en F en deux parties égales.

¹⁾ Voir la p. 179 du Tome préſent.

²⁾ Huygens a annoté ici, à une date beaucoup plus récente, probablement en 1684 ou plus tard: „Hinc perge ad Propositionem quæ in fine pag. 76 a: Si ſit angulus etc.” Nous donnerons cette propoſition comme Appendice III au Livre préſent (voir la p. 238).

L'annotation, comme auſſi celles que nous faiſons ſuivre, prouve une fois de plus que Huygens avait alors en vue une réviſion aſſez étendue de toute ſa „Dioptrique”.

³⁾ Huygens a annoté plus tard: „Hæc neceſſaria ad ſequentem” et enſuite „Hæc univerſalis prop.^o ponenda non hic ſed ante illam quæ pag. 91” [voir la Prop. VI, p. 199] „cui probandæ præcipue conducit, tamen caſus teleſcopij et microſcopij rursus hic annotentur.”

Ajoutons que dans la leçon primitive et la copie Niquet la propoſition préſente était ſuivie de la Prop. III du Livre III (p. 253 du Tome préſent), dont on trouvera une autre leçon

ad OD; cum vero propinquum, eadem compositæ ex jam dicta ratione et ex ratione DE ad EP: hæc utraque ijsdem verbis demonstrantur ac in propositione [II hujus Libri] ¹⁾).

Manifestum vero hinc est, manente oculo et lente cava, quo magis removebitur ab ea visibile, eo magis diminui rationem apparentis ad veram magnitudinem, quippe ratione DE ad EP magis ac magis accedente ad æqualitatem.

Manifestum quoque si oculus D sit lenti C proximus etiam punctum P proximum fieri, adeo ut æque ratio AO ad OD, ac DE ad EP, tunc habendæ sint pro ratione æqualitatis. Quamobrem nec longinqua nec propinqua tunc minora conspiciuntur quam lente remota ²⁾).

PROPOSITIO [V] ³⁾.

Datis duabus lentibus, et positione earum, tam inter se, quam inter oculum et visibile, invenire qua proportionem illud augeant vel imminuant, et utrum situ erecto an everso referant ⁴⁾).

Duarum lentium quatuor *sunt conjugationes* ⁵⁾, nam vel convexa est utraque, vel utraque cava; vel cava quæ propior est oculo, altera convexa; vel contra ⁶⁾).

Sint igitur primum propositæ lentes duæ, convexa A et concava B, ita ut hæc oculo propior consistat [Fig. 8—12]. Sit autem oculus ad C, in communi duarum lentium axe constitutus; visibile vero DF sit linea recta eidem axi ad angulos

plus récente et profondément altérée dans la Prop. IV de la troisième Partie de cette „Dioptrique”.

Quant aux cas „du télescope et du microscope,” on les trouvera traités de même dans cette troisième Partie, là où il s’agit des lunettes à deux verres convexes et du microscope composé.

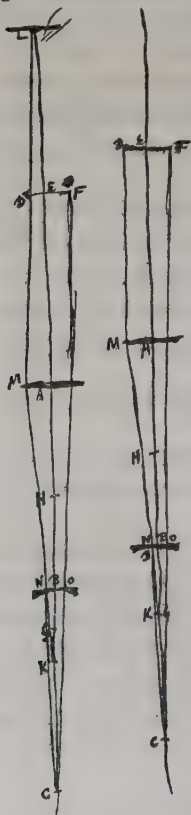
⁴⁾ Plus tard, à une époque inconnue, Huygens ajouta: „Et ostendere in Telescopijs ex convexa et cava lente compositis res visas longe remotas augeri secundum rationem foci distantiae lentis convexae ad distantiam puncti dispersus lentis cavæ. In telescopijs verò quæ gemina convexa lente componuntur amplificationem istam fieri secundum rationem foci distantiae lentis convexae exterioris ad foci distantiam interioris sive ocularis.” Toutefois ces phrases furent biffées depuis.

⁵⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „esse variationes seu differentias constat.”

⁶⁾ Aux lieux cités on lit encore: quarum secunda differentia minuendo visibile tantum idonea est: posterior et augere potest et minuere, sed nullo egregio effectu. Reliquæ vero duæ in augendis rerum speciebus, seu remotarum seu propinquarum, multo maximi sunt usus, ut pridem experientia cognitum est. Ratio autem omnium hic manifesta fiet. Nam quamvis positiones utiles tantum persequi propositum sit; tamen et reliquas quivis cum his comparare poterit, quia eodem modo in quavis differentia magnitudo apparens definitur.”

On demande de trouver le rapport de la grandeur vue à travers les deux lentilles à la grandeur qu'on apercevrait sans lentilles.

Or, comme les lentilles sont données, on connaît aussi le foyer G de la lentille convexe correspondant aux rayons parallèles venant du côté de l'objet, et le point de dispersion H de la lentille concave. On doit donc construire d'abord une troisième proportionnelle CK aux deux longueurs CH et CB , laquelle doit être portée vers le point H ; et ensuite une troisième proportionnelle KL aux deux longueurs KG et KA qui sera portée du côté de G , à moins que le point K ne coïncide avec le point G [Fig. 12]. Dans ce dernier cas on doit omettre la troisième proportionnelle KL ¹⁾. Je dis maintenant que le rapport de la grandeur apparente vue à travers les lentilles à celle qu'on apercevrait à l'œil nu est composé des rapports $HB : HC$, $AG : GK$ et $EC : EL$ ou bien dans le cas que nous avons excepté, celui où EL n'existe pas, des rapports $HB : HC$ et $EC : AK$.



En effet, menons une droite par les points L et D qui coupe la lentille A en M , ou bien, dans le cas où L n'existe pas [Fig. 12], menons la droite DM parallèle à l'axe des lentilles. Tirons ensuite MK qui coupe la lentille B en N , et joignons les points N et C . Menons enfin du point F à l'œil C la droite FC qui coupe la même lentille B en O . Vu que G est le foyer de la lentille convexe A , et que KG est à KA comme KA est à KL , il s'ensuit que les rayons qui issus du point K rencontrent la lentille A , sont réfractés de telle manière qu'ils correspondent ensuite au point L ²⁾. D'où l'on conclut que réciproquement les rayons qui partent du point L , ou qui se dirigent vers lui en venant de l'autre côté de la lentille, se réuniront au point K . Et comme les longueurs CH , CB et CK forment une proportion et que H est le point de dispersion de la lentille B pour les rayons venant du côté A , il est établi que les rayons qui proviennent du point C sont réfractés par la lentille B de manière à correspondre ensuite au point K ³⁾. D'où l'on conclut que réciproquement les rayons qui rencontrent la lentille B en venant de l'autre côté et qui se dirigent vers le point K seront réfractés de telle manière qu'ils se réuniront au point

C . Il apparaît donc que le rayon DM qui va d'un point D de l'objet à la lentille A et qui correspond au point L est celui qui atteint l'œil C après avoir été réfracté par la première lentille en M et par la seconde en N . L'œil verra donc le point D au point N de la lentille B et la droite DE occupera dans la lentille B la partie BN . Or, la droite EF qui est égale à ED , occuperait dans cette même lentille B la partie OB si elle était aperçue sans aucune réfraction par les lentilles,

rectos, ab eoque in E bifariam divisa. Et oporteat invenire rationem magnitudinis per utramque lentem conspectæ ad eam quæ sine lentibus perciperetur.

Quia autem datæ sunt lentes, datur et convexæ focus G, radiorum a parte visibilis advenientium, et concavæ punctum dispersus H. Igitur primum invenitur duabus CH, CB tertia proportionalis CK, versus H sumenda. Deinde duabus KG, KA tertia proportionalis KL, sumenda versus G, nisi contingat punctum K incidere in G [Fig. 12], quo casu proportionalis KL omittenda ¹⁾.

Dico jam rationem apparentis magnitudinis trans lentes ad eam quæ nudo oculo spectaretur, habere rationem compositam ex rationibus HB ad HC, et AG ad GK, et EC ad EL, vel, in casu excepto, ubi deest EL, ex rationibus HB ad HC et EC ad AK.

[Fig. 9.]

[Fig. 10.]



Ducatur enim recta per L, D, secans lentem A in M, vel in casu quo deest L [Fig. 12], agatur DM axi lentium parallela. Deinde ²⁾ ducatur MK secans lentem B in N, et jungatur NC. Et tandem ex F ad oculum C protendatur recta FC, secans eandem ³⁾ lentem B in O. Quoniam igitur lentis convexæ A focus est G, estque KG ad KA ut hæc ad KL; sequitur radios qui à puncto K venientes occurrunt lenti A, ita flecti ut pertineant inde ad punctum L ⁴⁾. Unde vicissim qui a puncto L exeunt vel ad ipsum feruntur, occurrentes lenti ab altera parte, concurrent ad punctum K. Rursus quia proportionales sunt CH, CB, CK, estque H punctum dispersus lentis B radiorum a parte A venientium; constat radios a C puncto venientes, flecti à lente B ut inde pertineant ad punctum K ⁴⁾. Unde vicissim qui ab altera parte occurrunt lenti B tenduntque ad punctum K, ita inflectentur ut concurrant ad punctum C. Patet itaque radium DM, qui per punctum rei visibilis D ducitur ad lentem A, pertinetque ad punctum L, eum esse qui post refractionem in lente utraque primum in M, deinde in N, pervenit ad oculum C; a quo itaque cernitur punctum D in puncto N lentis B, occupabitque recta DE in lente B partem BN. recta autem EF

ipfi ED æqualis, si nulla in lentibus refractione cerneretur, occuparet in eadem lente B partem OB, quoniam FOC recta est linea. Itaque ratio magnitudinis apparentis per lentes ad veram est ea quæ rectæ BN ad BO.

¹⁾ Puisque $KG = 0$ amène $KL = \infty$ d'après la proportion $KG : KA = KA : KL$.

²⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „Porro”.

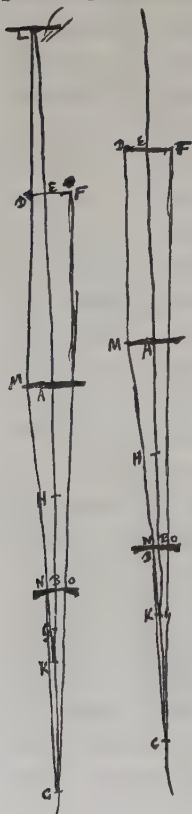
³⁾ Ce mot manque aux lieux cités.

⁴⁾ D'après la Prop. XX du Liv. I, p. 99 du Tome présent.

vu que FOC est une ligne droite. Le rapport de la grandeur apparente vue à travers les lentilles à la grandeur véritable est donc égale à $BN : BO$.

Or, le rapport $BN : BO$ est composé des rapports $BN : AM$, $AM : ED$ et $ED : BO$. Le premier, $BN : AM$, est égal à $BK : AK$. Et le deuxième $AM : ED$, est égal à $AL : EL$; ou bien, dans le cas [Fig. 12] où DM est parallèle à EA , au rapport de deux longueurs égales. Enfin, le troisième rapport $ED : BO$ est égal à $EC : BC$. Le rapport $BN : BO$ fera donc composé des rapports $BK : AK$, $AL : EL$ (qui se réduit à celui de l'égalité dans le cas excepté) et $EC : BC$. Or, le rapport qui est composé des rapports $BK : AK$ et $EC : BC$ est égal au rapport qui se compose des rapports $BK : BC$ et $EC : AK$. Par conséquent, le rapport $BN : BO$ fera composé des rapports $BK : BC$, $EC : AK$ et $AL : EL$, et,

[Fig. 11.] [Fig. 12.]



dans le cas excepté, des deux premiers seulement, vu que le rapport de deux longueurs égales n'augmente ni ne diminue les rapports avec lesquels on le compose. D'autre part le rapport qui est composé des rapports $EC : AK$ et $AL : EL$ est égal à celui qui se compose des rapports $EC : EL$ et $AL : AK$. Par conséquent, le rapport $BN : BO$ fera composé des rapports $BK : BC$, $AL : AK$ et $EC : EL$; mais comme $CH : CB = CB : CK$, on aura aussi $CH : HB = CB : BK$, et, par inversion, $HB : CH = BK : BC$. De même, comme $KG : KA = KA : KL$, on aura aussi $KG : AG = KA : LA$, et, par inversion, $AG : GK = AL : AK$. Par conséquent, le rapport $BN : BO$, celui de la grandeur apparente à la grandeur vraie, sera composé des rapports $HB : HC$, $AG : GK$ et $EC : EL$, et dans le cas excepté des rapports $HB : HC$ et $EC : AK$; ce qu'il fallait démontrer.

Il faut remarquer cependant que si la lentille concave B est placée de telle manière entre la lentille A et son foyer G que la distance BG est égale à la distance BH [Fig. 9 et 10] de la lentille B à son point de dispersion, ce qui est la position ordinaire dans un télescope de ce genre, parce que les rayons venant d'un point quelconque de l'objet parviennent alors parallèlement à l'oeil, la grandeur apparente d'un objet fort éloigné sera toujours la même en quelque endroit que l'oeil C soit placé derrière la lentille B; et que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie sera égal à $AG : GB$ ou BH . En effet, il a été démontré que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie se compose des rapports $HB : HC$, $AG : GK$ et $EC : EL$; de plus,

le rapport $EC : EL$ est ici celui de deux longueurs égales parce que l'objet est par hypothèse à grande distance et que, par conséquent, le point E est supposé infiniment éloigné tant de C que de L, dont la distance est ici finie. Il en résulte que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie est composé des rapports

Ratio autem BN ad BO componitur ex rationibus BN ad AM et AM ad ED, et ED ad BO. quarum ratio prima BN ad AM est eadem quæ BK ad AK. Secunda vero AM ad ED eadem quæ AL ad EL; aut, in casu [Fig. 12], quo DM est parallela EA, eadem cum ratione æqualitatis. Et denique tertia ratio ED *vel* FE¹⁾ ad BO, eadem quæ EC ad BC. Igitur ratio BN ad BO componetur ex rationibus

[Fig. 9.]



[Fig. 10.]



BK ad AK, et AL ad EL, (cujus loco in casu excepto est ratio æqualitatis) et ex ratione EC ad BC. Ratio autem composita ex ratione BK ad AK, et EC ad BC est eadem compositæ ex BK ad BC et EC ad AK. Igitur ratio BN ad BO componetur ex rationibus BK ad BC et EC ad AK et AL ad EL; et in casu excepto ex duabus prioribus tantum, cum ratio æqualitatis rationes quibuscum composita est non augeat nec imminuat. Rursus vero ratio composita ex EC ad AK et AL ad EL eadem est compositæ ex EC ad EL et AL ad AK. Igitur ratio BN ad BO composita erit ex rationibus BK ad BC et AL ad AK et EC ad EL. quia autem CH ad CB ut CB ad CK, erit quoque CH ad HB ut CB ad BK: et invertendo, ratio HB ad CH eadem quæ BK ad BC. Item quia KG ad KA ut KA ad KL, erit et KG ad AG ut KA ad LA; et invertendo, ratio AG ad GK eadem quæ AL ad AK. Itaque ratio BN ad BO, apparentis nempe magnitudinis ad veram, componetur ex rationibus HB ad HC et AG ad GK et EC ad EL; et in casu excepto ex rationibus HB ad HC et EC ad AK. quod erat demonstr.

Notandum vero, si lens cava B ita posita sit inter lentem A focumque ejus G, ut distantia BG sit æqualis BH [Fig. 9 et 10] quæ est inter lentem B et punctum suum dispersus, quæ positio ordinaria est telescopij hujusmodi, *qua nempe paralleli ad oculum feruntur radij a singulis rei visæ punctis manantes*²⁾, quod eadem tunc semper erit magnitudo apprens rei longinquæ, quocunque loco oculus C post lentem B statuatur: ac ratio ejus ad veram magnitudinem ea quæ AG ad GB *vel* BH³⁾. Cum enim ostensum sit rationem apparentis magnitudinis ad veram componi ex rationibus HB ad HC, et AG ad GK, et EC ad EL; cumque hic ratio EC ad EL sit æqualitatis, eo quod visibile longinquum ponatur; *eoque punctum E censeatur*

¹⁾ Ces deux mots manquaient dans la leçon primitive, où ils ont été ajoutés depuis. Ils manquent de même dans la copie de Niquet.

²⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „ut postea dicitur”.

³⁾ Les mots en italique manquaient dans la leçon primitive, où ils ont été ajoutés depuis. Ils manquent de même dans la copie de Niquet.

HB : HC et AG : GK. Mais comme $CH : CB = CB : CK$, on aura aussi $CH : CB = HB : BK$, c.à.d. $= GB : BK$, vu que $GB = HB$. Donc aussi $CH : HB = BG : GK$ et, par conversion, $BH : HC = KG : GB$. Par conséquent, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable est composé des rapports AG : GK et GK : GB; ce rapport fera donc égal au rapport AG : GB ou BH.

Il est donc établi³⁾ que dans un télescope pourvu d'une lentille convexe et d'une lentille concave la grandeur apparente des objets fort éloignés est à celle qu'on aperçoit à l'oeil nu, comme la distance focale de la lentille convexe est à la distance du point de dispersion à la lentille concave. Cela sera démontré de nouveau plus loin⁵⁾.

La considération des figures suffit pour faire voir si dans chaque cas particulier l'image doit apparaître droite ou renversée. On remarquera que l'image sera droite dans tous les cas excepté celui où le foyer G de la lentille A tombe entre la lentille et le point K, et où l'objet est en même temps situé au-delà du point L [Fig. 8]; car alors le point D est aperçu à travers le point N de la lentille B qui est situé de l'autre côté de l'axe EB, et l'image paraîtra donc nécessairement renversée.

Supposons maintenant que les deux lentilles soient convexes, et soit G [Fig. 13—21] de nouveau le foyer de la lentille A, et H le foyer de la lentille B;



¹⁾ Les mots en italique manquaient dans la leçon primitive, où ils ont été ajoutés depuis. Ils manquent de même dans la copie de Niquet.

²⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „Itaque”.

³⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „Itaque”. De plus, on y trouve intercalé entre cet alinéa et celui qui précède le passage suivant, biffé depuis: „Porro quoque ex ante demonstratis colligitur, si punctum C incidat in B, hoc est si oculus lenti cavæ prope admoveatur, quod lens cava tunc effectum carebit quantum ad apparentem visibilis magnitudinem, sive longinquum sive vicinum, quæ tanta erit quanta foret si lente B amota per solam lentem A oculus intueretur. Cadat enim C in B [voir la figure de cette note]. Ergo et K in B incidet, quia continuè debent esse proportionales CH, CB, CK. Itaque jam ratio HB ad HC erit æqualitatis, quæ cum in compositione pro nulla sit habenda, dicemus jam rationem apparentis magnitudinis ad veram componi ex rationibus, AG ad GK et EC ad EL, hoc est ex rationibus AG ad GB, et EB ad EL. Est autem duabus BG, BA tertia proportionalis BL, quia hæ tres jam eædem sunt quam KG, KA, KL. Ergo cum per ea quæ supra demonstrata sunt, ratio apparentis magnitudinis ad veram, rei per solam lentem A spectatæ posito oculo in C, similiter componatur ex rationibus AG ad GB et EB ad EL [d'après la Prop. II, p. 175; le point L étant ici conforme au „point dirigeant” P de la figure 3], apparet eam nunc plane

[Fig. 9.] [Fig. 10.]



infinite remotum tam à C quam ab L, cujus hic definita est distantia ¹⁾, componetur ergo ratio apparentis magnitudinis ad veram ex rationibus HB ad HC et AG ad GK. Quia autem ut CH ad CB ita CB ad CK, Erit etiam ut CH ad CB ita HB ad BK, hoc est, ita GB ad BK, quia GB æqualis HB. Itaque et CH ad HB, ut BG ad GK, et convertendo, BH ad HC ut KG ad GB. *Proinde ²⁾* ratio apparentis ad veram magnitudinem componitur ex rationibus AG ad GK et GK ad GB, hoc est, erit eadem ac ratio AG ad GB *vel BH ¹⁾*.

Constat igitur ³⁾ in telescopio, quod convexo et cavo vitro instructum sit, *esse magnitudinum apparentem ⁴⁾* rerum procul distitarum ad eam quæ nudo oculo percipitur, sicut *foci distantia lentis convexæ ad distantiam puncti dispersus a lente cava. Quod etiam in sequentibus ostendetur ⁵⁾*.

Porro ex sola inspectione schematum ad casus singulos, apparet utrum erectum cerni debeat visibile an eversum. Nempe omnibus casibus erectum appariturum præterquam in [illo casu] ubi nimirum focus G lentis A cadit inter ipsam et punctum K, simulque visibile remotum est ultra punctum L [Fig. 8]. hic enim punctum D spectatur per punctum N lentis B quod ad alteram partem axis EB situm est, ideoque visibile eversum spectari necesse est.

Proponatur nunc convexa lens utraque, et rursus lentis A [Fig. 13—21] sit focus G; lentis vero B focus H, *uterque a*

eandem esse licet duæ lentes inter oculum et visibile interjiciantur dummodo altera earum oculo contigua sit.

Apparet præterea, etiam hic rationem EB ad EL, si visibile longinquum ponatur, fieri rationem æqualitatis; ideoque tunc rationem magnitudinis apparentis ad veram esse eam quæ AG ad GB."

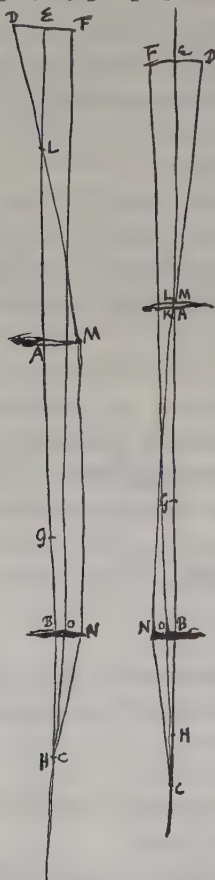
Remarquons que, en effet, ce passage biffé était devenu superflu depuis la nouvelle rédaction donnée à la Prop. I, p. 174, laquelle conduit bien plus simplement à la même conclusion, c'est-à-dire à celle que dans le cas considéré la lentille B n'a aucun effet sur le grossissement.

⁴⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „erit magnitudo apparens."

⁵⁾ Aux lieux cités on trouve „distantia lentis convexæ à foco suo, seu puncto concursus parallelorum a parte rei visæ venientium, ad distantiam ejusdem foci a lente cava cui oculus admovetur; quod hucusque a nemine fuit demonstratum." On doit remarquer à ce propos que, vu aussi la manière dont cette règle a été déduite dans la leçon primitive et la copie de Niquet, elle est plus générale que celle dont

l'un et l'autre se trouvant du côté opposé à celui où est placé l'objet FED. L'oeil est en C. Soient CH, CB, CK trois grandeurs qui forment une proportion continue, et KG, KA, KL de même. Supposons le reste construit comme auparavant. Tout ce qui a été dit plus haut à

[Fig. 17.] [Fig. 18.]



propos de la grandeur apparente de l'image formée par la lentille convexe combinée avec la lentille concave, sera applicable également aux deux lentilles que nous considérons maintenant, et la démonstration sera la même. Seulement l'oeil C peut ici être placé au point H [Fig. 17], auquel cas on ne peut pas trouver le point K, mais où l'on doit prendre $AL = AG$ et tirer du point D la droite DLM qui rencontre la lentille A en M, d'où l'on doit mener la droite MN parallèle à l'axe AB, laquelle rencontre la lentille B en N. Il faut ensuite joindre les points N et C. La démonstration est la suivante. Le rapport $BN : BO$ [Fig. 17], celui de la grandeur apparente à la grandeur vraie, est composé des rapports $BN : DE$ ou $AM : DE$ et $DE : BO$. De ces rapports le premier $AM : DE$ est égal à $AL : LE$, et le second $DE : BO$ à $EC : BC$. Le rapport $BN : BO$ se compose donc des rapports $AL : LE$ et $EC : BC$, c'est-à-dire des rapports $AL : BC$ et $EC : EL$ ²⁾. D'où l'on conclut que si l'objet est placé à grande distance, vu qu'alors le rapport $EC : EL$ est égal à l'unité, le rapport $AL : BC$ fera le seul qui reste et qui représentera celui de la grandeur apparente à la grandeur vraie. Or, AL est la distance focale de la lentille A, vu que $AL = AG$, et BC est la distance focale de la lentille B³⁾.

Lorsque le point K coïncide avec le centre de la lentille A [Fig. 18], ce qui arrive lorsque l'oeil C est placé de telle manière qu'une troisième proportionnelle CK prise par rapport aux deux longueurs CH et CB se trouve être égale à la distance CA, le point L coïncidera également avec le centre de la lentille A, et le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie fera composé des seuls rapports $HB : HC$

Huygens s'est servi dans la leçon actuelle, puisqu'elle s'étend au cas où $BG \neq BH$, c'est-à-dire, à celui où il n'y a pas de coïncidence des foyers.

Quant à la dernière phrase de cette leçon elle se rapporte à la Prop. I de la troisième Partie. Voir le dernier alinéa de la note 3, p. 187.

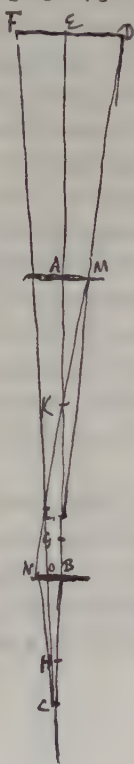
¹⁾ On trouve aux lieux cités: „lenticis vero focus H et oculus in C.”

²⁾ Dans le cas traité le rapport $AL : BC$ remplace donc le rapport composé de $HB : HC$ et de $AG : GK$, lequel a servi (voir la p. 189) dans le cas général, mais qui perd ici toute signification puisqu'on a $HC = 0$ et que GK est devenu infini.

[Fig. 13.]



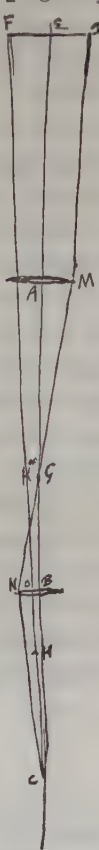
[Fig. 14.]



[Fig. 15.]



[Fig. 16.]



*visibili FED aversus. Oculus vero*¹⁾ in C. Et continuè proportionales CH, CB, CK, itemque KG, KA, KL; et reliqua similiter uti prius construuntur. Et omnia quæ modo de convexa et cava lente dicta fuere ad apparentem magnitudinem attinentia, etiam his lentibus convenient, eademque erit demonstratio. Nisi quod hic potest poni oculus C in puncto H [Fig. 17], quo casu punctum K non invenitur, sed sumenda est AL æqualis AG, et ex puncto D ducenda recta DLM occurrens lenti A in M, unde parallela facienda MN axi AB, quæ occurrat lenti B in N, et jungenda NC. Demonstratioque erit hujusmodi: Ratio BN ad BO [Fig. 17], nempe apparentis magnitudinis ad veram, componitur ex rationibus BN seu AM ad DE et DE ad BO. Quarum AM ad DE eadem est quæ AL ad LE: et DE ad BO eadem quæ EC ad BC. Ergo ratio BN ad BO

componetur ex rationibus AL ad LE et EC ad BC, hoc est, ex rationibus LA ad BC et EC ad EL²⁾. Unde si visibile longinquum fuerit, quia tunc ratio EC ad EL est æqualitatis, supererit sola ratio AL ad BC, quæ erit apparentis magnitudinis ad veram. Est autem AL foci distantia lentis A, quippe æqualis AG; et BC foci distantia lentis B³⁾.

Quando autem punctum K incidit in centrum lentis A [Fig. 18], quod contingit quando oculus C ita positus est, ut, sumta duabus CH, CB tertia proportionali CK, ea æquetur distantia CA; etiam punctum L eodem incidet, ratioque magni-

³⁾ Huygens annota ici en marge: „vide ad dioptr. spectantia ubi hæc mutavi”. Quoique nous possédions une feuille séparée qui porte la suscription „Ad Dioptricen spectantia”, écrite de la main de Huygens, nous n’avons pu trouver la nouvelle leçon mentionnée.

et $EC : EL$, parce que le troisième rapport $AG : GK$ est alors égal à l'unité. Et cette disposition de l'oeil est utile dans le cas des télescopes et des microscopes ¹⁾, attendu qu'une grande partie de l'objet est alors aperçue d'un seul regard, puisque l'image remplit toute la lentille B, même si l'ouverture de la lentille A est fort petite.

Mais quand il arrivera que le foyer G [Fig. 20] de la lentille A tombe entre cette lentille et la lentille B et que la distance GB est égale à la distance BH, c'est-à-dire à la distance focale de la lentille B, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur vraie d'un objet placé à grande distance sera égal à $AG : GB$, en quelque point de l'axe des lentilles que l'on place l'oeil C. Il sera donc égal au rapport des distances focales de la lentille extérieure et de la lentille intérieure, c'est-à-dire de la lentille placée près de l'oeil, comme cela a été démontré plus haut dans le cas de la lentille convexe combinée avec la lentille concave ⁷⁾. En effet, la démonstration donnée dans ce cas est applicable également au cas que nous considérons maintenant. Or, c'est là la disposition ordinaire dans les télescopes à deux lentilles convexes par laquelle il se fait que ceux qui ont la vue sans défaut voient clairement les objets situés à grande distance ⁹⁾.

D'ailleurs, comme auparavant, il ressort clairement de la considération des figures dans chaque cas particulier si l'image est aperçue droite ou renversée. Car là où les points N et D se trouvent du même côté de l'axe AB, l'image apparaîtra droite, mais là où ces points se trouvent de différents côtés de l'axe, elle sera renversée, et il appert que l'un aussi bien que l'autre peut avoir lieu dans différents cas qu'il ne vaut pas la peine d'examiner à part.

¹⁾ C'est-à-dire, la disposition où l'oeil est placé à l'endroit où l'image de l'objectif est formée par l'oculaire. Consultez encore à ce propos les Prop. III et IV du Liv. III (pp. 255 et 259 du Tome présent) et de même les propositions de la troisième Partie de cette „Dioptrique”, lesquelles traitent le télescope à deux verres convexes et le microscope composé.

²⁾ Ces mots en italique furent ajoutés à une époque postérieure à celle où la copie de Niquet fut prise.

³⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent „At cum”.

⁴⁾ Aux lieux cités: „est”.

⁵⁾ Aux lieux cités le mot „rursus” se trouve intercalé.

⁶⁾ Mots qui manquent aux lieux cités.

⁷⁾ Voir la p. 191 du Tome présent, à commencer par les mots: „Notandum vero”.

⁸⁾ Aux lieux cités: „Et haec”.

⁹⁾ Huygens annota encore en marge à propos des figures 13—22: „an addendus casus cum ocularis ponitur in foco anterioris lentis?” (phrase qu'on retrouve dans la copie de Niquet). Mais il ajouta plus tard „nil opus”. En effet, la figure qu'il ne manqua pas de dessiner, tout en la biffant ensuite, ne diffère de la fig. 14 que par la seule circonstance que le point G s'y trouve marqué dans l'intérieur de la lentille B.

¹⁰⁾ Aux lieux cités „representetur”.

tudinis apparentis ad veram componetur tantum ex rationibus HB ad HC et EC ad EL, quia ratio tertia AG ad GK jam est æqualitatis. Et hæc quidem oculi dispositio utilis est in telescopijs ac microscopijs ¹⁾, quia magna rei visæ pars uno intuitu sic percipitur, totam lentem B complente imagine, *etiam si lentis A minima fuerit apertura* ²⁾.

[Fig. 19.]



[Fig. 20.]



[Fig. 21.]



[Fig. 22.]



Quandocunque autem ³⁾ foco G [Fig. 20] lentis A cadente inter ipsam lentemque B, distantia GB æqualis *erit* ⁴⁾ BH, qua distat a lente B focus suus H: erit ratio ⁵⁾ apparentis ad veram magnitudinem rei longinquæ, ubicunque oculus C *in axe lentium* ⁶⁾ ponatur ea quæ AG ad GB, *hoc est ea quæ foci distantiarum lentis exterioris atque interioris sive oculo proximæ* ⁶⁾, sicut ante in compositione lentis convexæ cum cava ostensum est ⁷⁾. *Demonstratio enim eadem quæ illic habetur etiam huic casui accommodata est* ⁶⁾. Hæc vero ⁸⁾ ordinaria est telescopij ex duabus convexis dispositio, qua nempe fit ut, qui nullo visus vitio laborant, res remotas distincte contueantur ⁹⁾.

De cætero utrum erecto situ an everso visibile *spectetur* ¹⁰⁾, ex figuris cujusque casus hic quoque manifestum est. Nempe ubi puncta N et D reperiuntur ad eandem partem axis AB, erectum spectabitur visibile; ubi vero ad contrarias axis partes, inversum erit, atque apparet utrumque horum varijs casibus contingere posse, de quibus sin-

gillatim inquirere operæ pretium non est.

PROPOSITION VI.

Théorème ¹⁾.

Lorsqu' un objet est vu à travers un nombre quelconque de lentilles, et qu'on intervertit les positions de l'oeil et de l'objet tandis que les lentilles demeurent en place, la grandeur apparente de l'objet fera la même et l'image aura la même position, droite ou renversée ²⁾.

¹⁾ Ce théorème fut mentionné pour la première fois dans une lettre à Kinner à Löwenthurn du 16 déc. 1653 (p. 261 du T. I). Comme Bosscha l'a remarqué (*Arch. Néerl.* 1^{re} Sér. T. XXIX (1896), p. 394) il constitue bien certainement le premier théorème trouvé et publié (en 1703) qui s'applique à un système centré quelconque de lentilles et de plus il contient en germe toute la théorie d'un tel système. Pour le reconnaître il suffira de considérer (avec Bosscha) sur l'axe d'un système C...D, six points successifs A, B, C, D, E, F, dont C et D représentent les lentilles extrêmes, E l'image de A, F celui de B. Posons alors $AC = x$, $BC = x'$, $DE = y$, $DF = y'$. Si donc un objet de hauteur h est placé en A, l'oeil, que nous supposons se trouver en F, verra l'image formée en E sous un angle $Gh : (y' - y)$, lorsque G est l'agrandissement. Si, au contraire, le même objet se trouve en F, l'oeil en A, il se formera une image en B qui se montrera à l'oeil sous un angle $h : G'(x - x')$, lorsque G' est l'agrandissement de l'image en F d'un objet qui se trouverait en B. Or, d'après le théorème de Huygens, ces deux angles sont égaux. On a donc $GG' = (y' - y) : (x - x')$.

Pour introduire ensuite dans cette équation les constantes du système, on pourra supposer que l'objet se trouve placé en C, contre l'objectif, que l'image se forme alors à une distance o_2 en arrière de D et que son agrandissement soit G_2 . En introduisant ces deux constantes de l'appareil dans la formule au lieu de y' et de G' , on aura $GG_2 = (o_2 - y) : x$. De même, si nous supposons que l'image se forme en D, la distance de l'objet à C sera une autre constante du système que nous désignons par o_1 . Il en sera de même de l'agrandissement G_1 de l'image en D. On aura donc encore $GG_1 = -y : (x - o_1)$. De ces deux dernières équations on peut éliminer soit G , soit x , et arriver de cette manière à des formules de la forme $r + sx + cy + pxy = 0$ et $G = s + py$ qui suffisent pour résoudre tous les problèmes relatifs au lieu et à la grandeur des images, ou plus généralement à la marche d'un rayon à travers le système. Quant à la signification optique des constantes o_1 , o_2 , G_1 et G_2 et quelques autres considérations qui se rapportent à ce qui précède nous renvoyons à la note originale de Bosscha.

Voici, d'ailleurs, une démonstration du théorème de Huygens pour le cas général où l'indice de réfraction n et le rayon de courbure R des surfaces de densité égale varient continuellement le long de l'axe.

Soient x et y les coordonnées cartésiennes des points d'un rayon, x étant compté le long de l'axe et y perpendiculairement sur lui. Soient $P_{-1}(x - \Delta x, y_{-1})$, $P(x, y)$, $P_{+1}(x + \Delta x, y_{+1})$ trois points consécutifs du même rayon, où les indices sont n_{-1} , n , n_{+1} . Remplaçons d'abord la distribution continue de la matière transparente par une autre où l'indice change subitement à la surface de densité égale qui passe par P de la valeur $\frac{1}{2}(n_{-1} + n)$ à la valeur $\frac{1}{2}(n + n_{+1})$; on aura alors, négligeant les infiniments petits de second ordre :

$$\frac{1}{2}(n_{-1} + n) \left(\frac{y - y_{-1}}{\Delta x} + \frac{y}{R} \right) = \frac{1}{2}(n + n_{+1}) \left(\frac{y_{+1} - y}{\Delta x} + \frac{y}{R} \right)$$

On en déduit ensuite par les substitutions :

[PROPOSITIO VI.]

Theorema ¹⁾).

Si per lentes quotlibet visibile conspiciatur, ipsae manentibus oculus et visibile vicissim loca permulent. Eadem hoc quâ prius magnitudine apparebit, similique situ ²⁾).

$$y_{-1} = y - \frac{dy}{dx} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{d^2y}{dx^2} (\Delta x)^2, y_{+1} = y + \frac{dy}{dx} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{d^2y}{dx^2} (\Delta x)^2, n_{-1} = n - \frac{dn}{dx} \Delta x,$$

$$n_{+1} = n + \frac{dn}{dx} \Delta x,$$

l'équation différentielle:

$$- \frac{d \cdot n}{dx} \frac{dy}{dx} + \frac{y}{R} \frac{dn}{dx} = 0.$$

Soient maintenant P_1 et P_2 deux points de l'axe, x_1 et x_2 leurs coordonnées, $y = u$ et $y = v$ les équations de rayons passant respectivement par P_1 et par P_2 ; soit, de plus, u_2 la valeur de u pour $x = x_2$, c'est-à-dire, dans le voisinage du point P_2 , v_1 celle de v dans le voisinage du point P_1 .

Alors les grossissements g_1 , d'un objet placé en P_2 et vu de P_1 , et g_2 , d'un objet en P_1 vu de P_2 , seront:

$$g_1 = \left(\frac{du}{dx} \right)_1 : \frac{u_2}{x_2 - x_1}; \quad g_2 = - \left(\frac{dv}{dx} \right)_2 : \frac{v_1}{x_2 - x_1};$$

et on aura:

$$\frac{g_1}{g_2} = - \frac{v_1 \left(\frac{du}{dx} \right)_1}{u_2 \left(\frac{dv}{dx} \right)_2}$$

Or, puisque u et v satisfont à l'équation différentielle déduite plus haut, on trouve aisément:

$$v \frac{d \cdot n}{dx} \frac{du}{dx} - u \frac{d \cdot n}{dx} \frac{dv}{dx} = 0,$$

ou bien, en intégrant:

$$n \left(v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx} \right) = C,$$

où C est une constante.

Aux voisinages des points P_1 et P_2 cette dernière formule se réduit respectivement à:

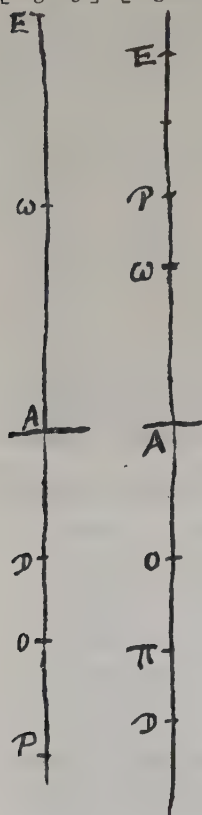
$$v_1 \left(\frac{du}{dx} \right)_1 = \frac{C}{n_1}; \quad u_2 \left(\frac{dv}{dx} \right)_2 = - \frac{C}{n_2};$$

donc $g_1 : g_2 = n_2 : n_1$; d'où résulte, pour $n_2 = n_1$, le théorème en question.

Voir encore sur ce théorème (en outre de la partie de l'Avertissement laquelle traite le Livre présent) l'Appendice IV (p. 240), qui en contient une vérification numérique par Huygens, datant de 1692. Ajoutons qu'on en rencontrera des applications remarquables aux Prop. III et IV du Liv. III, pp. 257 et 261; voir surtout la note 1 de la p. 256.

²⁾ Plus tard Huygens souligna les deux mots „similique situ” et il ajouta en marge: „omittatur

Considérons d'abord le cas où une lentille unique A [Fig. 23—26]¹⁾ est placée entre l'oeil situé au point D et l'objet situé au point E. Je dis que si l'oeil est transporté en E et l'objet en D, tandis que la lentille demeure en place, la grandeur apparente de l'objet sera la même que lorsque l'oeil se trouvait au point D et l'objet au point E.



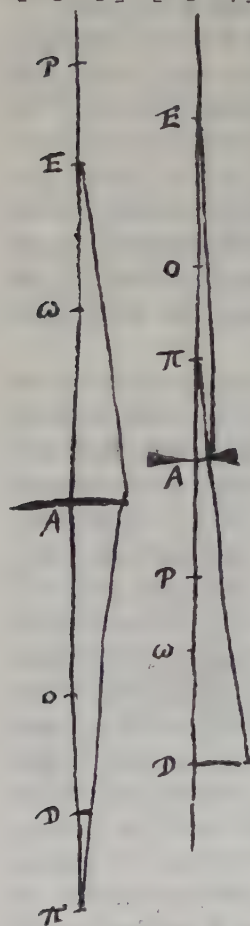
En effet, soit O le foyer de la lentille A, c'est-à-dire le point qui correspond aux rayons parallèles venant du côté de E. Prenons DP comme troisième proportionnelle aux deux grandeurs DO et DA, et portons DP du côté de O. Le point P est donc conjugué avec l'oeil qui se trouve au point D. C'est pourquoi, d'après la prop. II²⁾, ou III³⁾, ou IV⁴⁾, lorsque l'oeil est placé en D, le rapport de la grandeur apparente de l'objet placé en E à sa grandeur véritable sera composé des rapports AO : OD et DE : EP. Pour ces mêmes raisons, lorsque l'oeil sera placé en E et l'objet en D, qu'on aura pris $A\omega = AO$ et $E\pi$ comme troisième proportionnelle aux deux grandeurs $E\omega$ et EA, le rapport de la grandeur apparente de l'objet placé en D à sa grandeur véritable sera composé des rapports $A\omega : \omega E$ et ED : D π .

Par conséquent, comme dans les deux positions la grandeur véritable de l'objet est évidemment la même, il s'agit de démontrer que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable est le même dans les deux cas. En d'autres termes, il faut démontrer que le rapport composé des rapports AO : OD et DE : EP, c'est-à-dire le rapport des rectangles AO, DE et OD, EP est égal au rapport composé des rapports $A\omega : \omega E$ et ED : D π , c'est-à-dire au rapport des rectangles $A\omega$, ED et ωE , D π . Or, les premiers termes des deux rapports sont égaux entre eux, c'est-à-dire le rectangle AO, DE est égal au rectangle $A\omega$, DE, vu que $AO = A\omega$; il suffit donc de faire voir que le rectangle OD, EP est égal au rectangle ωE , D π . Cela peut se faire comme suit. Comme DO : DA = DA : DP, on aura aussi DO : OA = DA : AP, et, par permutation, OD : DA = OA (ou ωA) : AP. Donc aussi OD : OA = $\omega A : \omega P$. D'autre part, comme $E\omega : EA = EA : E\pi$, nous aurons $E\omega : \omega A = EA : A\pi$ et, par permutation, $E\omega : EA = \omega A$ (ou OA) : A π , d'où résulte $E\omega : \omega A = OA : O\pi$. Mais nous avons trouvé $\omega A : \omega P = OD : OA$. Nous avons donc, par la règle de la proportion dérangée⁵⁾, $E\omega : \omega P = OD : O\pi$, et par conséquent aussi $E\omega : EP = OD : D\pi$. C'est pourquoi le rectangle $E\omega$, D π est égal au rectangle EP, OD. Ce qu'il fallait démontrer.

forsan de situ quia in binis vitris longa est demonstr." On remarquera que, en effet, cette démonstration manque dans le texte; probablement elle n'a jamais été rédigée.

Primùm esto lens unica A [Fig. 23—26] ¹⁾, posita inter oculum in D et visibile in E. dico si oculus transeat in E et visibile in D, lente A non mota, quod eadem sic magnitudine spectabitur, atque cum oculus erat in D et visibile in E.

[Fig. 23.] [Fig. 24.]



Sit enim O focus lentis A seu punctum quo pertinent radij paralleli venientes a partibus E. Et duabus DO, DA fit tertia proportionalis DP sumpta versus O. Est igitur punctum P oculo in D conjugatum. Quapropter per propof. [II] ²⁾ aut [III] ³⁾ aut [IV] ⁴⁾, oculo in D constituto ratio magnitudinis apparentis ad veram visibilis in E erit ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD et DE ad EP. Per hæc eadem, cum oculus ponetur in E et visibile in D, sumptâ Aω æquali AO, et duabus Eω, EA tertia proportionali Eπ, erit ratio magnitudinis apparentis ad veram visibilis in D, composita ex rationibus Aω ad ωE et ED ad Dπ.

Itaque cum utraque positione vera magnitudo sit prorsus eadem, oportet ostendere rationem magnitudinis apparentis ad veram utrobique eandem esse. Hoc est rationem compositam ex rationibus AO ad OD et DE ad EP, quæ est ratio rectang.ⁱ AO, DE ad rectang.^m OD, EP, esse eandem rationi compositæ ex rationibus Aω ad ωE et ED ad Dπ, hoc est rationi rectang.ⁱ Aω, ED ad rectang.^m ωE, Dπ. Atqui priores termini rationum sunt æquales, hoc est, rectang. AO, DE æquale rectang. Aω, DE, quoniam AO æqualis Aω, ergo opus tantum est ostendere, quod rectang. OD, EP æquale rectang. ωE, Dπ. Quia ergo DO ad DA ut DA ad DP, erit et DO ad OA ut DA ad AP, et permutando OD ad DA ut OA five ωA ad AP; quare et OD ad OA ut ωA ad ωP. Rursum cum sit Eω ad EA ut EA ad Eπ erit Eω ad ωA ut EA ad Aπ, et permutando Eω ad EA ut ωA five OA ad Aπ, quare et Eω ad ωA, ut OA ad Oπ. Erat autem ut ωA ad ωP ita OD ad OA. Ergo ex æquali in perturbata proportionem ⁵⁾ erit Eω ad ωP ut OD ad Oπ. ideoque et Eω ad EP ut OD ad Dπ. Quare rectang. Eω, Dπ æquale rectang.^o EP, OD, quod erat ostendendum.

¹⁾ À propos de la fig. 23, Huygens annota en marge: „Cadat potius P intra E ut inversum spectetur, nam eadem est demonstr.” C’est le cas de la fig. 26, qui fut dessinée plus bas sur la même feuille du manuscrit.

²⁾ Voir la p. 175 du Tome présent.

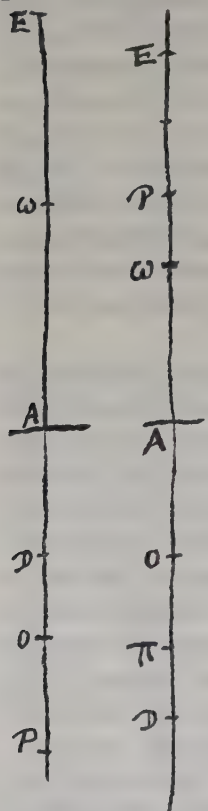
³⁾ Voir la p. 181.

⁴⁾ Voir la p. 185.

⁵⁾ Voir la note I, p. 103.

Quant à la question de la position, c'est-à-dire, de savoir si l'image est droite ou renversée, il est manifeste si la lentille est concave [Fig. 24] que l'image sera dans la même position dans les deux cas, vu que pour celui qui regarde à travers une

lentille de cette espèce toutes les images sont droites ¹⁾. Mais [Fig. 25.] [Fig. 26.] si la lentille est convexe la démonstration sera la suivante.



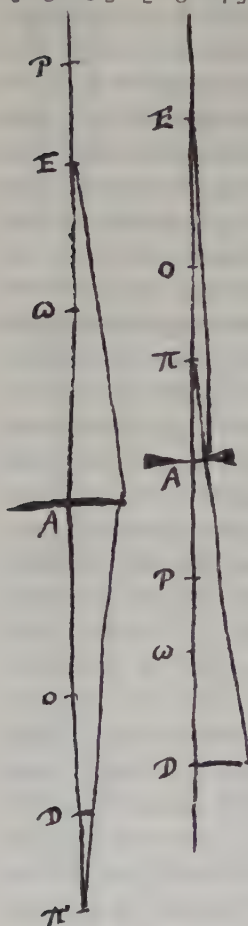
D'abord, si l'oeil est situé en D entre A et O [Fig. 25], il voit, d'après la prop. II ²⁾, d'un objet en E une image droite quelle que soit la distance AE. D'autre part, si l'oeil est transporté en E et l'objet en D, le point π ³⁾ conjugué avec l'oeil tombera au-delà de D, vu que $E\omega$, EA et $E\pi$ forment une proportion continue et que par conséquent πA est plus grande que $A\omega$ ou que AO. C'est pourquoi l'image d'un objet en D fera vue droite l'oeil étant placé en E ⁴⁾; de même que l'image d'un objet en E se trouvait être droite pour l'oeil placé en D.

Lorsqu'en second lieu l'oeil est placé au point D en-dehors de AO [Fig. 23 et 26], le point conjugué P tombera de l'autre côté de la lentille. Et si l'image de l'objet situé en E est renversée pour l'observateur dont l'oeil se trouve en D, la cause en est que E est situé au-delà de P [Fig. 26] ⁵⁾. Mais alors, vu que D est conjugué avec le point P (en effet, la conjugaison est réciproque), et que le point E est plus éloigné de la lentille que le point P, le point π qui est conjugué avec le point E tombera en-deçà du point D. Par conséquent, du point E on verra une image renversée des objets placés en D, de même qu'au point D on voit une image renversée des objets placés en E. Mais si le point conjugué avec le point D est plus éloigné de la lentille que le point E [Fig. 23], c'est-à-dire si l'objet situé en E est aperçu droit par l'oeil placé en D, le point π , conjugué avec le point E, tombera pour la même raison au-delà de D. Par conséquent, l'oeil en E apercevra alors une image droite de l'objet placé en D, ce qui était également le cas lorsque l'objet se trouvait en E et l'oeil en D. C'est ce qu'il fallait démontrer.

Considérons maintenant le cas de deux lentilles A et B [Fig. 27 et 28] ⁶⁾ et supposons que l'objet situé en E soit vu par l'oeil placé en C. Je dis qu'on apercevra une image de même grandeur si l'oeil est placé en E et l'objet en C. En effet, soit G le foyer de la lentille A et H celui de la lentille B, et K le point conjugué avec l'oeil placé en C par rapport à la lentille B, de sorte que CH, CB et CK forment une proportion continue. Soit de même L le point conjugué avec le point K par rapport à la lentille A, de sorte que KG, KA et KL forment une proportion continue. Par conséquent, lorsque l'objet placé en E est regardé

De situ vero, quod similis utrâque positione appareat, id quidem si lens cava sit [Fig. 24] manifestum est, quoniam omnia per hanc spectanti erecta apparent ¹⁾. In convexa autem ostendetur in hoc modo.

[Fig. 23.] [Fig. 24.]



Primum si oculus in D inter A et O [Fig. 25] situs fuerit, erectum conspicit visibile in E quaecunque fuerit AE distantia per prop. [II] ²⁾. Et vicissim translato oculo in E, visibili in D, cadet punctum oculo conjugatum π ³⁾ ultra D quoniam in continua sunt proportione $E\omega$, EA, $E\pi$ ideoque πA major quam $A\omega$ sive AO. Ergo visibile in D ex E spectabitur erectum ⁴⁾, sicut in E ex D.

Rursus posito oculo in D extra AO [Fig. 23 et 26], cadet punctum conjugatum P ad alteram lentis partem. Et si quidem visibile in E inversum spectatur ex D, fit hoc quia E situm est ultra P [Fig. 26] ⁵⁾. Tunc vero quia puncto P conjugatum est D, (est enim conjugatio reciproca) et distat punctum E ulterius à lente quam P, cadet punctum ipsi E conjugatum quod est π , citra D. Ideoque ex E videbuntur quæ in D sunt situ everso, sicut ex D quæ in E. Quod si punctum ipsi D conjugatum ulterius à lente absit quam E [Fig. 23], hoc est si visibile in E oculo in D spectatum fuerit erectum, cadet simili ratione punctum π ipsi E conjugatum ultra D, atque idcirco erectum tunc conspicietur visibile in D ex E, sicut et in E positum spectabatur ex D. Quæ quidem erant ostendenda.

Proponantur nunc lentes duæ A et B [Fig. 27 et 28] ⁶⁾, sitque visibile in E spectatum oculo in C. Dico eâdem magnitudine spectatum iri si oculus in E ponatur et visibile in C. Sit enim lentis A focus G et H lentis B et oculo in C conjugatum punctum K, pertinens ad lentem B, ut sint videlicet in continua proportione CH, CB, CK. Item puncto K conjugatum punctum sit L pertinens ad lentem A, ut sint in continua proportione KG, KA, KL. Itaque

¹⁾ Voir la „Prop. IV,” p. 185.

²⁾ Voir la p. 175 du Tome présent.

³⁾ Ce point manque dans la figure.

⁴⁾ C'est-à-dire, d'après la Prop. III dont la première partie est applicable, puisque $AD < AO < A\pi$.

⁵⁾ Comparez la seconde partie de la Prop. III, p. 181 du Tome présent.

⁶⁾ De ces deux figures la première représente le cas de deux lentilles convexes, la seconde celui où l'une des lentilles est convexe et l'autre concave. Quant à l'annotation „sit potius E ultra γ ”, qu'on lit sur la seconde figure, il est à remarquer qu'une troisième figure fut dessinée où la condition indiquée est remplie; mais elle fut biffée depuis.

[Fig. 27.]



cum ex C conspicitur visibile in E positum, ratio apparentis ad veram magnitudinem est ea quæ componitur ex rationibus HB ad HC, AG ad GK et EC ad EL ut ostensum fuit propof. [V] ¹⁾. Similiter posito oculo in E et visibili in C, et notato γ in foco lentis A, et θ in foco lentis B: et puncto κ ipsi E conjugato ad lentem A ut sint in contin. prop. E γ , EA, E κ . et puncto λ conjugato ipsi κ ad lentem B ut sint in contin. prop. $\kappa\theta$, κ B, $\kappa\lambda$. componetur magnitudinis apparentis ad veram ratio, ex rationibus A γ ad γ E, B θ ad $\theta\kappa$ et CE ad C λ . Est autem vera magnitudo utraque positione eadem. Igitur ostendendum quod composita ex tribus hisce rationibus eadem est composita ex tribus illis. Est autem ratio ex prioribus tribus composita quæ solidi ex HB, AG, EC ad solidum ex HC, GK, EL. At ratio ex tribus posterioribus, ea quæ solidi ex A γ , B θ , CE ad solidum ex γ E, $\theta\kappa$, C λ . Estque solidum ex HB, AG, EC æquale solido ex A γ , B θ , CE, quum lineæ singulæ singulis sint æqualis, nempe HB ipsi B θ , et AG ipsi A γ et CE utrimque eadem. Igitur opus tantum erit ostendere quod solidum ex HC, GK, EL æquale solido ex γ E, $\theta\kappa$, C λ . Id vero sic ostendemus. Quoniam est CH ad CB ut CB ad CK, erit et CH ad CB ut HB sive B θ ad BK. ideoque ut CH ad HB ita quoque B θ ad θ K. Similiter cum sit $\kappa\theta$ ad κ B ut κ B ad $\kappa\lambda$, erit et $\kappa\theta$ ad κ B ut θ B sive BH ad B λ , ideoque $\kappa\theta$ ad B θ ut BH ad H λ . Erat autem B θ ad θ K ut CH ad BH. Igitur ex æquo in prop.^e perturbata ²⁾, erit $\kappa\theta$ ad θ K ut CH ad H λ . Quare et $\theta\kappa$ ad κ K ut CH ad C λ et permutando $\theta\kappa$ ad CH ut κ K ad C λ . Rursus quoniam E γ ad EA ut EA ad E κ , erit E γ ad EA ut γ A sive AG ad A κ , ideoque ut E γ ad γ A ita AG ad G κ . Similiter quia KG ad KA ut KA ad KL, erit KG ad KA ut GA sive γ A ad AL, ideoque ut KG ad AG ita γ A ad γ L: et erat AG ad G κ ut E γ ad γ A: Ergo ex æquo in perturb. prop. erit KG ad G κ ut E γ ad γ L. Quare et KG ad K κ ut E γ ad EL, et permutando et invertendo E γ ad KG ut EL ad K κ . Ratio autem EL ad C λ componitur ex rationibus EL ad K κ , et K κ ad C λ , quarum EL ad K κ eadem est quæ E γ ad KG; altera vero K κ ad C λ eadem quoque ostensa fuit quæ $\theta\kappa$ ad CH. Ergo ratio EL ad C λ componetur ex rationibus E γ ad KG et $\theta\kappa$ ad CH, ac proinde eadem erit quæ rectang.ⁱ sub E γ , $\theta\kappa$ ad rectang.^m sub KG, CH. Ideoque solidum

¹⁾ Voir les pp. 189 et 191 du Tome présent.

²⁾ Voir la note 1, p. 103.

[Fig. 29.] EL : Cλ sera donc composé des rapports $E\gamma : KG$ et θx à CH, c'est-à-dire il sera égal à celui du rectangle $E\gamma, \theta x$ au rectangle KG, CH . Par conséquent, le solide EL, KG, CH sera égal au solide Cλ, Eγ, θx ; ce qu'il fallait démontrer.

Et lorsqu'on veut considérer trois ou plusieurs lentilles, on pourra en vérité donner une démonstration semblable à celle qui précède.

Ainsi donc, lorsque nous voudrions examiner quelles sont la grandeur et la position ¹⁾ apparente des objets et déterminer si la vision sera distincte, on pourra obtenir des réponses à ces trois questions ²⁾ en les posant pour le cas où l'objet occupe la place de l'oeil et l'oeil réciproquement celle de l'objet. En effet, on pourra aisément déduire toutes ces réponses en considérant la marche et la flexion des rayons. Supposons, par exemple, que dans les figures proposées [fig. 27 et 28] les rayons qui proviennent des différents points E de l'objet correspondent au point x après la réfraction due à la lentille A, et ensuite au point λ, lorsqu'ils ont traversé la lentille B. On en conclura aisément si pour un oeil placé en C la vision est distincte ou non.

PROPOSITION VII ³⁾.

Lorsque l'oeil et l'objet occupent des positions invariables, on apercevra une image droite, à quelque endroit qu'on place entre ces deux une lentille convexe dont la distance focale est plus grande que le quart de la distance de l'oeil à l'objet et l'image sera la plus grande, lorsque la lentille sera placée au milieu entre l'objet et l'oeil. Mais si la distance focale de la lentille sera plus petite que le quart de la distance de l'oeil à l'objet, l'image sera aussi quelquefois renversée, et cette image renversée sera la plus petite lorsque la lentille sera placée au milieu de la distance considérée ⁴⁾.

Supposons l'oeil placé en D, l'objet en E et la lentille convexe en un point A quelconque entre ces deux. Soit O le foyer de la lentille et considérons d'abord [Fig. 29] une distance focale AO supérieure au quart de la distance DE. Il faut démontrer en premier lieu que l'image de l'objet placé en E sera droite. Or, il y a un cas où cela

¹⁾ Comparez toutefois la note 2, p. 199.

²⁾ Toutefois il est à remarquer que la réciprocité, indiquée dans la proposition quant au grossissement et à la position, n'existe nullement par rapport à la vision distincte. Ainsi p. e. dans le cas d'une seule lentille convexe l'objet placé au

sub EL, KG, CH æquale erit ei quod sub Cλ, Eγ, θκ. quod erat ostendendum.

Propositis vero tribus pluribusve lentibus demonstratio ad præcedentium similitudinem conscribi poterit.

Per hæc igitur quando de apparente visibilium magnitudine et situ ¹⁾, inquirere volumus, itemque an distincta futura sit visio, hæc tria ²⁾ simul cognoscere poterimus, si eodem modo rationem ineamus ac si visibile in oculi loco fuerit constitutum et hic vicissim in illius locum successerit. Omnia enim ex progressu flexuque radorum facile apparent. Ut ex. gr. in fig. proposit. [Fig. 27 et 28] quum radij ex singulis punctis E visibilis promanantes post refractionem in lente A pertineant ad punctum κ; deinde vero postquam lentem B transferint, ad punctum λ, facile hinc colligetur utrum oculo in C distincta sit futura visio an secus.

[PROPOSITIO VII.] ³⁾

Manente oculo et visibili quocunque loco inter utrumque lens convexa statuatur cujus foci distantia major sit quarta parte intervalli quod inter oculum et visibile, erectum hoc conspicietur; et maximum tunc apparebit, cum medio loco inter visibile et oculum lens statuatur. Si vero foci à lente distantia dicti intervalli quarta parte minor fuerit, etiam inversum quandoque visibile conspicietur; eritque inversarum specierum minima, cum lens medium intervalli locum tenebit ⁴⁾.

Positus esto oculus in D, visibile in E, et lens convexa quovis loco inter utrumque ut in A, focus autem lentis sit O, et distantia AO primum [Fig. 29] major quarta parte intervalli DE. Ostendendum est imprimis quod visibile in E

foyer sera vu distinctement partout à travers la lentille par un oeil accommodé pour l'infini; mais en plaçant l'oeil à ce même foyer on ne verra distinctement que les objets qui se trouvent près de l'autre foyer. En effet, comme Huygens l'indique à la fin de cet alinéa, il faut décider si la vision sera distincte ou non d'après la position de la dernière image.

³⁾ Cette proposition et la suivante furent mentionnées par Huygens dans sa lettre à de Sluse du 12 octobre 1657 (p. 66 du T. II), comme faisant partie du traité sur la Dioptrique, rédigé par lui il y avait alors quatre ans.

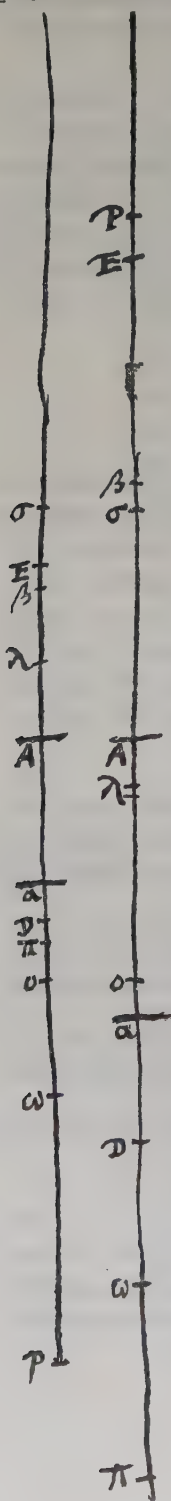
⁴⁾ Si nous posons $o + v = d$, où d représente la distance entre l'oeil et l'objet, la formule de la note 2, p. 177 peut s'écrire

$$g = \frac{fd}{fd - vo}.$$

Il est donc clair que pour obtenir un grossissement minimum ou maximum, f et $v + o = d$ étant données, il faut qu'on ait $v = o = \frac{1}{2}d$, et que l'image sera toujours droite quand on aura $f > \frac{1}{4}d$; mais qu'elle sera invertie dans la position du grossissement minimum pour $f < \frac{1}{4}d$.

[Fig. 32.] [Fig. 33.] est évident d'après la Prop. II ¹): c'est celui où la lentille est placée si près de l'oeil que ce dernier se trouve entre la lentille et son foyer [Fig. 31 et 32]. Mais lorsque la lentille sera placée à plus grande distance de l'oeil [Fig. 30 et 33], la démonstration fera la suivante. Soit P le point conjugué avec l'oeil placé en D: pour trouver ce point il faut prendre une troisième proportionnelle DP aux deux longueurs DO et DA. Prenons aussi $A\sigma = AO$. Alors, comme $DO : DA = DA : DP$, on aura $DO : DA = OA$ (ou $A\sigma$) : AP et, par conséquent, $DO : OA = A\sigma : \sigma P$. Il s'en suit que la somme de DO et σP n'est pas plus petite que celle de OA et $A\sigma$. Mais cette dernière somme est plus grande que la moitié de DE, vu que chacune de ses parties est supérieure au quart de DE. En y ajoutant encore OD et σP on voit donc que la distance totale DP doit être plus grande que DE. Par conséquent, le point P conjugué avec l'oeil tombe au-delà de l'objet situé en E et l'image sera donc nécessairement droite d'après la Prop. III ²).

Il faut démontrer ensuite que lorsque le point où est placée la lentille divise la distance DE en deux parties égales, l'objet situé en E donnera l'image la plus grande possible. Soit donc A, le point où la lentille est placée d'abord, situé au milieu entre D et E; et supposons ensuite que la lentille soit placée en un autre point α quelconque, plus près de l'oeil D, ou en un point β plus éloigné de l'oeil et à la même distance du point A. Ainsi, lorsque nous aurons fait voir que l'image est plus petite quand la lentille est placée en α que quand elle est placée en A, il s'en suivra d'après la proposition précédente qu'elle sera également plus petite lorsque la lentille sera placée en β . En effet, transporter la lentille de α en β équivaut à laisser la lentille elle-même en sa place α , mais à faire changer de position l'oeil placé en D et l'objet placé en E. Or, dans le premier cas que nous avons supposé, la démonstration fera la suivante. Soit le point ω le foyer de la lentille placée en α ; prenons $\alpha\lambda = \alpha\omega$ et soit π le point conjugué avec l'oeil placé en D ⁴) par rapport à la lentille α , en d'autres termes soit $D\pi$ la troisième proportionnelle à $D\omega$ et $D\alpha$. Par conséquent, pour un observateur qui regarde l'objet à travers la lentille placée en A, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable sera composé des rapports $AO : OD$ et $DE : EP$, d'après les prop. II et III ⁵). Et pour un observateur qui regarde à travers la lentille placée en α , le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable sera com-



[Fig. 30.] [Fig. 31.] erectum conspicietur. Hoc autem uno casu [Fig. 31 et 32] manifestum est, scilicet si tam propinqua oculo lens collocetur, ut is inter ipsam et focum consistat. per Theorem. [Prop. II] ¹⁾. At cum ulterius [Fig. 30 et 33] ab oculo distabit sic demonstrabitur. Sit oculo in D punctum conjugatum P, faciendo nimirum ut duabus DO, DA sit tertia proportionalis DP. et sumatur ipsi AO æqualis Aσ. Ergo quoniam DO ad DA ut DA ad DP erit et DO ad DA ut OA sive Aσ ad AP, quare et DO ad OA ut Aσ ad σP; itaque DO et σP simul sunt non minores duabus simul OA, Aσ. Sed hæ simul duæ majores sunt dimidia DE, cum sint singulæ quarta parte majores, ergo additis OD et σP, erit tota DP major quam DE. Ergo punctum oculo conjugatum P cadit ultra visibile in E, ideoque erectum hoc spectari necesse est per theor. [Prop. III] ²⁾.

Porro demonstrandum quod cum locus lentis intervallum DE bifariam dividit maximum apparebit visibile in E. Sit igitur A medium inter D et E, ubi primo lens constituta sit, deinde et *alio quovis loco in α posita intelligatur* ³⁾ oculo D propinquior; *vel in β tantundem ab oculo remotior. Quod si igitur posita lente in α ostendatur minus apparere visibile quam eadem posita in A; etiam posita in β, minus apparebit ex prop. præc. quia nempe transponenda lente ex α in β idem fit ac si ipsa manente in α, oculus et visibile invicem loca D et E permutent. Horum vero prius istud sic ostendemus. Sit ω punctum focus lentis in α posite, et sumatur αλ æqualis αω, sitque, ⁴⁾ oculo in D conjugatum punctum π ad lentem in α pertinens, posita nimirum duabus Dω, Dα tertia proportionali Dπ. Itaque spectando visibile per lentem in A, ratio apparentis ad veram magnitudinem erit ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD et DE ad EP, per prop. [II et III] ⁵⁾ et inspiciendo per lentem in α ratio magnitudinis apparentis ad veram componetur ex rationibus αω ad ωD et DE ad*

¹⁾ Voir la p. 175 du Tome présent.

²⁾ Voir la p. 181 du Tome présent.

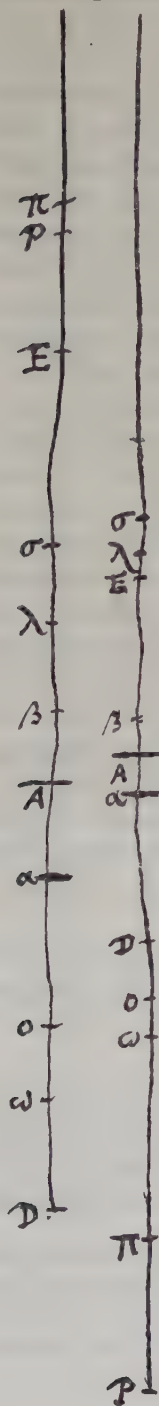
³⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „alius intelligatur situs ejus in α”.

⁴⁾ Aux lieux cités on trouve: „atque tum focus sit ω punctum. Dico visibile in E majus conspici per lentem in A constitutam quam in α. Sumatur enim αλ æqualis αω. Et sit”.

⁵⁾ Voir les pp. 175 et 181 du Tome présent.

[Fig. 32.] [Fig. 33.] posé des rapports $\alpha\omega : \omega D$ et $DE : E\pi$. Or, la vraie grandeur est la même dans les deux positions, vu que nous avons admis que l'oeil et l'objet demeurent en place. Il s'agit donc de démontrer que le rapport composé des rapports $AO : OD$ et $DE : EP$, qui est aussi celui du rectangle AO, DE au rectangle OD, EP est plus grand que le rapport composé des rapports $\alpha\omega : \omega D$ et $DE : E\pi$, c'est-à-dire que le rapport du rectangle $\alpha\omega, DE$ au rectangle $\omega D, E\pi$. Mais les premiers termes de ces rapports sont égaux entre eux, c'est-à-dire le rectangle AO, DE est égal au rectangle $\alpha\omega, DE$, vu que $\alpha\omega = AO$. Il faut donc démontrer que le rectangle OD, EP est plus petit que le rectangle $\omega D, E\pi$. Or, comme on a $AD = AE$ et $AO = A\sigma$, on aura aussi $OD = \sigma E$. De même, comme $AO = \alpha\omega$, on aura, après avoir retranché [Fig. 30—32] ou ajouté [Fig. 33] des deux côtés la même grandeur $\alpha O, \alpha A = O\omega$. De la même manière on verra que $\lambda\sigma$ est égale à $A\alpha$, partant aussi à $O\omega$. Mais nous avons démontré un peu plus haut que $DO : OA = A\sigma : \sigma P$; il en résulte que le rectangle $DO, \sigma P$ est égal au rectangle $OA, A\sigma$, c'est-à-dire au carré de OA . Et le rectangle $DO, \sigma E$ est égal au carré de OD , attendu que, comme nous l'avons démontré, σE est égale à DO . Par conséquent l'excès du rectangle $DO, \sigma P$ sur le rectangle $DO, \sigma E$ ou DO, EP est égal à l'excès du carré AO sur le carré OD . En effet, il est certain que AO est plus grande que OD , parce que AO est plus grande que la quatrième partie de la longueur totale ED et, par conséquent, plus grande aussi que la moitié de AD . Et il est certain aussi que le rectangle $DO, \sigma P$ est plus grand que le rectangle $DO, \sigma E$; car, si O tombe entre A et D [Fig. 30 et 33], σ tombera entre A et E et P se trouvera devant la lentille et au-delà de l'objet placé en E , attendu que, comme nous l'avons démontré, l'image aperçue sera droite. D'autre part, lorsque D se trouve entre A et O [Fig. 31 et 32], E tombe aussi entre A et σ et P derrière la lentille. Par conséquent, dans ces cas E est toujours situé entre σ et P , d'où il résulte que σP est plus grande que σE et que le rectangle $OD, \sigma P$ surpasse donc le rectangle $OD, \sigma E$. De plus, comme $D\omega : D\alpha = D\alpha : D\pi$, on aura aussi $D\omega : D\alpha = \omega\alpha$ (ou $\alpha\lambda$) : $\alpha\pi$, d'où l'on tire $D\omega : \omega\alpha = \omega\alpha : \lambda\pi$. Par conséquent, le rectangle $D\omega, \lambda\pi$ est égal au carré $\omega\alpha$. Or, dans le premier cas [Fig. 30] aussi bien que dans le second cas [Fig. 31], le rectangle $\omega D, E\pi$ est égal à l'excès du rectangle $\omega D, \lambda\pi$ sur le rectangle $\omega D, \lambda E$ ³). Le même rectangle $\omega D, E\pi$ est donc égal à l'excès du carré $\omega\alpha$ ou OA sur

[Fig. 30.] [Fig. 31.] $E\pi$. Est autem apparens ¹⁾ magnitudo positione utrâque eadem, quoniam oculus et visibile manere dicuntur; Itaque ostendere oportet majorem esse rationem compositam ex rationibus AO ad OD et DE ad EP quæ est rectang.ⁱ AO , DE ad rectang. OD , EP , quam compositam ex rationibus $\alpha\omega$ ad ωD et DE ad $E\pi$, hoc est, quam rationem rectang.ⁱ $\alpha\omega$, DE ad rectang. ωD , $E\pi$. Priores autem rationum termini æquales sunt, rectang. scilicet AO , DE , rectang.^o $\alpha\omega$, DE , quoniam $A\omega$ ²⁾ æqualis AO . Ergo ostendendum quod rectang. OD , EP minus est rectang.^o ωD , $E\pi$. Quoniam igitur AD æqualis AE et AO æqualis $A\sigma$, erit et OD æqualis σE . Item quia AO æqualis $\alpha\omega$ demtâ [Fig. 30—32] vel additâ [Fig. 33] communi αO erit αA æqualis $O\omega$. Eadem ratione erit $\lambda\sigma$ ipsi $A\alpha$ æqualis ac proinde quoque ipsi $O\omega$. Quoniam ergo paulo ante ostensum fuit quod DO ad OA ut $A\sigma$ ad σP erit rectang. DO , σP æquale rectang.^o OA , $A\sigma$ hoc est quadr.^o OA . Et est rectang. DO , σE æquale quadr.^o OD , quia σE æqualis ostensa est ipsi DO . Itaque excessus rectang.ⁱ DO , σP supra rectang. DO , σE hoc est rectang. DO , EP æquale excessui quadr.ⁱ AO supra qu.^d OD . Etenim manifestum est quod AO excedit OD , quoniam AO major est quarta parte totius ED , ideoque major dimidiâ AD . et manifestum quoque quod rectang. DO , σP excedit rectang. DO , σE , nam si O cadit inter A , D [Fig. 30 et 33], cadet σ inter AE ; et P ante lentem utraque visibile in E , quoniam erectum conspici ostensum fuit. Rursus cum D inter A , O [Fig. 31 et 32], etiam E inter $A\sigma$, et P cadit post lentem. Semper ergo his casibus E inter σ et P situm est, unde major σP quam σE , et proinde rectang. OD , σP excedit rectang. OD , σE . Porro quoniam $D\omega$ ad $D\alpha$ ut $D\alpha$ ad $D\pi$, etiam $D\omega$ ad $D\alpha$ ut $\omega\alpha$ sive $\alpha\lambda$ ad $\alpha\pi$, unde et $D\omega$ ad $\omega\alpha$ ut $\omega\alpha$ ad $\lambda\pi$, Ergo rectang. $D\omega$, $\lambda\pi$ æquale qu. $\omega\alpha$. Est autem in primo et secundo casu [Fig. 30 et 31] rectang. ωD , $E\pi$ æquale excessui rectang.^{li} ωD , $\lambda\pi$ supra rectang. ωD , λE ³⁾. Ergo idem rectang. ωD , $E\pi$ æquale excessui quadrati $\omega\alpha$, hoc est qu.ⁱ OA supra rectang. ωD , λE . In tertio

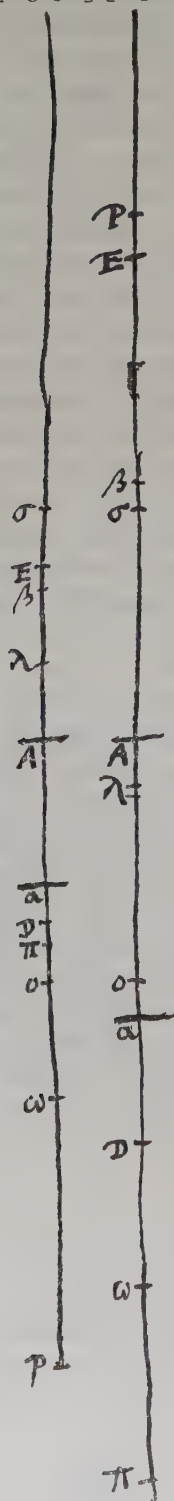


¹⁾ Lisez: „vera”.

²⁾ Lisez: „αω”.

³⁾ Puisque, dans ces deux cas, des trois points E , λ et π , les points extrêmes sont λ et π .

[Fig. 32.] [Fig. 33.] le rectangle ωD , λE . Mais dans le troisième et le quatrième



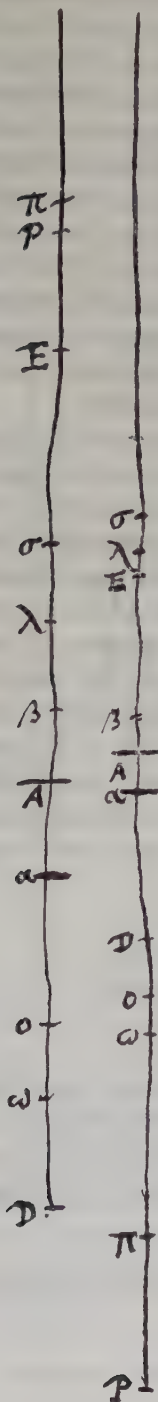
cas [Fig. 32 et 33] le rectangle ωD , $E\pi$ est égal à la somme des deux rectangles ωD , $\lambda\pi$ et ωD , λE ¹⁾. Par conséquent, le même rectangle ωD , $E\pi$ est ici égal à la somme du rectangle ωD , λE et du carré $\omega\alpha$ ou OA . Or, il a été démontré que le rectangle DO , EP est égal à l'excès du carré OA sur le carré OD . Il en résulte que dans le troisième et le quatrième cas le rectangle DO , EP est plus petit que le rectangle ωD , $E\pi$, ce qu'il fallait démontrer. Mais dans le premier et le second cas la même chose peut séparément être démontrée de la manière suivante. Vu que dans le premier cas [Fig. 30] $D\omega < DO$, on aura $\omega O : D\omega > \omega O : DO$, ou $\sigma\lambda : \sigma E$. En effet, nous avons fait voir que $DO = E\sigma$, et que $O\omega = \sigma\lambda$. On a donc, par composition, $OD : D\omega > \lambda E : E\sigma$. C'est pourquoi le rectangle OD , $E\sigma$ ou le carré OD fera plus grand que le rectangle $D\omega$, λE . L'excès du carré AO sur le carré OD est donc plus petit que celui du même carré AO sur le rectangle $D\omega$, λE . Mais le rectangle OD , EP était égal au premier de ces deux excès, et le rectangle ωD , $E\pi$ au second. Le premier rectangle est donc inférieur au deuxième. Et dans le deuxième cas [Fig. 31], attendu que $D\omega > DO$, on aura $D\omega : O\omega > DO : O\omega$, ou $\sigma E : \sigma\lambda$. On obtient donc, par conversion de ces rapports, $\omega D : DO < \sigma E : E\lambda$, et, par conséquent, rectang. DO , $E\sigma$, ou carré $DO > \text{rectang. } \omega D$, $E\lambda$. Nous en concluons, de la même manière que dans le cas précédent, que le rectangle OD , EP est inférieur au rectangle ωD , $E\pi$. Ce qu'il fallait démontrer.

Et dans le cinquième cas, celui où O tombe en D [Fig. 34] ²⁾, le point σ coïncide aussi avec E . Pour un

¹⁾ Puisqu'ici E et π sont les extrêmes. Remarquons que le cas où les extrêmes sont E et λ ne peut pas se rencontrer dans la supposition, énoncée dans la première partie de la proposition, que la distance focale excède la quatrième partie de la distance entre l'objet et l'oeil.

Soit, pour le montrer, a la distance DA , $a - f$ la distance DO (f la distance focale) et x la distance αA . Nous tenons compte ici et dans ce qui suit de la direction positive ou négative des segments, comme nous l'avons indiqué dans la note 1, p. 98 du Tome présent. On trouve alors $DE = 2a$, $D\lambda = a - x + f$, $\lambda E = a + x - f$,

[Fig. 30.] [Fig. 31.]



autem et quarto casu [Fig. 32 et 33] rectang. ωD , $E\pi$ æquale duobus simul rectang.^o ωD , $\lambda\pi$ et rectang. ωD , λE ¹⁾; Ergo hic idem rectang. ωD , $E\pi$ æquale est rectang. ωD , λE cum qu. $\omega\omega$ hoc est cum qu. OA . Ostensum autem quod rectang. DO , EP æquale excessui quadr.ⁱ OA supra qu. OD . Apparet itaque in tertio et quarto casu quod rectangulo ωD , $E\pi$ minus est rectangulum DO , EP , quod erat demonstr. In primo autem et secundo casu separatim idem ostendetur hoc modo. Quoniam in primo [Fig. 30] est $D\omega$ minor quam DO , erit major ratio ωO ad $D\omega$ quam ωO ad DO , hoc est quam $\sigma\lambda$ ad σE . ostensum enim quod $DO \propto \sigma E$. quodque $O\omega \propto \sigma\lambda$. Itaque componendo major ratio OD ad $D\omega$ quam λE ad $E\sigma$. Quare majus erit rectang. OD , $E\sigma$ hoc est qu. OD quam rectang. $D\omega$, λE . Unde minor est excessus quad.ⁱ AO supra quad. OD , quam ejusdem qu.ⁱ AO supra rectang. $D\omega$, λE . Erat autem priori horum excessuum æquale rectang. OD , EP , alteri vero æquale rectang. ωD , $E\pi$. Ergo illud quàm hoc minus est. In secundo autem casu [Fig. 31] quoniam $D\omega$ major est quam DO , erit major ratio $D\omega$ ad $O\omega$ quam DO ad $O\omega$. hoc est quam σE ad $\sigma\lambda$. Proinde per conversionem rationis erit minor ratio ωD ad DO quam σE ad $E\lambda$, ideoque rectang. DO , $E\sigma$ hoc est qu. DO majus rectang.^o ωD , $E\lambda$: unde reliqua similiter concludemus ut in casu præcedente. nempe quod rectang. OD , EP minus est rectangulo ωD , $E\pi$. Quod demonstrare oportebat.

Quinto autem casu cum O incidit in D [Fig. 34]²⁾,

$D\omega = a - x - f$, $D\pi = (a - x)^2 : (a - x - f)$, d'où l'on déduit $\lambda\pi = f^2 : (a - x - f)$ et $E\pi = (x^2 + 2af - a^2) : (a - x - f)$. Or, puisqu'on a $f > \frac{1}{4} DE = \frac{1}{2} a$, les numérateurs des expressions pour $\lambda\pi$ et πE auront toujours le même signe, tandis que les dénominateurs sont les mêmes; donc $\lambda\pi$ et $E\pi$ auront la même direction; ce qui exclut le cas où λ et E seraient les points extrêmes.

²⁾ Il s'agit ici du cas intermédiaire entre ceux des figures 32 et 33. En effet, quand D et O se confondent, on trouve facilement que E et π sont les extrêmes des trois points E , λ , π . Ainsi la transition du cas de la fig. 30 à celui de la fig. 31 (où λ et π sont les extrêmes dans les deux figures, mais où la situation de D et O diffère) ne peut pas se faire directement d'une manière continue, mais seulement en passant successivement par les cas des figures 33 et 32. Consultez encore, sur la transition entre les cas des figures 30 et 33, 32 et 31, les notes 2, p. 214, et 5, p. 215.

[Fig. 35.]

P

E

σ

λ

A

α

σ

D ω

observateur qui regarde à travers la lentille placée en A, le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable est alors égal à $ED : DA$, c'est-à-dire à 2, d'après la prop. II ¹⁾. Mais si l'on regarde à travers la même lentille transportée en α, le rapport en question est égal, comme plus haut, à celui du rectangle αω, DE au rectangle ωD, Eπ. Or, dans le cas présent le rectangle αω, DE est égal au double du carré αω, attendu que $DE = 2 AO = 2 αω$. Et le rectangle ωD, Eπ est égal à la somme du rectangle ωD, λπ et du rectangle ωD, λE, dont le premier (ωD, λπ) seul, d'après ce que nous avons démontré, est égal au carré αω. Par conséquent, le rectangle αω, DE est plus petit que le double du rectangle ωD, Eπ. Il en résulte que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable est inférieur à 2, la valeur qu'avait ce rapport lorsque la lentille se trouvait en A.

Enfin, si ω coïncide avec D [Fig. 35] ²⁾, le rapport de la grandeur de l'image à celle de l'objet est composé, comme précédemment, des rapports $AO : OD$ et DE (ou ωE) : EP, lorsque la lentille est placée en A, mais lorsque la lentille est placée en α, ce rapport sera égal à $Eω : ωα$ d'après la prop. II ¹⁾. Or, le rapport $Eω : ωα$ est composé des rapports $Eω : EP$ et $EP : ωα$, dont le dernier ($EP : ωα$) est inférieur à $AO : OD$. En effet, nous avons démontré dans ce qui précède que $Pσ : σA$ (ou ωα) = $AO : OD$ ³⁾. Et $PE < Pσ$, attendu que E tombe entre P et σ, comme nous l'avons également démontré plus haut ⁴⁾. Le rapport composé des rapports $Eω : EP$ et $EP : ωα$ est donc plus petit que celui qui se compose des rapports ωE : EP et $AO : OD$. Le rapport de la grandeur de l'image à celle de l'objet, lorsque la lentille est placée au point α, est donc plus petit que lorsqu'elle se trouve en A ⁵⁾.

Supposons maintenant que la distance AO [Fig. 36] qui sépare la lentille de son foyer soit moindre que la quatrième partie de l'intervalle DE qui est celui de l'objet à l'œil. Il s'agit donc de démontrer en premier lieu que la lentille peut être placée en un point tel que l'image paraît renversée ⁶⁾. Comme

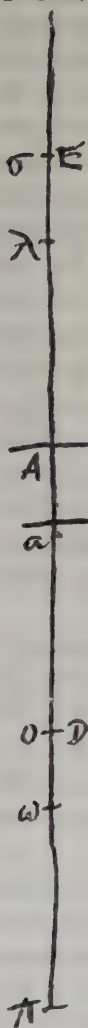
¹⁾ Voir l'avant-dernier alinéa de la p. 179 du Tome présent.

²⁾ Il s'agit du cas intermédiaire entre le cas de la figure 30 et celui de la figure 33. Dans ce cas le point π s'éloigne à l'infini et ne peut plus servir dans la démonstration.

³⁾ Voir le premier alinéa de la p. 209.

⁴⁾ Voir la p. 211.

[Fig. 34.]



etiam σ cadit in E. Et tum quidem per lentem in A positam inspiciendo apparentis magnitudinis ad veram ratio est ea quæ ED ad DA per prop. [II] ¹⁾ hoc est, dupla. At inspiciendo per eandem transpositam in α , dicta ratio ut antè est ea quæ rectang. $\alpha\omega$, DE ad rectang. ωD , E π . Est autem hic rectang. $\alpha\omega$, DE æquale duplo qu. $\alpha\omega$, quia DE dupla AO, vel $\alpha\omega$. Et est rectang. ωD , E π æquale rectang. ωD , $\lambda\pi$ una cum rectang. ωD , λE quorum solum rectang. ωD , $\lambda\pi$ ostensum fuit æquale qu. $\alpha\omega$. Itaque rectangulum $\alpha\omega$, DE, minus est quam duplum rectang. ωD , E π . Et minor proinde jam ratio apparentis ad veram magnitudinem quam dupla, qualis erat positâ lente in A.

Denique si ω incidat in D [Fig. 35] ²⁾, erit ratio augmenti positâ lente in A, ut in præcedentibus ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD et DE sive ωE ad EP, at lente positâ in α ratio augmenti erit ea, quæ E ω ad $\omega\alpha$ per prop. [II] ¹⁾. Componitur autem ratio E ω ad $\omega\alpha$ ex rationibus E ω ad EP et EP ad $\omega\alpha$, quarum EP ad $\omega\alpha$ minor est quam AO ad OD. Nam ostensum fuit in præcedentibus quod P σ ad σA seu $\omega\alpha$ sicut AO ad OD ³⁾; et est PE minor quam P σ quia E cadit inter P et σ , ut ostensum itidem est superius ⁴⁾. Itaque composita ex rationibus E ω ad EP et EP ad $\omega\alpha$ minor est compositâ ex rationibus ωE ad EP et AO ad OD. Hoc est ratio augmenti positâ lente in α minor quam cum eadem ponitur in A ⁵⁾.

Esto nunc distantia AO [Fig. 36] quæ est inter lentem et focus, minor quarta parte intervalli DE quod inter visibile et oculum. Itaque primum ostendere oportet quod lens eo loco poni potest ut inversum conspiciatur visibile ⁶⁾. Quoniam ergo AO minor est

⁵⁾ Le cas intermédiaire entre ceux des figures 31 et 32 n'est pas traité. Dans ce cas les points E et λ se confondent; mais alors aucun des points entrant dans les démonstrations ne s'éloigne à l'infini et les démonstrations du deuxième et du troisième cas sont également applicables avec des modifications bien évidentes.

⁶⁾ D'après la formule de la note 4, p. 207, il est clair que l'image sera invertie toutes les fois qu'on aura $fd < vo$. Posons donc $v = \frac{1}{2}d + s$, $o = \frac{1}{2}d - s$, où s désigne la distance A α de la lentille au point A qui se trouve au milieu du segment DE = d . La condition s'écrit alors:

$$s^2 < \left(\frac{1}{4}d - f\right)d,$$

conforme à celle, A $\alpha^2 < \frac{1}{4}DE^2 - AO \cdot DE$, du texte.

AO est inférieure au quart de DE, le rectangle AO, DE sera excédé d'une certaine quantité par le quart du carré DE, c'est-à-dire par le rectangle DAE. Prenons une longueur A α dont le carré soit moindre que cette quantité, et plaçons la lentille en α . Je dis que l'image de l'objet placé en E sera renversée. En effet, supposons les autres constructions faites comme dans les cas précédents. Vu que DE est alors divisée en deux parties égales par le point A et en deux parties inégales par le point α , le carré A α sera égal à l'excès du rectangle DAE sur le rectangle D α E. Mais le même carré A α est plus petit que l'excès du rectangle DAE sur le rectangle DE, AO, d'après notre construction. Ce dernier excès est donc plus grand que le précédent, et, par conséquent, rectang. DE, AO < rectang. D α E. C'est pourquoi le rapport DE : E α est plus petit que le rapport α D : AO (ou $\alpha\omega$). Et, par conversion, ED : D α > α D : D ω . Mais π D : D α = α D : D ω . Par conséquent, π D < ED. Or, π est le point conjugué avec le point D, où se trouve l'oeil, par rapport à la lentille placée en α . L'image de l'objet sera donc nécessairement renversée d'après la prop. III¹⁾. C'est ce qu'il fallait démontrer. Par conséquent, la lentille, pour donner une image renversée, pourra également être placée au-delà du point milieu A dans un intervalle égal à celui où elle peut être placée en-deçà de ce point. C'est ce qui est évident d'après le théorème ...²⁾.

Or, on peut faire voir de la manière suivante que la lentille, placée précisément au point milieu A, donne aussi des images renversées. Les longueurs DO, DA et DP forment une proportion continue, où DO > $\frac{1}{2}$ DA, attendu que AO < $\frac{1}{2}$ DA. Il en résulte que DA est plus grande que $\frac{1}{2}$ DP, et par conséquent DP < DE. Or, P est le point conjugué avec le point où se trouve l'oeil, par rapport à la lentille placée en A. Par conséquent, dans cette position la lentille donne une image renversée de l'objet placé en E.

Reste à faire voir que l'image aperçue à travers la lentille placée au point milieu A est plus petite que l'image aperçue à travers la lentille placée en α . Cela sera démontré lorsque, contrairement à ce qui a été prouvé antérieurement, nous aurons fait voir que le rectangle OD, EP est plus grand que le rectangle ω D, E π . Comme le point P tombe ici entre σ et E³⁾, le rectangle OD, EP sera égal à l'excès du rectangle OD, σ E sur le rectangle OD, σ P, c'est-à-dire à l'excès du carré OD sur le carré OA. En effet, nous avons démontré plus haut⁴⁾ que le rectangle OD, σ E est égal au carré OD, et le rectangle OD, σ P au carré AO. Mais le rectangle ω D, E π sera égal à l'excès du rectangle ω D, λ E sur le rectangle ω D, λ π , c'est-à-dire à l'excès du rectangle ω D, λ E sur le carré AO. En effet, nous avons démontré également⁴⁾ que le rectangle ω D, λ π est égal au carré $\alpha\omega$ ou AO. Or, le carré OD est plus grand que le rectangle ω D, λ E: cela se démontre de la même manière que dans le premier des cas précé-

¹⁾ Voir la p. 181 du Tome présent.

[Fig. 36.]



quartâ parte DE, superabitur rectang. sub AO, DE à $\frac{1}{4}$ quadrati DE hoc est a rectang.^o DAE certo excessu. Ponatur autem A α cujus quadr. isto excessu minus sit, et constituatur lens in α . dico inversam exhibitum iri visibilis in E speciem. Sint enim reliqua constructa ut in casibus prioribus. Quia igitur DE bifariam æqualiter secta est in A et inæqualiter in α , erit quadr. A α æquale excessui rectang.ⁱ DAE supra rectang. DzE. Idem vero quadratum A α minus est excessu rectang.ⁱ DAE supra rectang. sub DE, AO ex contr. Itaque hic excessus quam ille major est, ideoque rectang. sub DE, AO minus erit rectang.^o DzE. Quare minor ratio DE ad E α quam α D ad AO seu $\alpha\omega$. Et per conversionem rationis major ratio ED ad D α quam α D ad D ω . Sed est π D ad D α ut α D ad D ω . Ergo π D minor est quam ED. Est autem π punctum oculo in D conjugatum ad lentem in α . Itaque per prop. [III] ¹⁾ inversum apparere necesse est visibile, quod erat ostendendum. Poterit ergo et ultra medium A lens constitui ut inversam speciem exhibeat, tanto quidem intervallo, quanto citior esse potest; idque constat per [Theor. ...] ²⁾.

At in ipso A medio constitutam inversa quoque visui offerre sic fiet manifestum. Quoniam scilicet in continua sunt proport.^e DO, DA, DP, estque DO major dimidia DA, quia AO est minor dimidia DA, erit et DA major dimidia DP, ideoque DP minor quam DE. Est autem P punctum oculo conjugatum ad lentem in A. Ergo et hic inversum exhibet visibile in E positum.

Supereft ut ostendatur minus spectari visibile per lentem in A medio positam, quam per eandem in α . De quo constabit si contra quam in præcedentibus ostensum fuerit quod rectang. OD, EP majus est rectang. ω D, E π . Quum igitur hic cadat P inter σ et E ³⁾, erit rectang. OD, EP æquale excessui rectang. OD, σ E supra rectang. OD, σ P, hoc est excessui qu.ⁱ OD supra qu. OA; nam rectang. OD, σ E superius ⁴⁾ æquale ostensum fuit qu. OD, et rectang. OD, σ P æquale qu. AO. Rectang. verò ω D, E π , æquale erit excessui rectang. ω D, λ E supra rectang. ω D, λ π ; hoc est, excessui rectang. ω D, λ E supra qu. AO, nam ostensum quoque fuit ⁴⁾, quod rectang. ω D, λ π æquale qu. $\alpha\omega$ sive AO. Est autem qu. OD majus rectang.^o ω D, λ E, nam hoc eodem modo

²⁾ Il s'agit d'un théorème que nous donnerons plus loin, p. 237, comme Appendice II au Livre présent. Ce théorème fait suite dans la leçon primitive à la Prop. VI (p. 199 du Tome présent); mais il fut biffé et on ne le rencontre pas à cette place dans la copie de Niquet; consultez toutefois la note 3, p. 222.

³⁾ Employant les notations de la note 4, p. 207, on aura $DP = \frac{\frac{1}{2}d^2}{\frac{1}{2}d - f} > (\frac{1}{2}d + f) = D\sigma$.

⁴⁾ Voir la p. 211 du Tome présent.

dents ¹⁾. Par conséquent l'excès du carré OD sur le carré OA, c'est-à-dire le rectangle OD, EP, est plus grand que l'excès du rectangle ωD , λE sur le carré OA, c'est-à-dire que le rectangle ωD , $E\pi$. Ce qu'il fallait démontrer.

[Fig. 37.]

PROPOSITION VIII.

Supposons l'oeil et l'objet situés en des points fixes et une lentille concave placée entre eux: plus cette lentille sera proche du point milieu entre l'oeil et l'objet, plus aussi l'image sera petite. Elle aura les plus petites dimensions, lorsque la lentille sera placée précisément au point milieu ²⁾.

Supposons [Fig. 37] l'objet placé en E, l'oeil en D, et soit M le point milieu de l'intervalle DE. Plaçons d'abord la lentille concave en A entre M et D, et ensuite en α , entre A et D, de telle manière que la distance αM soit plus grande que AM. Il faut démontrer que l'image de l'objet situé en E sera plus petite lorsqu'on regarde par la lentille placée en A que lorsque celle-ci se trouve en α . Soit O le point de dispersion de la lentille placée en A, et ω celui de la lentille placée en α . Et construisons la figure entière de la même manière que celle qui correspond au théorème précédent ⁴⁾. Par conséquent la même manière de raisonner nous conduira à dire qu'il suffit de démontrer que le rectangle OD, EP est plus grand que le rectangle ωD , $E\pi$, tandis que dans le cas précédent il devait être plus petit ⁵⁾. Comme $DA < AE$, et $AO = A\sigma$, la somme de DA et de AO, c'est-à-dire DO, sera plus petite que celle de AE et de A σ , c'est-à-dire que E σ . Mais les trois longueurs A α , O ω , $\sigma\lambda$ sont manifestement égales entre elles, comme auparavant. Et de même les rectangles DO, σP et ωD , $\lambda\pi$ sont chacun égal, comme plus haut ⁵⁾, au carré AO. Mais ici l'excès du rectangle OD, σE sur le rectangle OD, σP est égal au rectangle OD, EP; et l'excès du rectangle ωD , λE sur le rectangle ωD , $\lambda\pi$ est égal au rectangle ωD , $E\pi$. Il faut donc démontrer que le premier excès est plus grand que le second, ce qui sera établi dès que nous aurons fait voir que le rectangle OD, σE est plus grand que le rectangle ωD , λE : en effet, nous avons dit que les rectangles OD, σP et ωD , $\lambda\pi$ sont égaux entre eux. Comme $D\omega < DO$, on aura $O\omega : \omega D > O\omega : OD$. Mais ce dernier rapport est également plus grand que $\sigma\lambda : \sigma E$; en effet, nous avons dit que $\sigma\lambda = O\omega$, et $\sigma E > DO$. Par conséquent, $O\omega : \omega D > \sigma\lambda : \sigma E$. Et, par composition, $OD : D\omega > \lambda E : E\sigma$. C'est pourquoi le rectangle OD, $E\sigma$ est aussi plus grand que le rectangle $D\omega$, λE , ce qui restait à démontrer.

ostenditur quo in casuum præcedentium primo ¹⁾; Ergo excessus qu. OD supra qu. OA, hoc est rectang. OD, EP majus est excessu rectang. ωD , λE supra quadr. OA, hoc est rectangulo ωD , $E\pi$. quod erat ostendendum.

[PROPOSITIO VIII.]

Manente oculo et visibili, si lens cava inter utrumque constituitur, quod propinquior erit loco inter oculum et visibile medio, eo minorem hujus speciem efficiet, et minimam omnium cum medium tenebit ipsum ²⁾.

Esto visibile in E positum [Fig. 37], oculus in D, sitque *punctum* ³⁾ M intervalli DE medium; Et primum lens cava constituitur in A inter M et D, deinde autem in α , inter A, D, ita ut distantia αM major sit quam AM. Oportet ostendere quod minor erit species visibilis in E per lentem in A spectati quam per eandem in α . Sit O punctum dispersus lentis in A. Sed ω cum est in α . Et omnia similiter construantur ac in theorem. præcedenti ⁴⁾. Itaque eadem argumentandi ratione devenietur eo, ut ostendere oporteat rectang. OD, EP majus esse rectang. ωD , $E\pi$, cum illic ostensum fuerit minus ⁵⁾. Quia ergo DA minor est quam AE, et AO æqualis $A\sigma$; Erit utraque simul DA, AO hoc est DO minor utrâque AE, $A\sigma$, hoc est $E\sigma$. Tres autem hæ $A\alpha$, $O\omega$, $\sigma\lambda$ manifestò inter se sunt æquales, sicut et in præcedentibus. Itemque rectang. DO , σP et rectang. ωD , $\lambda\pi$ ut illic ⁵⁾ singula æqualia qu. AO. Est autem hic excessus rectang. OD , σE supra rectang. OD, σP æqualis rectang. OD, EP: et excessus rectang. ωD , λE supra rectang. ωD , $\lambda\pi$ æqualis rectang. ωD , $E\pi$. Ergo ostendendum est quod excessus ille quam hic major est; quod erit manifestum si ostendatur rectang. OD, σE majus rectang. ωD , λE . cum rectang. OD , σP et ωD , $\lambda\pi$ inter se æqualia dicta sint. Quia ergo $D\omega$ minor est quam DO erit major ratio $O\omega$ ad ωD quam $O\omega$ ad OD. Sed hæc etiam major est quam $\sigma\lambda$ ad σE ; nam dictum est quod $\sigma\lambda$ æqualis $O\omega$: quodque σE major quam DO. Ergo major ratio $O\omega$ ad ωD quam $\sigma\lambda$ ad σE . Et componendo, major OD ad $D\omega$ quam λE ad $E\sigma$. Quamobrem majus quoque rectang. OD, $E\sigma$ rectangulo $D\omega$, λE , quod reliquum erat ostendere.

¹⁾ Voir la p. 213.

²⁾ Posant $DE = o + v = d$, on a d'après la formule de la note 2, p. 185:

$$s = \frac{fd}{fd + ov}.$$

Le grossissement sera donc minimum quand ov est maximum pour $o + v$ donné, c'est-à-dire, quand on aura $o = v$; et si l'on pose $o = \frac{1}{2}d - s$, $v = \frac{1}{2}d + s$, il est clair, qu'il diminue avec s .

³⁾ Les mots en italique manquent dans la leçon primitive et dans la copie de Niquet.

⁴⁾ Consultez les pp. 209 et 211 du Tome présent.

⁵⁾ Voir la p. 211.

Mais si l'on prend un intervalle égal à MA et situé de l'autre côté du point milieu M , et qu'on place la lentille à l'extrémité de cet intervalle, l'image aura la même grandeur que lorsqu'on regarde à travers la lentille placée en A , comme nous l'avons fait voir à la prop. . . ¹⁾ Il est évident en outre que l'image fera d'autant plus petite que la lentille est située à une plus petite distance du point milieu M . Il en résulte enfin que l'image est la plus petite lorsque la lentille est placée précisément au point milieu M . Ce qu'il fallait démontrer.

PROPOSITION IX.

Théorème ²⁾.

Si la distance de l'œil à une lentille convexe demeure invariable et que l'œil est situé entre la lentille et son foyer, l'image apparaîtra d'autant plus petite que l'objet sera placé à une plus grande distance. Mais si la distance de l'œil à la lentille est plus grande que la distance focale, l'objet en s'éloignant paraîtra devenir plus grand, aussi longtemps que l'image est droite; mais dès que l'image sera devenue renversée sa grandeur diminuera lorsqu'on continue à éloigner l'objet. Et si l'œil est situé au foyer de la lentille, l'image aura toujours la même grandeur, quelle que soit la distance de l'objet à la lentille ³⁾.

Prenons les mêmes notations que précédemment et servons nous des résultats obtenus là où il était question de l'agrandissement apparent produit par une seule lentille convexe ⁴⁾. En premier lieu, comme le point conjugué P , lorsque l'œil est placé derrière la lentille à une distance inférieure à la distance focale ⁵⁾, tombe en-deçà de la lentille et de l'œil, il est clair qu'alors plus on éloigne l'objet MN plus aussi la longueur AB diminuera: en effet, NBP est une ligne droite; mais DA , la distance de l'œil à la lentille, demeure la même par hypothèse; l'angle ADB devient donc plus petit lorsque l'objet s'éloigne; c'est pourquoi l'image doit devenir plus petite.

Lorsque, au contraire, l'œil est placé à une distance de la lentille supérieure à la distance focale ⁶⁾, et que le point P tombe donc au delà de la lentille, il est évident que, aussi longtemps que l'image de l'objet MN est droite, c'est-à-dire aussi long-

¹⁾ Voir le théorème mentionné dans la note 2, p. 217.

²⁾ On trouve encore en marge l'annotation suivante: „Ordo theorematum sit hic. Primum de augmento lentium singularum” [Voir les Prop. II, p. 175, III, p. 181 et IV, p. 185] „Tum de duarum” [Prop. V, p. 187] „et telescopio” [Voir la note 3, p. 186, là où il s'agit du cas du télescope]. „Tum de lentibus quotcunque interpositis” [Prop. VI, p. 199]. „Tum de æquali ab oculo vel visibili distantia et maximo minimoque in

Quod si verò ipsi MA intervallo ad alteram partem *puncti* medij M æquale sumatur, ac in eo lens constituatur. Eâdem magnitudine cernetur visibile atque per lentem in A, ut ostensum est propof. . . ¹⁾ Proinde constat tanto exilius conspici quanto propior erit lens *puncto* medio M. Ex quo denique manifestum est, minimum conspici visibile cum in ipso M puncto lens constituitur. Quæ fuere demonstranda.

[PROPOSITIO IX.]

Theorema ²⁾.

Manente distantia oculi à lente convexa, si inter lentem et focum oculus situs sit, quo magis visibile removebitur eo minori conspicietur magnitudine. Si vero ultra focum oculus à lente distet, abscedens visibile augebitur, quamdiu erectum apparet; inde vero si porro removeatur decrescet inversa imago. Quod si in foco lentis constitutus fuerit oculus, quacunque visibilis à lente distantia, eâdem semper magnitudine cernetur ³⁾.

Ponantur quæ in præcedenti; nempe in quo de augmento unius lentis convexæ ⁴⁾. Primum itaque quoniam oculo citra focum à lente distante, punctum conjugatum P cadit post lentem et oculum ⁵⁾, manifestum est quo magis visibile NN ⁶⁾ removebitur, eo minorem fore AB; recta enim ducta est NBP, verum DA distantia oculi à lente eadem manere ponitur; ergo minuitur angulus ADB recedente visibili, quapropter minui speciem ejus necesse est.

Oculo autem ultra focum remoto ⁷⁾, quoniam punctum P cadit ante lentem, apparet quamdiu visibile NN ⁶⁾ erectum spectatur, hoc est, quamdiu non ultra

medio” [Voir les Prop. VII, p. 207 et VIII, p. 219]. „Tum theorema quod hic juxta positum est” [Voir la note 3, p. 222]. „Tum denique quod est in fine hujus pag.æ” [Prop. X, p. 223].

Ajoutons que cette annotation se retrouve dans le manuscrit de Niquet. Elle doit donc dater d'avant 1666.

- ³⁾ Employons les notations des notes 2, p. 177 et 181; il est évident alors que la grandeur de l'image, étant proportionnelle au grossissement g et inversement proportionnelle à la distance $o + v$, dépendra dans les trois cas de la valeur du facteur :

$$\frac{f}{vf - vo + of},$$

où v doit être considérée comme la seule variable, et il est bien facile de déduire, à l'aide de cette expression, les résultats formulés dans la proposition présente; toutefois, ici, les considérations géométriques du texte mènent encore plus simplement au but désiré.

- ⁴⁾ Ils'agit des Prop. II (p. 175) et III (p. 181) du Livre présent.

- ⁵⁾ Voir la fig. 3, p. 176, où l'oeil se trouve en D, et où O est le foyer.

- ⁶⁾ Lisez MN.

- ⁷⁾ Voir la fig. 5, p. 182.

temps que cet objet n'est pas plus éloigné de la lentille que le point P, AB fera d'autant plus grande que l'objet fera moins éloigné du point P. L'angle ADB augmentera donc en même temps, attendu que la distance AD est invariable. Mais dès que l'image sera devenue renversée ¹⁾, ce qui aura lieu lorsque l'objet aura dépassé, en s'éloignant, le point P, AB deviendra d'autant plus petite que l'objet ira plus loin, et il en fera par conséquent de même de l'angle ADB.

Et lorsque l'oeil est placé au foyer même de la lentille ²⁾, aucun point conjugué ne pourra être trouvé, ainsi que nous l'avons dit, mais la droite NB deviendra parallèle à l'axe EA. Quelle que soit la distance de l'objet, AB a donc la même grandeur, et l'angle ADB aussi. On apercevra donc toujours une image de même grandeur. Ce qu'il fallait démontrer.

PROPOSITION X ³⁾.

Théorème.

Si la distance d'une lentille convexe à l'objet demeure invariable et que l'objet se trouve entre la lentille et un de ses foyers, l'image sera d'autant plus petite que l'oeil sera plus éloigné de la lentille. Mais si l'objet se trouve à une distance de la lentille supérieure à la distance focale, l'image grandira, tant qu'elle est droite, lorsque l'on éloigne l'oeil de la lentille. Mais dès que l'image sera devenue renversée, elle deviendra plus petite lorsqu'on continue à éloigner l'oeil. Et si l'objet se trouve au foyer de la lentille, l'image aura la même grandeur quelle que soit la distance de l'oeil à la lentille.

La démonstration de cette proposition est évidente : il suffit d'appliquer à notre théorème ce qui a été dit ⁴⁾ de la permutation mutuelle des endroits où sont situés l'oeil et l'objet.

¹⁾ Voir la fig. 6, p. 183.

²⁾ Voir la fig. 4, p. 178.

³⁾ Entre cette proposition et celle qui précède le manuscrit que nous suivons, et de même la copie de Niquet, intercalent : „Intercedit Theorema. Manente distantia visibilis ab oculo,

P distat; tanto majorem fore AB quanto propius ad P visibile accefferit. Ergo tanto major quoque fiet angulus ADB, quia distantia AD non mutatur. Sed postquam everfo situ spectari ceperit ¹⁾, remotum videlicet ultra punctum P, quanto ulterius ibit tanto minor fiet AB, ideoque et angulus ADB.

Posito autem oculo in foco lentis ipso ²⁾, nullum inveniri punctum conjugatum diximus, sed rectam duci NB axi EA parallelam, igitur quacunque visibilis distantia æquè magna est AB ideoque et angulus ADB. Quare ejusdem ubique magnitudinis visibile conspicietur. Quæ fuerant demonstranda.

[PROPOSITIO X.] ³⁾

Theorema.

Manente distantia lentis [convexæ] ab aspectabili, si fuerit hoc lenti propius quam focus suus; quo magis oculus à lente distabit, eo minori magnitudine conspicietur. Si vero ultra focum à lente diffitum fuerit aspectabile removendo oculum à lente, augebitur quandiu erectum apparebit. Inde vero si porro recesserit oculus, everfa species diminuetur. Quod si ad focum lentis situm sit, quacunque oculi à lente distantia æquali magnitudine conspicietur.

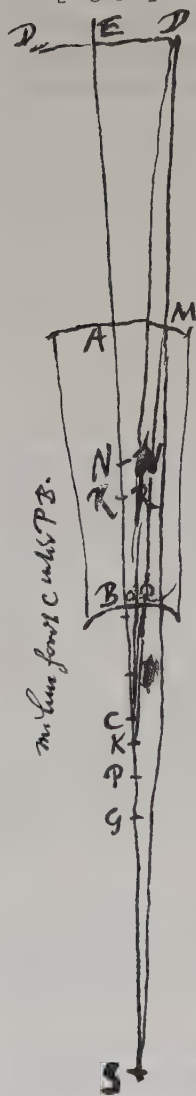
Cujus demonstratio evidens est, si id quod modo de permutatione loci mutua inter oculum et rem visam dictum fuit ⁴⁾, applicetur Theoremati.

&c.” Il n’est presque pas douteux qu’il s’agit du théorème mentionné dans la note 2, p. 217. Mais ce théorème ne serait pas bien placé au lieu indiqué ici par Huygens, puisqu’il s’en est déjà servi dans les propositions VII (voir la note citée) et VIII (voir la note 1, p. 220) qui précédent. Ainsi il était mieux à sa place là où il se trouvait primitivement, c’est-à-dire, immédiatement après la Prop. VI; mais puisqu’il fut biffé et que, de plus, les phrases en italique de la p. 209 prouvent que Huygens se proposait de s’en passer, nous avons préféré le reléguer à un appendice (voir la p. 237).

⁴⁾ Voir la Prop. VI, p. 199 du Tome présent.

PROPOSITION XI ¹⁾.Théorème ²⁾.

[Fig. 38.]



Si, au lieu de prendre une lunette composée de deux lentilles, l'une convexe et l'autre concave, on adapte à l'oeil un corps construit d'une matière solide et transparente et possédant une surface convexe et une surface concave, ce corps agrandira les objets lointains dans la même proportion que la lunette composée de deux lentilles. C'est-à-dire, le rapport de la grandeur apparente de l'image à celle de l'objet sera égal au rapport de la distance focale de la surface convexe à la distance du foyer de cette surface à la surface concave, contre laquelle se trouve l'oeil.

Soit AM [Fig. 38] la surface convexe d'une lunette de ce genre, construite d'une pièce, et N le centre de courbure de cette surface. Soit en outre BQ la surface concave, et P son centre de courbure. Supposons que G soit le foyer de la surface AM, c'est-à-dire le point de concours de rayons incidents parallèles, et R le point de dispersion de la surface BQ pour des rayons parallèles se mouvant à l'intérieur du corps solide. Soit de plus DED un objet visible situé à grande distance. Nous devons donc démontrer que lorsque l'oeil est appliqué à la surface B, l'objet DED est augmenté dans le rapport $AG : GB$ ⁴⁾.

Supposons d'abord que l'oeil, situé en C, ne soit pas encore proche de la surface BQ et construisons une quatrième proportionnelle CK à CR, CP et CB, d'après la prop. XII ⁵⁾. Comme alors des rayons partis du point C correspondraient au point K après avoir été réfractés à la surface BQ, réciproquement les rayons qui, à l'intérieur du corps transparent solide, se dirigent vers le point K, correspondront au point C après avoir été réfractés à la surface B. De la même manière il arrivera, si l'on construit une quatrième proportionnelle KS aux trois lon-

¹⁾ Les considérations qui suivent, et qui ont amené la proposition présente, ont leur origine dans la théorie du grossissement des lunettes exposée par Descartes dans le „Discours septiesme” de sa Dioptrique „Des moyens de perfectionner la vision” (voir les p. 155—160 du T. VI de l'édition récente des Oeuvres de Descartes par Adam et Tannery).

Cette théorie, vague et erronée, se fonde en premier lieu sur l'examen du cas où le tuyau

[PROPOSITIO XI.] ¹⁾Theorema ²⁾.

Si loco conspicilli duarum lentium ejusmodi adaptetur ex solido materiæ diaphanæ frusto, cujus altera superficies convexa sit altera cava, eâdem proportione visibilia augebit longinqua, atque conspicillum duarum lentium. Scilicet augmenti ratio ea erit, quæ distantiaæ superficiæ convexæ à foco suo ad distantiam foci à cava, cui oculus admotus est.

Esto talis specilli continui superficies convexa AM [Fig. 38], ex sphaera cujus N centrum. Superficies vero BQ cava centro P. Et focus superficiæ AM seu concursus parallelorum sit G punctum. at R punctum dispersus superficiæ BQ *radiorum parallelorum qui intra solidum feruntur* ³⁾. Porro visibile longinquum sit DED. Itaque ostendendum cum oculus superficiæ B applicabitur ea proportionem visibile DED augeri, quam habet AG ad GB ⁴⁾.

Ponatur prius oculus in C non adhuc superficiæ BQ prope admotus, et tribus hisce CR, CP, CB, ponatur quarta proportionalis CK, secundum prop. [XII] ⁵⁾. Ergo quoniam radij ex C puncto si egrederentur, refracti in superf. BQ pertinerent ad punctum K, ideo vicissim qui intra diaphani soliditatem ita feruntur ut tendant ad K, pertinebunt post refractionem in superf. B ad punctum C.

de la lunette serait rempli entièrement d'une matière réfringente homogène bornée par deux surfaces courbes, l'oeil étant placé devant l'une d'elles.

C'est dans une lettre du 2 avril 1654 à Grégoire de St. Vincent qu'on rencontre dans la Correspondance la première allusion à la proposition présente; on y lit (p. 281 du T. I)

„In reliqua autem Cartesij explicatione et præsertim ubi ad telescopij venit demonstrationem plurima mihi quoque improbantur. Seposui ad tempus quæ in hac materia conscripta habeo.”

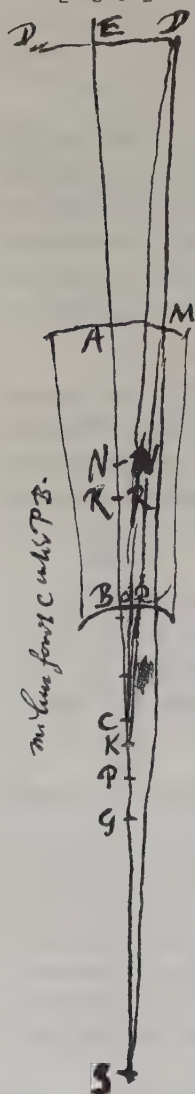
²⁾ Huygens annota plus tard en marge: „Omittatur hæc vel paucioribus demonstratur. debebat dici BG esse distantiam puncti dispersus parallelorum a parte G venientium ad cavum BQ. estque $BG \propto \frac{3}{2} BR$.” Nous reviendrons sur cette annotation dans la note 3, p. 227.

³⁾ Les mots en italiques manquent dans la leçon primitive et dans la copie de Niquet.

⁴⁾ C'est là, en effet, la valeur de l'agrandissement dans le cas de deux lentilles dont les distances focales coïncident avec celles des surfaces AM et BQ, quand l'oeil se trouve à l'intersection de l'axe et de la surface de la lentille concave. Pour s'en convaincre il suffit de consulter la note 3 de la page 192, ou bien de considérer que, d'après la Prop. I du Livre présent (p. 173), l'agrandissement ne dépend pas de la lentille concave contre laquelle l'oeil est appliqué, mais seulement de la lentille convexe. Il est donc égal, d'après la première partie de la Prop. II, p. 175, au rapport de la distance focale AG à la distance BG du foyer à l'oeil.

⁵⁾ Voir la p. 41 du Tome présent.

[Fig. 38].



guez KG , KN et KA , que les rayons qui se dirigent vers le point S et qui sont réfractés à la surface AM , se dirigent vers le point K . Tirons la droite DS qui coupe la surface AM au point M , et ensuite la droite MK qui coupe la surface BQ en Q . Joignons aussi les points Q et C . Et que la droite DC coupe la surface BQ en O . Par conséquent, le rayon provenant du point D de l'objet et qui se meut selon la droite DM , sera réfracté au point M de manière à se diriger vers le point K , mais après avoir été réfracté une deuxième fois en Q , ce rayon parviendra à l'œil situé en C . Il est donc établi que le point D est aperçu au point Q de la surface BQ : tandis que ce point ferait vu en O si, au lieu de la lunette, il n'y avait qu'une seule surface B , où n'aurait lieu aucune réfraction. Le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable, lorsque l'œil est placé en C , est donc égal au rapport $QB : OB$. Mais le rapport $QB : OB$ est composé des rapports $QB : MA$, $MA : ED$ et $ED : OB$ qui sont respectivement égaux aux rapports $KB : KA$, $SA : SE$ et $EC : BC$. Or, le rapport composé des rapports $SA : SE$ et $EC : BC$ est égal à celui que composent les rapports $SA : BC$ et $EC : SE$. Le rapport $QB : OB$ fera donc composé des rapports $KB : KA$, $SA : BC$ et $EC : ES$. Mais le rapport composé des rapports $KB : KA$ et $SA : BC$ est égal au rapport composé des rapports $KB : BC$ et $SA : KA$, et le rapport $EC : ES$ est égal à l'unité, attendu que nous supposons l'objet DED situé à grande distance. Par conséquent le rapport $QB : OB$ est composé des rapports $KB : BC$ et $SA : KA$. Mais comme, par construction, $CR : CP = CB : CK$, on aura $PR : RC = KB : BC$. De même, comme $KG : KN = KA : KS$, il s'ensuit $NG : GK = SA : AK$. Le rapport $QB : OB$ fera donc composé des rapports $PR : RC$ et $NG : GK$, l'œil étant toujours placé en C . Mais lorsque l'œil est supposé très-voisin de la surface BQ , le point C tombera en B , et le point K également en B ; en ce cas le rapport $PR : RC$ (ou RB) fera donc égal à l'indice de réfraction ¹⁾, et, par conséquent, aussi au rapport $AG : NG$ ²⁾. Mais le rapport $NG : GK$

deviendra $NG : GB$. Le rapport $QB : OB$, qui est celui de la grandeur apparente à la grandeur véritable, fera donc alors composé des rapports $AG : NG$ et $NG : GB$; il fera donc égal à $AG : GB$. Ce qu'il fallait démontrer.

Il est nécessaire toutefois que la courbure de la surface BQ ait une valeur déterminée pour que la vision soit distincte ³⁾. Mettant cela de côté, l'agrandissement ferait, en effet, absolument le même, soit qu'on suppose cette surface plus ou moins concave soit qu'on la suppose plane ou même convexe, si seulement

eâdem ratione si tribus hisce KG, KN, KA collocetur quarta proportionalis KS, fiet ut radij ad punctum S tendentes refractique in superficie AM tendant ad punctum K. Jungatur DS secans superf. AM in M. deinde MK secans superficiem BQ in Q, et connectatur QC. *Recta vero DC secet superficiem BQ in O.* Itaque radiorum ex puncto visibilis D is qui fertur secundum rectam DM, flectetur ab M versus K, sed iterum refractus in Q perveniet ad oculum in C. Quare constat in puncto Q superficiei BQ spectari punctum D: quod spectaretur in O si loco specilli, una tantum superficies B poneretur refractionis expers. Est igitur ratio magnitudinis apparentis ad veram oculo in C constituto, ea quæ QB ad OB. Ratio autem QB ad OB composita est ex rationibus QB ad MA; et MA ad ED; et ED ad OB. quæ sunt eâdem rationibus KB ad KA; SA ad SE; et EC ad BC. Et est ratio composita ex rationibus SA ad SE, et EC ad BC, eadem compositæ ex rationibus SA ad BC et EC ad SE. Itaque ratio QB ad OB componetur ex rationibus KB ad KA, SA ad BC, et EC ad ES; ratio autem composita ex rat.^s KB ad KA et SA ad BC est eadem compositæ ex rat. KB ad BC et SA ad KA, reliqua vero EC ad ES est ratio æqualitatis, quoniam visibile DED longinquum ponitur. Ergo ratio QB ad OB composita ex ratione KB ad BC et SA ad KA. Quia verò ex constr. est CR ad CP ut CB ad CK, erit PR ad RC ut KB ad BC. Item quia KG ad KN ut KA ad KS erit NG ad GK ut SA ad AK. Igitur ratio QB ad OB componetur ex rat.^s PR ad RC et NG ad GK, oculo adhuc in C constituto. Cum vero superficiei BQ oculus contiguus ponetur cadet C in B, item K in B, *quare tunc* erit ratio PR ad RC seu RB eadem quæ est refractionis ¹⁾, ac proinde eadem rationi AG ad NG ²⁾. Ratio vero NG ad GK erit NG ad GB. Ergo tunc ratio QB ad OB, quæ est ratio magnitudinis apparentis ad veram erit composita ex rat.^s AG ad NG et NG ad GB hoc est, erit ea quæ AG ad GB; quod erat demonstr.

Oportet autem superficiem BQ certa ratione cavam esse si distincta visio requiritur ³⁾. Nam alioqui etsi magis minusve cava esset, aut plana aut convexa quoque, idem prorsus contingeret augmentum, si modo oculus prope admotus ponatur.

¹⁾ Voir la Prop. XI, p. 41 du Tome présent.

²⁾ Voir la Prop. VIII, p. 33.

³⁾ Cette condition exige, pour un oeil accommodé pour l'infini, que le foyer G de la surface convexe AM coïncide avec le point de dispersion des rayons parallèles venant du côté S et tombant sur la surface concave BQ. Or, posant n pour l'indice de réfraction, on aura alors, d'après la Prop X, p. 39, $BG = n \cdot BP : (n - 1)$; mais d'autre part $BR = BP : (n - 1)$, d'après la Prop. XI, p. 41. On aura donc dans ce cas $BG = n \cdot BR$, c'est-à-dire, pour le verre: $BG = \frac{3}{2} BR$.

Si nous revenons maintenant à l'annotation citée dans la note 2, p. 225, il devient évident que Huygens se propose de simplifier la démonstration en se bornant au cas de la vision distincte dans lequel on aura, en effet, $BG = \frac{3}{2} BR$ ou, plus généralement, $BG = n \cdot BR$.

l'oeil est supposé voisin de la surface. Car on pourra démontrer toujours de la même manière que le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable est égal au rapport $AG:GB$.

Cependant ces conclusions ne sont nullement d'accord avec la théorie par laquelle Descartes essaie d'expliquer l'invention du télescope en nous amenant à considérer un corps tubulaire solide de cette conformation. Car il veut que la surface concave soit telle qu'elle fasse changer de direction les rayons provenant des divers points de l'objet, après qu'ils auront traversé la surface extérieure du corps tubulaire, et qu'elle les dirige vers l'oeil de façon qu'ils semblent provenir de points situés à plus petite distance. Et il affirme que le rapport de la distance de ces points plus proches à la distance de l'objet lui-même est égal au rapport ¹⁾ de la grandeur apparente à celle qu'on apercevrait à l'oeil nu ²⁾. Comment cela pourrait-il être vrai, attendu que pour les yeux des vieillards la construction des télescopes doit être telle que les rayons, en atteignant l'oeil, soient convergents ou au moins parallèles, mais non pas telle que ces rayons semblent provenir d'un point plus rapproché? Et l'on fait pourtant que les images s'agrandissent non moins pour les vieillards que pour ceux qui ont la vue bonne.

Il y a encore cela d'absurde dans l'explication de Descartes: il dit que tous les objets sont vus agrandis parce que les rayons provenant des divers points de ces objets se croisent à la surface extérieure convexe du corps tubulaire, tandis que, si ce corps était absent, ils se croiseraient dans la pupille de l'oeil ³⁾. Or, s'il y avait une surface plane ou concave au lieu de la surface convexe, il y aurait là néanmoins un semblable croisement des rayons. Ainsi tous les objets devraient être également vus agrandis lorsque le tube est retourné. Mais cela est en contradiction avec ce qui a été démontré plus haut et de plus avec l'expérience.

¹⁾ Il s'agit en vérité du rapport réciproque.

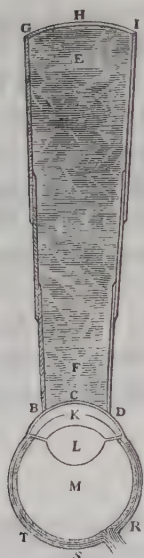
²⁾ Voir le passage, d'ailleurs difficile à comprendre, qu'on trouve à la p. 158 du lieu cité dans la note 1, p. 224 et qui débute comme il suit: „Puis de rechef, que ces mesmes rayons,” [venant d'un même point de l'objet] „en sortant de ce tuyau se plient & se redressent en telle sorte qu'ils puissent entrer dans l'oeil tout de mesme que s'ils n'auoient point du tout esté pliés, mais seulement qu'ils vinssent de quelque lieu qui fust plus proche. Et ensuite, que ceux qui viendront de diuers points, s'estant croisés dès l'entrée de ce tuyau, ne se decroissent point à la sortie, mais qu'ils aillent vers l'oeil en mesme façon que s'ils venaient d'un obiet qui fust plus grand, ou plus proche.”

³⁾ Allusion au passage suivant qui se trouve p. 155—157 du lieu cité dans la note que nous venons de mentionner: „Il ne reste plus qu'un autre moyen pour augmenter la grandeur des images, qui est de faire que les rayons qui viennent de diuers points de l'obiet, se croisent plus loin qu'il se pourra du fonds de l'oeil; mais il est bien, sans comparaison, le plus important & le plus considerable de tous. Car c'est l'unique qui puisse seruir pour les obiets inacces-

Nam semper eadem demonstratione ostendetur magnitudinis apparentis ad veram, esse rationem eandem, quæ AG ad GB.

Hicse vero nequaquam consentiunt ea quibus Cartesius Telescopij inventum explicare contendit, similem huic tubum proponens solidum. Vult enim cavam superficiem ejusmodi esse ut radios à singulis visibilium punctis procedentes et per superficiem tubi exteriorem transmissos, ita inflectat *ac ad oculum mittat* tanquam si a propioribus punctis advenirent. Et quam rationem habuerit distantia horum punctorum propinquiorum ad distantiam ipsius visibilis, eandem ¹⁾ magnitudinis apparentis ad eam quæ solis oculis perciperetur definit ²⁾. Hoc autem quomodo verum sit, quum senum oculis ea conveniat telescopij constitutio, ut radij convergentes aut certè paralleli ad oculum deferantur, non autem quasi ex puncto aliquo propiori manantes. Et notum est tamen non minus senibus quam qui visu pollent specierum magnitudines multiplicari.

Porro illud quoque in eadem Cartesij explicatione absurdum, quod eam ob causam majora omnia videri ait, quoniam ex diversis rei visæ punctis venientes radij decussentur in exteriori convexa tubi superficie, qui tubo non adhibito ad pupillam oculi decussarentur ³⁾; quoniam enim si plana aut concava esset loco convexæ superficiæ nihilominus decussatio similis ibi contingeret. efficietur æque etiam inverso tubo majora omnia conspici debere. Quod ijs quæ superius demonstrata fuere atque ipsi adeo experientiæ adversatur.



sibles, aussy bien que pour les accessibles, & dont l'effet n'a pas de bornes : en sorte qu'on peut, en s'en servant, augmenter les images de plus en plus jusques a vne grandeur infinie. Comme, par exemple, d'autant que la premiere des trois liqueurs dont l'oeil est rempli, cause a peu près mesme refraction que l'eau commune, si on applique tout contre vn tuyau plein d'eau, comme EF, au bout duquel il y ait vn verre GHI, dont la figure soit toute semblable a celle de la peau BCD qui couvre cete liqueur, & ait mesme rapport a la distance du fonds de l'oeil, il ne se fera plus aucune refraction a l'entrée de cet oeil; mais celle qui s'y faisoit auparavant, (& qui estoit cause que tous les rayons qui venoient d'un mesme point de l'objet commençoient a se courber dès cet endroit là, pour s'aller assembler en vn mesme point sur les extremités du nerf optique, & qu' ensuite tous ceux qui venoyent de diuers points s'y croisoient, pour s'aller rendre sur diuers points de ce nerf), se fera dès l'entrée du tuyau GI : si bien que ces rayons, se croisans dès là, formeront l'image RST beaucoup plus grande que s'ils ne se croisoient que sur la superficie BCD; & ils la formeront de plus en plus grande selon que ce tuyau sera plus long. Et ainsi l'eau EF faisant l'office de l'humeur K; le verre GHI, celuy de la peau BCD; & l'entrée du tuyau GI, celuy de la prunelle; la vision se fera en mesme façon que si la Nature auoit fait l'oeil plus long qu'il n'est de toute la longueur de ce tuyau".

PROPOSITION XII ¹⁾.

Lorsque sur la droite qui joint l'oeil et l'objet sont placées des lentilles ou des surfaces en nombre quelconque et de forme arbitraire, ayant cette même droite pour axe commun, l'oeil apercevra après toutes les réfractions une certaine partie de l'objet, même dans le cas où l'oeil est pour ainsi dire réduit à un point unique, pourvu que ce point ne soit pas celui où concourent après la réfraction les rayons issus du point de l'objet qui se trouve sur l'axe.

Soit FE l'axe commun sur lequel se trouve l'oeil au point A, et les lentilles en B et en C. Cherchons ensuite d'après le théorème... ²⁾ le point F auquel correspondent des rayons tels que GF qui par la réfraction due à la lentille B doivent parvenir à l'oeil A en se mouvant selon HA. Cherchons de même le point D auquel correspondent des rayons tels que DG qui par la réfraction due à la lentille C doivent prendre la direction GF, de sorte qu'ils correspondent alors au point F; et ainsi de suite s'il y a un plus grand nombre de lentilles ou de surfaces. Or, le point F ou le point D peuvent être situés à une distance infinie et dans ces cas les rayons GF ou les rayons DG deviennent parallèles à l'axe. Alors si l'objet était placé au point D, il paraît que l'oeil serait situé au point de concours des rayons qui proviennent du point D, et que, par suite, ce point unique de l'objet donnerait alors une image quasi infinie. Mais supposons ici que l'oeil ne soit pas situé au point de concours nommé. Le point D tombe donc soit au-delà soit en-deçà de l'endroit où est situé l'objet, lequel puisse se trouver en E ou en K.

Comme la droite FHG peut être tracée de telle manière que les angles GFC, GDC ou EDN deviennent chacun aussi petit qu'on le voudra, il paraît qu'on peut obtenir que les droites FHG et GDN ne tombent pas à l'extérieur des lentilles B et C. La dernière de ces droites, GDN, interceptera nécessairement une partie des droites EM ou KL perpendiculaires à l'axe, telle que NE ou KO, que l'oeil apercevra sous l'angle BAIL. L'oeil verra donc une certaine partie de l'objet, ce qu'il fallait démontrer.

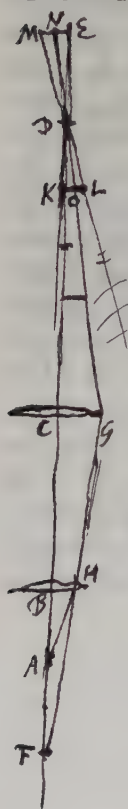
Mais si le point D est à une distance infinie, DG, parallèle à l'axe, interceptera de nouveau une partie des droites EM ou KL. Et si F est à une distance infinie, FH devient parallèle à l'axe; cela ne change rien dans la démonstration du théorème.

¹⁾ Cette proposition et la suivante manquent dans la copie de Niquet. Elles doivent donc dater en tout cas d'après 1666, et probablement de beaucoup plus tard.

[PROPOSITIO XII.] 1)

Dispositis in linea recta, oculum et visibile jungente lenticulis aut superficiebus quotvis et quibuslibet, communem axem habentibus eandem lineam rectam, Percipiet oculus post omnium refractiones aliquam visibilis partem etiamsi veluti ad punctum reductus fuerit dummodo hoc punctum non sit quo post refractionem concurrunt radij a puncto visibilis quod in axe est egressi.

[Fig. 39.]



Sit recta FE axis communis in quo oculus ad A punctum, lentes ad B et C. Inveniat porro ex Theor. . . .²⁾ punctum F ad quod pertinentes radij ut GF flectantur refractione lentis B per HA ad punctum oculi A. Itemque inveniat punctum D, ad quod pertinentes radij ut DG flectantur refractione lentis C in GF; ut pertineant ad punctum F atque ita porro si plures fuerint lentes superficiefve. Potest autem infinite distare puncta F vel D. quibus casibus axi paralleli fiunt radij GF vel DG. Quod si jam visibile ad punctum D positum esset, apparet oculum fore in puncto concursus radiorum e puncto D venientium, eoque unum hoc visibile punctum tantummodo infinite tunc expansum cerni. Ponimus autem hic oculum esse extra hoc concursus punctum. Ergo punctum D cadit vel ultra vel citra locum rei visibile, quæ nempe sit in E vel K.

Quoniam igitur ita duci potest FHG ut quamlibet exigui fiant anguli singuli GFC , GDC , seu EDN , apparet effici posse ut rectæ FHG , GDN non extra lentes B , C aberrant. Harum vero postrema GDN , necessario partem aliquam rectarum EM vel KL axi perpendicularium intercipiet, velut NE vel KO , quas oculus comprehendet angulo BAH . Itaque aliquam visibilis partem cernet, quod erat dem.

Quod si infinite distet punctum D , tunc DG axi parallela interceptet rursus partem reclarum EM vel KL . Si vero F infinite distat fit FH axi parallela, nec id quicquam in demonstratione mutat.

²) Voir la Prop. XX, Lib. I, p. 99 du Tome présent.

PROPOSITION XIII.

[Fig. 40.]



Si entre l'oeil et l'objet sont placées un nombre quelconque de lentilles ou de surfaces d'un corps transparent et que des rayons issus d'un point de l'objet situé sur l'axe commun de toutes ces lentilles et surfaces sortent parallèles après les avoir traversées, la grandeur et la position de l'image feront les mêmes à quelque distance derrière elles que se trouve l'oeil.

Soit ABC l'axe commun d'un nombre quelconque de lentilles ou de surfaces sphériques, et la ligne AF, perpendiculaire à l'axe ABC, l'objet. Le point F y soit situé à si petite distance du point A qu'il peut être aperçu par l'oeil, placé en K ou en C, deux points quelconques de l'axe, et réduit à un point: en effet, la proposition précédente fait voir que cela est possible. Je dis que pour les deux positions de l'oeil la ligne AF donnera une image de même grandeur. En effet, attendu que les rayons issus du point A, après avoir traversé les corps transparents interposés, deviennent parallèles entre eux, les rayons provenant du point F seront également parallèles entre eux en sortant*. Supposons que de ces rayons DC parvienne à l'oeil situé en C, et LK à l'oeil situé en K. Attendu

que les rayons DC et LK sont parallèles entre eux, les angles BKL et BCD seront égaux. Mais par un oeil situé en K la droite AF est vue sous un angle BKL, et par un oeil situé en C la même droite AF est vue sous l'angle BCD. Dans l'un et l'autre cas cette droite est donc vue sous le même angle et son image aura, par conséquent, la même grandeur. Mais il paraît aussi que les droites CD et KL tombent du même côté de l'axe, puisqu'elles émanent parallèlement des points C et K. On apercevra donc une même position de la ligne AF soit qu'on regarde du point C, soit qu'on se trouve placé en K. Ce qu'il fallait démontrer.

* Prop. XXII.
Liv. I^{er}).

FIN DU DEUXIÈME LIVRE.

[PROPOSITIO XIII.]

Si inter oculum et rem visam quotlibet lentes aut superficies diaphani interjaceant et a puncto rei visæ quod sit in omnium axe communi manantes radij, trajectis ijsdem lenticulis aut superficiebus paralleli exeant; quocunque intervallo post ipsas oculus statuatur, eadem apparebit rei visæ magnitudo; idemque positus.

Sit axis communis [Fig. 40] quotlibet lentium vel superficierum sphericarum ABC, res visa linea AF, axi ABC perpendicularis in qua punctum F iam propinquum sit ipsi A, ut oculo in K aut C, quibuslibet nempe duobus axis punctis, collocato et ad punctum redacto, in conspectum venire possit. hoc enim possibile esse ex prop. antecedente constat. Dico utroque oculi positu, eadem magnitudine apparituram lineam AF. Quum enim a puncto A manantes radij, trajectis interpositis diaphanis inter se fiant paralleli, etiam ab F puncto egressi inter se paralleli exhibunt. Quorum DC ad oculum in C positum pergat, LK ad oculum positum in K. Quia igitur inter se paralleli sunt radij DC, LK, æquales erunt anguli BKL, BCD, atqui oculo in K spectatur recta AF angulo BKL, oculo vero in C spectatur eadem AF angulo BCD, Ergo utrobique æquali angulo, ideoque pari magnitudine. Sed et ad eandem axis partem cadere apparet rectas CD, KL, cum ex punctis C, K parallelæ exeant. Ergo sive ex C sive ex K idem positus percipietur lineæ AF. Quæ erant dem.*

[*Per Prop. XXII. Lib. I.]¹⁾

[FINIS SECUNDI LIBRI.]

¹⁾ Voir la p. 111 du Tome présent.

APPENDICE I ¹⁾

AU DEUXIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

[1652.]

PROPOSITIO.

Per foramen minimum intuenti, quæ prius vel ratione distantia, vel ob interpositas lentes, confusa cernebantur, distincta apparebunt, etsi minus lucida; quæ vero distincta cernebantur ita videri perseverabunt, eademque qua prius magnitudine ac situ.

Manifestum est ex superioribus confusam visionem non aliunde fieri quam quod radij ab uno visibilis rei puncto ad oculum feruntur, sive simpliciter id fiat, sive trajectis quibusvis lentibus, ad unum rursus retiformis punctum non conveniant, sed alij alio loco sistantur. Quod si jam pupilla eousque arctari intelligatur, ut quasi unius puncti rationem habeat; vel si lamina minimo foramine pertusa ante oculum apponatur, liquet hoc pacto tantum uni veluti radiorum, qui a singulis punctis innumeri alioqui ad pupillam feruntur, transitum concedi, qui proinde in uno tantum retiformis puncto locum ejus unde emissus est puncti signare queat. Ex quo distincta visio sequatur necesse est. Minus lucidam vero fore hinc manifestum est, quod cum antea tot radij, quod a visibilis puncto pupillam intrabant, ejus puncti imaginem in fundo oculi illustrarent, nunc paucissimus ac veluti unus tantum eorum radiorum oculum ingrediatur.

Ad alteram porro propositionis partem demonstrandam repetatur figura ad oculi

¹⁾ Cet Appendice nous fait connaître la rédaction primitive du début du deuxième Livre, telle qu'on la retrouve aux p. 42 et 43 de la copie de Niquet.

explicationem superius descripta ¹⁾). Quum igitur distincta visio ponatur fieri, ad quam requiritur ut radij omnes qui a punctis singulis rei visæ, ut H, G, I, ad oculum promanant, sive per aerem tantum, sive per quaslibet lentes transferint, ad totidem rursus puncta in fundo oculi colligantur, ut L, E, K; clarum est, quod si opposito ad oculum exili foramine, tantum unus veluti a singulis punctis radius admittatur, is nihilominus eodem quo prius loco in fundum oculi incidens, punctum unde effluxit, etsi minus dilucide, ibi pinget. Quare nec magnitudinem nec situm rei visæ quicquam immutatum iri constat, sed eodem modo sese habitura atque antea cum sine interposita lamina libere ad oculum radij deferebantur.

Quando igitur in sequentibus ad ineundam apparentis ac veræ magnitudinis rationem, instar puncti oculum esse statuemus recte procedere eas demonstrationes ex his manifestum erit, cum nihil intersit, quantum ad perceptarum imaginum magnitudinem an ad puncti exilitatem oculi apertura reducta sit an tota, ut solet, pateat.

Quando autem apparentem rei trans lentes visæ magnitudinem ijs quoque casibus definivisse inveniemus, quibus distincta visio non contingit, tum quod primo loco hic ostensum fuit, in mentem revocetur, nempe confusam visionem semper emendari posse, contracta uti dictum est oculi apertura. Qu[am]vis et lente insuper aliqua, cava vel convexa, oculo proxime admota, confusionem ab alijs lentibus ortam, tolli.



¹⁾ Voir la fig. 100, p. 133 du Tome présent.

APPENDICE II

AU DEUXIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

[1653.]

Theorema ¹⁾).

Manente oculo et visibili, per lentem quamlibet interpositam spectato, si transfferatur lens, ut quantum prius ab oculo remota fuit tantum postea distet à visibili. Eâdem hoc quam prius magnitudine spectatum iri, similique situ.

Esto ²⁾ ut spectetur visibile in E oculo in D, per interpositam lentem in A. Posteaque spectetur idem per lentem in α translata sumpta E α aequali DA. Dico utraque positione visibile in E ejusdem apparere magnitudinis, et situm similiter.

Nam quale apparet per lentem in A magnitudine et situ, tale appareret posito oculo in E et visibili in D, lente non môtâ, per anteced. ³⁾. Sed tale apparet visibile in D, posito oculo in E, per lentem in A, quale si sit illud in D et lens in α ; quoniam intervalla singula D α , α E, æqualia sunt intervallis EA, AD. Itaque visibile in E oculo in D æque magnum apparet, spectatum per lentem in α , similique situ, atque cum posita fuit in A. quod erat dem.

¹⁾ Consultez sur ce théorème les notes 2, p. 217 et 3, p. 222.

²⁾ Nous donnons la leçon primitive de la démonstration. Plus tard elle fut remplacée par la suivante: „Est enim idem ac si oculus ac res visa invicem locum permutent manente lente intermedia”; mais tout fut biffé depuis.

³⁾ Voir la „Prop. VI”, p. 199 du Tome présent.

AU DEUXIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE
 ET TELESCOPIIS”.

[illegible]

HK, CL inter se inclinatur. quatenus nempe tam parvi sunt anguli EBD, GBD; KHN, LCM ut finibus suis proportionales reputentur. quod usque ad 30 gr. fumi solet. tanto magis in multo minoribus quibus id applicabimus concedendum est.

¹⁾ La pièce est empruntée à une feuille séparée, numérotée 76a. Suivant les autres matières, traitées sur la même feuille, elle daterait de 1684 ou plus tard encore; mais il est sûr que le théorème en question était connu à Huygens bien plus tôt; comme cela résultera de la note 1, p. 340 du Tome présent. En tout cas, la pièce présente peut être considérée comme

Ducantur enim rectæ MCQ, NHP quæ secent DBR in S et R. Et angulus BAC vocetur a ; DBE, b ; DBG, c . Ergo ang. DBE ad RBH censetur habere rationem eandem quæ est refractionis in sinibus, propter parvitatem angulorum. hoc est in vitro, ut hic ex. gr. ponimus, eam quam 3 ad 2. Est ergo ang. RBH $\propto \frac{2}{3}b$. hic vero additus ad ang. BHR efficit BRP seu BAC. Ergo BHR erit $a - \frac{2}{3}b$ ¹⁾. rursus vero anguli BHR sesquialter est NHK. Ergo NHK $\propto \frac{3}{2}a - b$.

Eadem ratione, cum ang. DBG sit $\propto c$, erit SBC $\propto \frac{2}{3}c$, et BCS $\propto a - \frac{2}{3}c$ et MCL $\propto \frac{3}{2}a - c$. Sit HI parall. CL. Est ergo ang. IHK inclinatio rectarum HK, CL. Et ang. NHI erit $\frac{3}{2}a - c$, quippe æqu. MCL. Itaque ablatus ab NHK qui erat $\frac{3}{2}a - b$ relinquet IHK $\propto c - b$ hoc est angulo EBG. Quod erat d[emonstrandum].

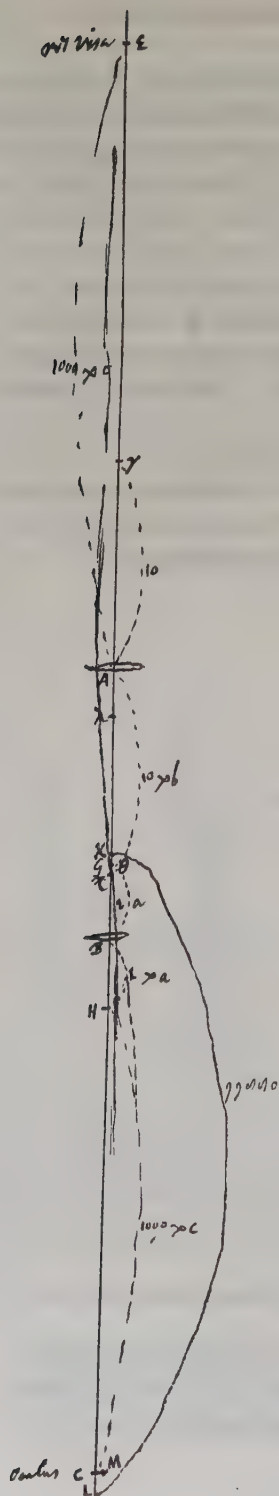
Et facile perspicitur id quavis prop. refractionis idem contingere.

Quod si igitur radij EB, GB vel ipsis paralleli incidant in ipsum velut angulum diaphani A. manifestum est ad eandem verticem A convectorum angulos duos æquales notatos ϕ , quos bini incidentes ac bini refracti radij constituent.



la première rédaction d'une proposition de la même portée, qu'on rencontrera dans la troisième Partie de cette „Dioptrique”.

¹⁾ Huygens a intercalé ici l'annotation suivante „vel altero casu $\propto \frac{2}{3}c - a$ et MCL $c - \frac{3}{2}a$ qui tunc additum ad NHK faciet rursus IHK \propto EBG.” Et il y a encore d'autres cas à distinguer. Ainsi dans la rédaction définitive, mentionnée dans la note précédente, Huygens en traite cinq différents.



APPENDICE IV ¹⁾

AU DEUXIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

[1692.]

Theorema ex dioptricis nostris a dubio
liberatum, ac numeris comprobatum, de
permutatione oculi et rei visæ mutua ac

¹⁾ La pièce est empruntée à la p. 24 verso du Manuscrit H. D'après le lieu où elle se trouve elle doit dater des premiers mois de l'année 1692. On y trouve une vérification numérique de la Prop. VI, Liv. II (p. 199), qui énonce que l'oeil et l'objet peuvent être échangés sans altération du grossissement. Toutefois cette vérification se borne au cas de deux lentilles A et B qui ont un foyer commun au point G.

Remarquons que les notations de la figure correspondent en général avec celles de la fig. 27 de la p. 205. Ainsi γ et G, G et H représentent les foyers des lentilles A et B, dont les distances focales sont supposées égales respectivement à 10 et à 1; E est l'objet se trouvant à la distance 1000 de la lentille A; C l'oeil qui se trouve à cette même distance de la lentille B. Ensuite K est le point correspondant à l'oeil C par rapport à la lentille B de manière que le calcul donne $CK = 1001\frac{1}{999}$, $GK = \frac{1}{999}$; enfin L est le point correspondant à K par rapport à la lentille A, et on trouve $KL = 9980\frac{1}{999}$.

Ces données permettent de calculer, par la règle énoncée dans la Prop. V, Liv. II (p. 195 du Tome présent), le grossissement de l'objet placé en E et vu par l'oeil en C.

Pour obtenir ce grossissement dans le cas réciproque, où l'oeil est en E et l'objet en C, Huygens détermine successivement la position du point \ast correspondant à E par rapport à la lentille A et celle du point λ correspondant à \ast par rapport à la lentille B. De cette manière il retrouve la même propor-

manente eadem ratione magnitudinis apparentis ad veram. Vide ibi pag. 92²⁾.

$$\left. \begin{array}{l} \text{CH } (c-a) \text{ ad CB } (c) \text{ ut CB } (c) \text{ ad CK } ^3) \left(\frac{cc}{c-a} \right) \\ 999 \quad 1000 \quad 1000 \quad 1001 \frac{1}{999} \end{array} \right\} f[\text{ubtr.}]$$

$$\begin{array}{l} \text{CG } (c+a) \\ 1001 \end{array}$$

$$\text{GK } \left(\frac{aa}{c-a} \right)$$

$$\frac{1}{999}$$

$$\text{KG } \left(\frac{1}{999} \right) \text{ ad KA } \left(10 - \frac{1}{999} \right) \text{ ut KA } \left(10 - \frac{1}{999} \right) \text{ ad KL } (99880 \frac{1}{999}) ^4)$$

$$\text{HB ad HC ut 1 ad 999}$$

$$\text{AG ad GK ut 10 ad } \frac{1}{999}$$

$$\text{EC ad EL ut } 20111 \text{ ad } 1010 - \frac{1}{999} + 99880 + \frac{1}{999}$$

$$20110 \text{ ad } 100890. \text{ bon}$$

ratio augmenti, quæ est potius diminutionis oculo in C⁵⁾.

$$\left. \begin{array}{l} \text{E}\gamma (990) \text{ ad EA } (1000) \text{ ut EA } (1000) \text{ ad E}\kappa (1010 \frac{10}{99}) ^4) \\ \text{EG } (1010) \end{array} \right\} f[\text{ubtr.}]$$

$$\text{G}\kappa \propto \kappa \theta ^6) \propto \frac{10}{99}$$

$$\kappa \theta \left(\frac{10}{99} \right) \text{ ad } \kappa \text{B } \left(1 - \frac{10}{99} \right) \text{ ut } \kappa \text{B } \left(1 - \frac{10}{99} \right) \text{ ad } \kappa \lambda \left(8 \frac{10}{99} \right) ^4)$$

tion 20110 à 100890 représentant le grossissement, ou plutôt l'amoindrissement, dans les deux cas.

²⁾ C'est la page, dans la numération en noir du manuscrit de la „Dioptrica”, qui contient le commencement de la démonstration pour le cas de deux lentilles de la règle de la Prop. VI, citée dans la note précédente.

³⁾ Voir la Prop. XX du Livre Premier, p. 99 du Tome présent.

⁴⁾ Nous supprimons quelques calculs.

⁵⁾ Voir la règle de la p. 189 du Tome présent, confirmée pour le cas de deux lentilles convexes à la p. 195.

⁶⁾ Ici θ représente l'un des foyers de la lentille B, lequel coïncide avec G dans le cas considéré.

$A\gamma$ ad γE ut 10 ad 990

$B\theta$ ad $\theta\kappa$ ut 1 ad $\frac{100}{99}$

CE ad $C\lambda$ ut 2011 ad $(1000 + 8\frac{1}{99} + 1 - \frac{10}{99}) \frac{99881}{990}$ ¹⁾

20110 ad 100890 bon.

ratio diminutionis cum oculus est in E . res visa in C .

radij qui ab M ad λ tendunt, flectuntur in lente B ut pergant ad κ . hinc diminutio ingens ²⁾.

¹⁾ Nous supprimons quelques calculs.

²⁾ Évidemment Huygens a en vue la construction suivante, qui peut conduire à une détermination, indépendante de la formule employée, du grossissement: Tirons la droite $M\lambda$ et soit β le point où elle traverse la lentille B ; tirons de même la droite $\beta\kappa$ et soit α le point où le prolongement de cette droite rencontre la lentille A ; tirons enfin αE ; alors la ligne brisée $M\beta\alpha E$ représentera le parcours du rayon de lumière qui, partant du point M , atteindra l'oeil placé en E . Soit donc $CM = 1$; alors on trouvera successivement pour les angles $C\lambda M$, $C\kappa\beta$ et $CE\alpha$, supposés très-petits, les valeurs $\frac{1}{1008\frac{9}{10}}$, $\frac{1}{1008\frac{9}{10}} \times \frac{8\frac{9}{10}}{99}$ et $\frac{1}{1008\frac{9}{10}} \times$

$\times \frac{8\frac{9}{10}}{99} \times \frac{10\frac{1}{99}}{1000} = \frac{1}{10089}$ et enfin $\frac{1}{2011}$ pour l'angle CEM , sous lequel l'objet CM serait

vu sans l'intervention des lentilles. Le rapport de la grandeur apparente à la grandeur véritable, c'est-à-dire le rapport des angles $CE\alpha$ et CEM , est donc de 2011 à 10089, conformément à la valeur déduite dans le texte.

Mais cela n'explique pas la remarque de Huygens qui semble manquer de justesse, puisque la réfraction en B amène le facteur $\frac{8\frac{9}{10}}{99}$ et qu'elle a donc plutôt la tendance de diminuer

l'amoindrissement.

LA DIOPTRIQUE.

PREMIÈRE PARTIE. TRAITÉ DE LA RÉFRACTION ET DES TÉLESCOPES.

1653.

LIVRE TROISIÈME. DES TÉLESCOPES.

PROPOSITION I ¹⁾.

Accommoder à un oeil quelconque une lunette composée
de deux lentilles données.

Il est certain que de chaque point d'un objet partent des rayons qui atteignent toutes les parties de la pupille; et ces rayons sont estimés parallèles lorsqu'ils émanent d'un point fort éloigné. Or, comme ceux qui jouissent d'une bonne vue ont naturellement les yeux disposés de telle manière que sans effort ils aperçoivent distinctement les objets éloignés, c'est-à-dire que leurs yeux rassemblent en un point unique de la rétine un faisceau de rayons incidents parallèles, il s'ensuit que pour eux il faut placer les lentilles de telle manière que les rayons émanant de chaque point de l'objet redeviennent parallèles après avoir traversé les deux lentilles. Par conséquent, si AB représente une lentille convexe [Fig. 1 et 2], ayant pour axe la droite BE et que les rayons émanant d'un point de l'objet sont réfractés par cette lentille de telle façon qu'ils vont se réunir au point E, foyer de la lentille A, lorsque l'objet est à grande distance, et en un autre point qu'on trouve d'après la proposition XX du premier livre ⁵⁾ lorsqu'il est à petite distance, et si GE est la distance focale de la seconde lentille DD supposée convexe [Fig. 1]

¹⁾ Huygens annota en marge „Omittetur, et docebitur hoc obiter in Explicatione peculiari telescopiorum”. Il s'agit bien des Prop. I et III de la troisième Partie de la

DIOPTICA.

[PARS PRIMA. TRACTATUS DE REFRACTIONE ET
TELESCOPIIS.]

[1653.]

[LIBER III. DE TELESCOPIIS.]

[PROPOSITIO I.] ¹⁾

Perſpicillum ex datis duabus lentibus compositum cuilibet
viſui accommodare.

A ²⁾ punctis ſingulis rei viſæ ad totam oculi pupillam radios *manare conſtat* ³⁾: qui quidem pro parallelis habentur cum procedunt a procul remotis. Itaque cum recta oculi conſtitutione gaudentibus ita ſponte ſua diſponantur ut longinqua diſtincte cernant, hoc eſt, ut radios parallelos ſibi incidentes colligant in unum retinæ punctum; ſequitur ijs ita lentes collocari debere, ut radij a punctis ſingulis rei viſæ *venientes* ⁴⁾, poſtquam utramque lentem penetrarint denuo ſiant paralleli. Quamobrem ſi lens convexa ponatur AB [Fig. 1 et 2], axem habens BE, et radij a rei viſæ puncto exeuntes ejus refractione cogantur ad punctum E, quod erit in foco lentis A, ſi viſibile longinquum fuerit; ſi vero propinquum invenietur per propoſ. [XX. Lib. I] ⁵⁾, fuerit autem lentis alterius DD foci

Dioptrique; toutefois on ne trouvera que dans la première de ces propositions quelques lignes qui ſe rapportent à l'accommodation d'une lunette à la vue des myopes.

²⁾ Dans la copie de Niquet et dans la leçon primitive ce mot étoit précédé par „Notum eſt”.

³⁾ Aux lieux cités: „advehi”.

⁴⁾ „manantes”, l. c.

⁵⁾ Voir la p. 99 du Tome préſent.

ou la distance du point de dispersion de cette lentille supposée concave [Fig. 2] ; tout ceci étant posé, il faut porter la dite distance EG à partir du point E du côté de la lentille A et placer la lentille concave au point G, ou bien il faut porter la même distance dans le sens opposé à partir du point E et placer la lentille convexe en son extrémité G. En effet, de cette façon il arrivera dans l'un et l'autre cas que les rayons, après avoir traversé la lentille DD, atteignent l'oeil parallèlement, ainsi que cela résulte des prop. XVI et XVII du Livre Premier ¹⁾, et ainsi une image distincte sera aperçue par celui dont la vue est bonne.

Mais lorsqu'il s'agit d'accommoder cette même lunette à un myope qui commence seulement à voir distinctement un objet lorsque celui-ci se trouve à la distance FH, il faut prendre FL ²⁾ égale à GE, distance du foyer ou du point de dispersion à la lentille DD, car cette dernière distance est donnée. Il faut retrancher FL de FH lorsque la lentille DD est concave, et ajouter ces deux longueurs lorsqu'elle est convexe. Cherchons, de plus, une longueur qui soit à LF, comme LF est à HL. Je dis que cette longueur est égale à l'intervalle GF qui représente dans l'un et l'autre cas la grandeur dont il faut diminuer, pour qu'elle convienne au myope, la longueur de la lunette qui était auparavant GB ³⁾.

En effet, plaçons la lentille DD en F et prenons FK égale à FL. Comme HL : LF = LF : FG ou = FK : KE, on aura aussi HF : FL (ou FK) = FE : EK. Et, par permutation, HF : FE = FK : KE ; donc aussi HE : EF = FE : EK. Comme le point E est celui où se dirigent ou dont proviennent les rayons qui rencontrent la lentille DD et le point K celui auquel correspondent les rayons réfractés provenant des rayons parallèles venant du côté opposé, il s'ensuit que les rayons qui se dirigent vers le point E ou qui en émanent sont réfractés de telle manière par la lentille DD qu'après cette réfraction ils semblent provenir du point H ⁴⁾. Par conséquent, la lunette sera dans l'état propre à donner des images distinctes pour l'oeil du myope.

PROPOSITION II ⁵⁾.

Indiquer la construction d'un télescope servant à observer les éclipses ou les taches du Soleil et faire voir quelle sera la grandeur de son image.

¹⁾ Voir les pp. 85 et 89.

²⁾ Plus tard Huygens ajouta en marge : „non definitivum punctum F.” En effet, pour exécuter la construction indiquée on doit faire une figure à part.

³⁾ Soit donc d la distance de la vue distincte, f la distance focale de l'oculaire ; on trouve alors dans le cas de l'oculaire convexe $GF = f^2 : (d + f)$ et dans celui de l'oculaire concave $GF = f^2 : (d - f)$.

[Fig. 1.]



[Fig. 2.]



distantia GE, si convexa sit [Fig. 1]; si vero cava [Fig. 2], distantia puncti dispersus. His inquam positis, accipienda est dicta distantia EG à puncto E versus lentem A ponendaque lens cava in puncto G; vel eadem distantia accipienda versus alteram partem à puncto E, atque in termino G ponenda lens convexa. Sic enim utroque casu fiet ut penetrata lente DD radij paralleli ad oculum perveniant, ut constat ex prop. [XVI et XVII. Lib. I] ¹⁾ atque ita distincta continget visio ei qui bona est oculi formatione.

Si vero myopi aptandum sit idem perspicillum qui visibile ad distantiam FH demum distinctè cernere possit, fumatur FL ²⁾ æqualis distantiae GE, qua focus suus aut punctum dispersus abest a lente DD, hæc enim data est; Et auferatur quidem FL ab FH si lens DD cava sit, addatur vero si convexa. Et ut HL ad LF ita sit LF ad aliam. dico huic æquale fumendum esse intervallum GF secundum quod minuenda est utroque casu longitudo perspicilli, quæ prius erat GB, ut myopi conveniat ³⁾.

Posita enim lente DD in F et sumtâ FK æquali FL. quia HL ad LF ut LF ad FG, sive ut FK ad KE; erit et HF ad FL sive FK ut FE ad EK: Et permutando HF ad FE ut FK ad KE, quare et HE ad EF ut FE ad EK. Cum itaque punctum E sit ad quod vel à quo tendentes radij occurrunt lenti DD; punctum vero K sit illud, quo pertinent refractiones parallelorum à parte opposita venientium; sequitur radios ad E vel ab E venientes ita flecti a lente DD, ut inde ferantur tanquam egressi à puncto H ⁴⁾. Unde recte se habebit perspicillum ad distinctam visionem myopi præstandam.

[PROPOSITIO II.] ⁵⁾

Constitutionem telescopij ad observandas Solis Eclipses maculae demonstrare et quanta futura sit ejus imago.

⁴⁾ D'après la Prop. XX du Livre Premier, p. 99 du Tome présent.

⁵⁾ Plus tard Huygens annota en marge „hoc ubi de usu telesc.” Dans le manuscrit la Proposition présente précédait celles du Livre Deuxième, qui débute à la p. 173 du Tome présent.

[Fig. 5.]



[Fig. 6.]

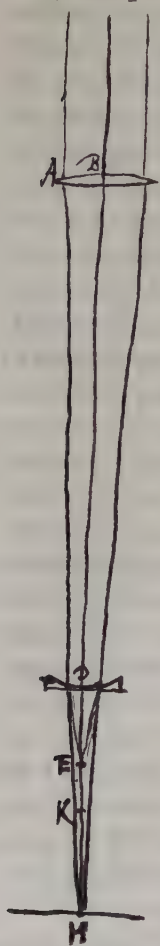


On a trouvé que pour observer les éclipses du soleil et les taches qui circulent à sa surface, il est utile de se servir du télescope, pourvu qu'on fasse tomber l'image du soleil, obtenue par le passage de ses rayons à travers les deux lentilles, sur une table blanche qui ne reçoit d'ailleurs aucune lumière. Pour comprendre cette invention, il faut d'abord connaître la disposition des lentilles : c'est-à-dire savoir comment elles doivent être placées pour donner l'image la plus brillante du soleil.

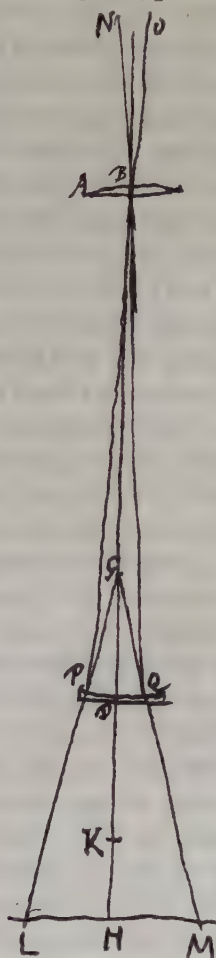
Soit donc AB la lentille convexe opposée au soleil et E son foyer [Fig. 3 et 5]. Supposons la seconde lentille, concave ou convexe, située en D. L'une et l'autre forme de télescope peut servir ici ; mais la meilleure est celle qui est composée de deux lentilles convexes, parce qu'elle donne des images droites, tandis que l'autre les renverse. Soit K le point de concours ou de dispersion de la lentille D pour des rayons parallèles venant du côté H, et supposons placée en H une table blanche servant à recevoir l'image du soleil. Pour que cette image paraisse distincte et que son contour soit net, il est nécessaire que les rayons, provenant d'un point du soleil et qui tombent donc parallèlement sur la lentille AB, se réunissent de nouveau en un seul point de la table. Il faut donc que la distance des lentilles AB et D soit un peu plus grande que dans la condition moyenne du télescope, c'est-à-dire dans celle qui convient à une personne ayant la vue

bonne : la position de la lentille D doit être telle que les grandeurs EK, ED et EH forment une proportion continue. En effet, de cette façon il arrivera que les rayons qui se dirigeaient vers E, foyer de la lentille AB, sont réfractés de telle manière qu'ils se dirigent vers le point H après cette réfraction ²). Mais dans la condition moyenne du télescope le point K doit coïncider avec le point E, comme nous l'avons démontré plus haut ³). Il en résulte qu'ici la distance des lentilles doit être augmentée de l'intervalle EK, lequel doit nécessairement être d'autant plus petit que la distance EH est plus grande ; car la longueur DK qui est donnée, vu que c'est la distance focale ou la distance du point de dispersion de la lentille D, doit être divisée par le point E de manière qu'on ait $HE : ED = ED : EK$.

[Fig. 3.]



[Fig. 4.]



Observandis solis eclipsibus nec non maculis quæ in superficie ejus circumferuntur telescopium utiliter adhiberi inventum est, si nimirum solis imago per utramque lentem trajecta tabulâ alba excipiat, in quam nullum aliunde lumen adveniat. Cujus inventi ratio ut intelligatur primum dispositio lentium cognoscenda est, quomodo nempe aptatæ picturam solis quam nitidissimam efficiant.

Sit igitur lens convexa AB soli obversa [Fig. 3 et 5], cujus focus E punctum. Altera vero in D concava vel convexa, nam utraque telescopij forma huic rei idonea est, et magis quidem quæ duorum est convexorum, quoniam picturas erectas exhibet, cum altera invertat. Lentis autem D sit K punctum concursus vel dispersus radiorum parallelorum à parte *qua est*¹⁾ H venientium. fitque in H constituta tabula alba ad excipiendam solis imaginem. Quæ igitur ut distincta ac terminata appareat, oportet radios qui ab uno solis puncto procedunt, hoc est, qui paralleli inter se deferuntur in lentem AB, in uno rursus tabulæ puncto colligi. Quapropter paulo major debet esse distantia lentium AB et D quam in constitutione telescopij media, sive quæ bene videnti fuerit accommodata; ac talis requiritur positio lentis D, ut in continua sint proportione EK, ED, EH. Sic enim fiet ut radij tendentes ad E, focum lentis AB, deducantur ad punctum H²⁾.

at in telescopij constitutione media congruere debet punctum K foco E, ut superius est ostensum³⁾. adeo ut hic distantia lentium augenda sit intervallo EK, quod quidem tanto minus esse necesse est quanto distantia EH fuerit major; nam longitudo DK quæ data est, quippe distantia foci vel puncti dispersus lentis D, ea sic dividitur in E ut sicut HE ad ED ita sit hæc ad EK.

¹⁾ Les mots en italiques manquent dans la leçon primitive et dans la copie de Niquet.

²⁾ Voir la Prop. XX, Lib. I, p. 99 du Tome présent.

³⁾ Voir les pp. 245 et 247 du Tome présent.

[Fig. 3.]



[Fig. 4.]



Quanta porro futura sit diameter picturæ solis in tabula H sic definiemus: ducantur ex centro lentis AB [Fig. 4 et 6] ad lentem D rectæ BP, BQ comprehendentes angulum æqualem ei quo solis diameter comprehenditur absque telescopia spectantibus; Et sit duabus BK, BD tertia proportionalis BG, et jungantur GP, GQ, et producantur usque dum tabulæ ad H collocatæ occurrant in punctis L, M. Dico LM fore diametrum solis in tabula LHM. Producantur enim PB, QB versus O et N. Itaque cum a puncto circumferentiæ solis dextro radij ferantur ad superficiem totam lentis AB, qui omnes inter se et rectæ OB paralleli censentur, incedet unus istorum radiorum secundum lineam OB, idemque, penetrata lente AB, perget secundum lineam BP*, quoniam B centrum est lentis cujus crassitudinem pro nulla ducimus. Eadem ratione unus radiorum parallelorum è sinistro solis margine venientium incedet secundum rectam NBQ. Porro autem uterque a lente D inflectetur ut pergant secundum rectas PL, QM, in quas productæ sunt GP, GQ per [prop. XX]²⁾ vel...³⁾ hujus [Libri]⁴⁾ quia scilicet in continua proportionem sunt BK, BD, BG. Itaque manifestum est punctum in dextro solis latere pingi in L, punctum vero oppositum in sinistro in M. Quatenus enim distincta totius solis pictura existit, necesse est ubi unus radiorum a quolibet ejus puncto venientium in tabula sistitur, ibi quoque cæteros

* vid. Propos. [XXIII, Lib. I]¹⁾

colligi ab eodem puncto egressos. Ergo diameter picturæ uti diximus erit LM.

Sciendum vero, quo major erit imago solis LM, lentibus AB et D iisdem manentibus, eo minus lucidam fore. Etenim si radij omnes a sole in lentem AB descendentes, occupent rursus in tabula LHM spatium æque latum atque est lens AB, hoc est, si solem depingant lenti AB quatenus adaperata est æqualem, erit hæc imago æque clara ac si nullis interpositis lentibus sol tabulam illustraret; non

¹⁾ Voir la p. 119 du Tome présent.

²⁾ Voir la p. 99 du Tome présent.

³⁾ Nous ne savons pas quelle autre proposition Huygens aurait pu citer encore.

⁴⁾ C'est-à-dire du Livre I, auquel la Proposition appartenait primitivement; voir la note 5 de de la p. 247.

bien entendu, si nous ne tenons pas compte des rayons réfléchis par les lentilles ou absorbés par elles à cause du manque de transparence de la matière dont elles sont formées, la réflexion et l'absorption pouvant parfois faire perdre la moitié de tous les rayons ou davantage. Mais si l'image est plus grande, comme cela est nécessaire dans les observations de ce genre, elle sera aussi d'autant plus obscure. L'expérience fera voir quelle est l'amplitude la plus propre aux observations : pour la trouver, il faut essayer toutes sortes de distances de la table au télescope. Il faut observer à ce sujet que, lorsque cette distance augmente, on doit diminuer un peu en même temps celle qui sépare les lentilles AB et D pour obtenir une image nette : la raison en est facile à découvrir d'après ce qui précède.

PROPOSITION III ¹⁾.

Faire voir que les télescopes précédents peuvent être rendus meilleurs lorsqu'on remplace les deux lentilles convexes par trois lentilles; ce qui est vrai aussi pour ceux dont nous nous servons la nuit pour observer les étoiles.

Quoique les lentilles ne doivent pas être multipliées sans nécessité, parce que beaucoup de lumière est perdue à cause de l'épaisseur du verre et par les réflexions répétées, l'expérience a cependant montré qu'ici il y a avantage à le faire. Car si nous ajoutons à la grande lentille deux oculaires ayant entre eux un certain rapport et une distance déterminée, non seulement le champ du télescope est admirablement élargi, de sorte qu'on embrasse d'un seul regard beaucoup plus que lorsque l'instrument est construit avec une seule lentille oculaire, mais aussi les images paraissent moins déformées. Enfin toute impureté due aux irrégularités des oculaires est soustraite au regard d'une façon si complète que, quoiqu'il y ait deux lentilles, on ne l'aperçoit aucunement tandis que dans le cas d'une seule lentille elle nuit beaucoup à la netteté des images ²⁾. Nous décrivons ici sinon la meilleure combinaison des lentilles parmi toutes celles qui sont possibles, ce qui serait d'ailleurs difficile et peut-être impossible, du moins celle que l'expérience nous a montré être utile.

Supposons donc que AB [Fig. 7] soit la grande lentille ou l'objectif, et LG sa distance focale qui peut être de deux ou de trois pieds seulement, ou bien de 6, de 10 ou de 20 pieds, car nous pouvons employer les mêmes oculaires en combinaison avec chacun de ces objectifs. Soient EF et CD les oculaires, et supposons la distance focale KT du dernier quatre fois plus grande, ou un peu

¹⁾ La Proposition présente, où Huygens décrit l'oculaire qui porte son nom, fut presque entièrement refondue à une époque inconnue, mais après 1666 et probablement beaucoup plus récente. Pour cette raison, nous croyons utile de donner ici, par exception, le texte tel qu'il était en 1666, lorsque la copie de Niquet fut prise; sauf à faire connaître dans les notes

habita videlicet ratione eorum quos lentes reflectunt vel propter obscuritatem materiæ non transmittunt, quo fortè dimidia pars omnium vel amplius intervertitur. Quod si vero major imago fuerit, ut in hujusmodi observationibus exigitur, jam tanto quoque erit obscurior. Experientia vero ostendet quænam amplitudo ad observationem utilissimè adhibeatur, tentata alia atque alia tabulæ a telescopio distantia. Ubi illud observandum ut aucta hac distantia simul tantillum minuatur ea quæ est inter lentes AB et D, ut distincta pictura efficiatur: cujus ratio ex ante dictis intelligitur.

PROPOS[ITIO III] ¹⁾.

Quomodo pro duobus convexis tria adhibendo meliora fiant præcedentia telescopia ostendere, ut et illa quibus noctu ad sidera spectanda utimur.

Quamquam lentes non frustra sint multiplicandæ, quod et vitri crassitudine et iteratis reflexionibus non parum lucis depereat; hic tamen utiliter id fieri experientia docuit. Adsumtis enim præter magnam lentem ocularibus duobus certam inter se rationem distantiamque habentibus, cum mirum in modum dilatatur telescopij conspectus ut plura longe unico intuitu comprehendat quam si simplici lente oculari instruatur; tum distortæ minus rerum species apparent; ac denique nævi impuritas omnis lentium ocularium ita visui subducatur, ut licet binæ sint nulla prorsus animadvertatur cum alioqui ex una lente non parum adferat incommodi ²⁾. Dabimus autem in his, etsi non omnium optimam lentium compositionem, quam investigare longum esset ac forsan impossibile, at ejusmodi quam nobis experientia utilem esse ostendit.

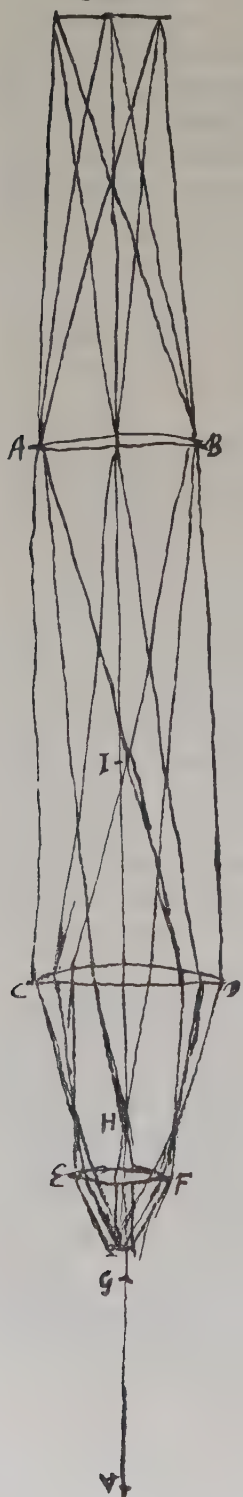
Esto igitur [Fig. 7] lens magna sive exterior AB, quæ foci distantiam habeat LG, sive ea sit duorum aut trium pedum tantum, aut etiam 6 vel 10 vel 20, possumus enim ad omnes has ipsædem ocularibus uti, hæ vero sint EF, CD, quarum posterioris foci distantia KT quadrupla sit, vel paulo minus,

quelques variantes d'après une leçon encore plus primitive, qu'on retrouve, biffée, dans le manuscrit écrit par Huygens lui-même. Quant à la leçon définitive on la trouvera plus loin dans la Prop. IV de la troisième Partie de cette „Dioptrique”.

Ajoutons, qu'il y a lieu de supposer que même la première leçon doit dater de 1662 ou de plus tard, puisqu'en juin 1662 (voir la p. 152 du T. IV) Huygens parle de l'emploi de deux oculaires au lieu d'un seul, pour augmenter le champ de vision, comme d'une „manière nouvelle”. En effet, dans la lunette de 23 pieds, dont il se servit en 1656 dans les observations de Saturne, les deux lentilles oculaires étaient contigues; comme cela résulte indubitablement de ce qu'on lit aux pp. 358 et 362 du T. II et à la p. 58 du T. III.

²⁾ La leçon primitive fait suivre encore: „sunt enim in ipsa vitri materia semper bullæ quædam minutissimæ quibus transitus radiorum impeditur, quæ veluti puncta nigra rebus ipsis quas telescopio aspicimus in[hære]re videntur. Hac autem quam describimus lentium compositione omnia evanescunt”.

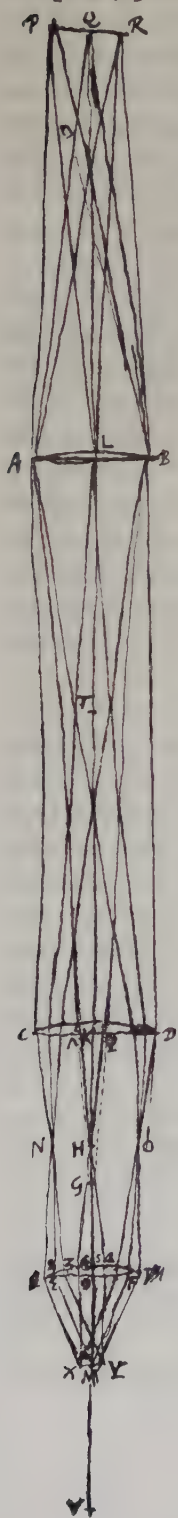
[Fig. 8.]



moins, que la distance focale SH de la lentille EF ¹⁾, laquelle ne dépasse pas deux pouces. La largeur CD soit de $3\frac{1}{2}$ pouces et la largeur EF la moitié ²⁾. Supposons la distance SK des deux lentilles égale au double environ de la distance SH. Elles doivent être combinées avec la lentille extérieure AB de telle manière que le foyer G de cette dernière tombe entre la lentille EF et son foyer H, et que GT, GK et GH forment une proportion. En effet, on obtiendra ainsi que les rayons issus d'un point lointain, tel que Q, qui, après avoir traversé la lentille AB, viendraient se diriger vers son foyer G, se réunissent maintenant en H ³⁾, s'y croisent et arrivent à l'oeil M parallèlement après avoir passé par la lentille EF et y avoir été réfractés. La meilleure place qu'on puisse donner à l'oeil est une place telle que les longueurs VH, VS et VM forment une proportion, où V représente le point dans lequel la lentille CD réunit les rayons issus du centre L de la lentille AB ⁵⁾. Par cet artifice l'oculaire EF fera vu rempli d'images, quelle que petite que soit l'ouverture de la lentille AB; attendu que tous les rayons qui passent par L se réunissent au point M après avoir traversé les lentilles CD et EF. Et le rapport dans lequel seront agrandis les objets lointains fera égal au produit des rapports LG : GK et KH : HS, ce qui se démontre de la façon suivante. Supposons que les rayons QA et QB, allant du point lointain Q à l'extrémité de la lentille AB, soient séparés par la distance XY, lorsqu'ils sont arrivés, après les réfractions par les trois lentilles, près de l'endroit M où est situé l'oeil. Par conséquent, si nous faisons changer de place l'oeil et l'objet, transportant l'oeil en Q et l'objet en M, nous verrons la ligne XY occuper toute la largeur de la lentille AB. Elle paraîtra

¹⁾ La leçon primitive donnait au lieu du passage qui précède: „Sit igitur lens magna sive exterior AB, oculares CD et EF, quarum CD habeat foci distantiam KT quadruplam circiter vel quintuplam foci distantiae HS, quæ est lentis EF. Ut enim exacte quadrupla sit nihil refert, sed hanc proportionem experientia utile esse demonstravit. Distantia lentium KS sit dupla HS.” Ajoutons qu'il y a encore une leçon intermédiaire qui débutait comme dans le texte mais qui, après les mots „hæ vero sint EF, CD”, faisait suivre:

[Fig. 7.]



foci distantiae lentis EF quæ sit SH ¹⁾. Et hæc quidem duos pollices non excedat. latitudo CD sit $3\frac{1}{2}$ poll. EF duplo minor ²⁾. Intervallum SK inter utramque lentem sit circiter duplum SH. Ita vero cum lente exteriori AB componantur ut hujus focus G cadat inter lentem EF et focum ejus H, atque sint proportionales GT, GK, GH. Sic enim fiet ut radij a puncto longinquo, puto Q, advenientes, qui trajecta lente AB tenderent ad focum ejus G, nunc concurrant ad H ³⁾, atque ibi facta interfectione pergentes ad lentem EF, ejus refractione paralleli ferantur ad oculum M. Hic autem ita optime collocatur ⁴⁾, ut si punctum V sit illud quo lens CD cogit radios ab L puncto medio lentis AB venientes, fiant proportionales VH, VS, VM ⁵⁾. quandoquidem ⁶⁾ hoc pacto, quantulocunque ⁷⁾ foramine pateat lens AB, tamen ocularis EF tota imaginibus plena spectabitur, quoniam radij omnes per L transeuntes colliguntur ad punctum M, postquam lentes CD, EF penetrarint. Proportio autem incrementi rerum procul distitarum erit ea quæ componitur ex rationibus LG ad GK et KH ad HS. quod sic ostenditur. Putemus radios QA, QB a puncto remoto Q ad extremam utrimque lentem AB manantes, post trium lentium refractiones, comprehendere latitudinem XY quo loco ponitur oculus M. Quod si itaque facta permutatione transferatur oculus in Q et res viva in M, videbitur

„quarum posterioris foci distantiae lentis KT tripla sit, vel paulo amplius”.

²⁾ Les phrases précédentes à commencer par „Et hæc quidem” furent intercalées à une époque inconnue avant 1666. Ajoutons qu’on trouve en marge du texte une figure que nous reproduisons, à côté de la fig. 7, comme fig. 8. Comme on le voit, les dimensions des diverses parties y diffèrent notablement de celles de la fig. 7, à laquelle se rapporte évidemment la description donnée dans le texte. Puisque cette figure 7 fut attachée par Huygens avec de la cire à la feuille en question du manuscrit, couvrant la fig. 8, il est clair que celle-ci est la plus primitive et qu’elle fut même dessinée avant que le texte fut écrit.

³⁾ Comparez la Prop. XX, p. 99 du Tome présent. H et G sont des points correspondants par rapport à la lentille CD.

⁴⁾ Dans la leçon primitive on trouve „constituendus”.

⁵⁾ De cette manière l’oeil est placé au point qui correspond à V par rapport à la lentille EF; c’est-à-dire au point qui correspond au centre L de l’objectif après les deux réfractions par les lentilles oculaires CD et EF. Consultez encore la note 1, p. 196 du Tome présent et le texte auquel elle se rapporte.

⁶⁾ „quoniam”, d’après la leçon primitive.

⁷⁾ „licet exiguo tantum”, d’après la leçon primitive.

donc agrandie dans le rapport $AB : XY$, puisque, en effet, le point Q est situé à grande distance tant par rapport à la lentille AB que par rapport à la ligne XY et que, par conséquent, les angles AQB et XQY ont entre eux le même rapport que les largeurs AB et XY ¹⁾. Mais le rapport $AB : XY$ ou $AB : Z\Delta$ est composé des rapports $AB : \Lambda\Phi$ et $\Lambda\Phi : Z\Delta$, dont le premier est égal à $LG : GK$ et le second à $KH : HS$. Il apparaît ainsi que, lorsque l'oeil est placé en Q et l'objet en M , le rapport qui exprime l'agrandissement est composé des rapports $LG : GK$ et $KH : HS$. C'est pourquoi lorsque l'oeil est placé en M et l'objet en Q , où se trouve PR , l'agrandissement sera indiqué par ce même rapport *. C'est ce qu'il fallait démontrer.

* Prop. VI,
Liv. II²⁾.

Or, si nous supposons la distance focale KT exactement quatre fois plus grande que la distance focale SH , et l'intervalle KS égal au double de SH , le rapport qui exprime l'agrandissement sera simplement égal à $LG : GK$. Et l'intervalle HG devra être le tiers de HS ou de HK ³⁾. Or la distance entre l'oeil et la lentille EF dépend dans une certaine mesure de la grandeur de la distance focale LG de l'objectif. Mais elle sera toujours plus petite que SH , attendu que VH , VS et VM forment une proportion, comme nous l'avons dit plus haut. Il résulte de cette petitesse de la distance de l'oeil à la lentille que les taches ou bulles d'air très petites dont la matière du verre n'est jamais exempte ne peuvent pas être aperçues dans la lentille EF . Mais on ne les voit pas non plus dans la lentille CD , attendu que l'oeil aperçoit confusément les objets placés là et distinctement ceux qui se trouvent auprès de H ⁴⁾.

Nous avons tracé de plus dans la figure ci-jointe [Fig. 7], pour que la nature et l'effet de ce télescope puissent être mieux compris, les rayons qui proviennent de quelques autres points de l'objet non situés sur l'axe, tels que P et R . Car de même que les rayons issus du point Q , après avoir traversé les lentilles AB et CD , se réunissent au point H ; de même aussi les rayons partis du point P sont assemblés en O , et ceux qui viennent de R , au point N . Mais ensuite, après avoir atteint la lentille EF , ils se dirigent tous parallèlement vers l'oeil M ; c'est-à-dire ces rayons ne sont pas tous parallèles entre eux, mais ceux qui viennent du point O sont parallèles à la droite FM et ceux qui viennent de N parallèles à la droite EM , de même que ceux qui proviennent du point H deviennent parallèles à l'axe des lentilles. Il s'ensuit que l'oeil aperçoit clairement et séparément les points P , Q et R . Et si nous

¹⁾ De ce raisonnement il résulte que dans chaque lunette où un anneau oculaire existe, le grossissement sera égal au rapport du diamètre de l'objectif à celui de cet anneau, quel que soit l'arrangement des lentilles. C'est, comme on sait, le principe sur lequel Ramsden a fondé l'emploi de son dynamètre.

²⁾ Voir la p. 199 du Tome présent.

³⁾ En effet, puisque H et G sont des points correspondants par rapport à la lentille CD dont KT est la distance focale, on doit avoir, d'après la Prop. XX, Liv. I, p. 99, $HT' : HK = HK : HG$, où T' représente l'autre foyer de la lentille CD et $HT' = KT - HK = 3 HK$; donc $HK : HG = 3 : 1$.

⁴⁾ À une autre occasion, vers 1661, à la p. 23 du Manuscrit B, Huygens a formulé la condition

[Fig. 7.]



linea XY occupare latitudinem omnem lentis AB: ideoque aucta apparebit secundum rationem ipsius AB ad XY; quia videlicet punctum Q in longinqua distantia est tam respectu lentis AB quam lineæ XY, ac proinde anguli AQB, XQY eandem inter se rationem servant quam latitudines AB, XY¹⁾. Ratio autem AB ad XY five ad ZΔ, componitur ex rationibus AB ad ΛΦ et ΛΦ ad ZΔ; quarum AB ad ΛΦ eadem quæ LG ad GK et ΛΦ ad ZΔ eadem quæ KH ad HS. Itaque apparet, posito oculo in Q, visibili vero in M, rationem incrementi esse eam quæ ex rationibus LG ad GK et KH ad HS componitur. Quamobrem et oculo ad M collocato visibili vero ad Q, uti est PR, eadem quoque erit incrementi ratio *. Quod erat ostendendum.

* [Prop. VI, Lib. II.]²⁾

Quod si ponatur foci distantia KT exactè quadrupla foci distantiae SH, et intervallum KS duplum SH; erit ratio incrementi simpliciter ea quæ LG ad GK, ac debet intervallum HG esse pars tertia HS vel HK³⁾. Distantia autem inter oculum ac lentem EF pendet aliquatenus ab amplitudine foci distantiae lentis exterioris, LG. Sed minor semper erit quam SH, quoniam proportionales sunt VH, VS, VM ut antea diximus. Atque ex hac oculi propinquitate fit primum ut nævi, seu bullulæ minutissimæ, quibus vitri materia nunquam caret, in lente EF percipi non possint. Sed neque in lente CD; quoniam oculus confuse cernit quæ hic obijciuntur, distincte vero quæ ad H⁴⁾.

Cæterum expressimus in schemate hoc, quo penitus perspiciqueat telescopij hujus natura atque effectus, etiam radios illos qui ab alijs punctis rei visæ, præter id quod in axe lentium positum est, procedunt: uti à P et R. Nam sicut qui a puncto Q exeunt, penetratis lentibus AB et CD, conveniunt ad punctum H; ita, qui à P, colliguntur ad O, et, qui ab R, ad N. Deinde vero ad lentem EF delati omnes paralleli ad oculum M pergunt; non quidem paralleli inter se omnes, sed qui ab O, paralleli rectæ FM; qui ab N, rectæ EM, quemadmodum qui ab H lentium axi paralleli efficiuntur. Atque ita singula puncta P, Q, R distincta

de l'invisibilité des défauts des lentilles comme il suit: „efficiendum ne ullius coni radiorum vertex in vitrum aliquod incedat ut hic,” (il s'agit du dessein d'un système de lentilles où l'un des sommets des cônes, formés par les rayons qui entrent dans l'objectif parallèles à l'axe, tombe dans l'intérieur d'une lentille) „quia omnes nævi ejus vitri apparebunt”.

[Fig. 9.]

approchons de la lentille EF le miroir dont nous parlerons plus loin ¹⁾, de telle manière que ce miroir touche à-peu-près la lentille EF, l'oeil verra les objets debout. Ce redressement est indispensable dans l'emploi pendant le jour; mais lorsqu'on veut contempler les étoiles pendant la nuit il vaut mieux omettre le miroir.

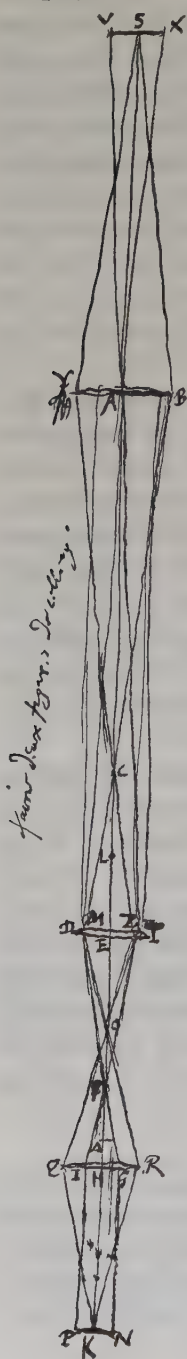
PROPOSITION IV ²⁾.

Voir distinctement et debout les objets lointains à l'aide de trois lentilles convexes, le grossissement étant donné.

Prenons une grande lentille AB, dont AC est la distance focale; et ensuite deux plus petites DT et QR, dont les distances focales EL et HF sont égales entre elles et telles que AC est à l'une d'elles dans un rapport égal à celui qui exprime l'agrandissement. Plaçons ces deux lentilles de telle manière que la distance CE qui sépare l'une d'elles du foyer de la lentille A, soit égale à 2 EL, et l'intervalle EH qui les sépare l'une de l'autre à 3 EL. Ensuite plaçons l'oeil au point K, la distance HK étant prise égale au double ³⁾ de la longueur nommée, EL ou FH. Je dis que cet arrangement satisfait au problème.

En effet, supposons l'objet situé à grande distance et soit S le point où l'axe commun des lentilles passe par cet objet. Les rayons, tels que SB et SY, qui viennent du point S à la lentille AB, doivent donc être estimés parallèles et se réuniront donc au foyer C où ils se croiseront. Or, L est le foyer de la lentille DE, CL est égale à la moitié de CE et EF à CE elle-même, attendu que EH est égale à trois fois FH ou LC. Les longueurs CL, CE et CF formeront donc une proportion continue. Il en résulte que les dits rayons réfractés par la lentille DT aux points M et Z se réuniront de nouveau au point F* et qu'ensuite, rencontrant la lentille QR en I et en G, ils deviendront parallèles par la réfraction due à cette lentille, vu que F est le foyer de la lentille HG. Ils arrivent donc à la pupille de l'oeil, placée en K, selon les droites parallèles IP et GN, et de cette façon une vision distincte sera obtenue. Et nous avons placé l'oeil en ce point pour qu'il puisse embrasser d'un seul regard un plus grand nombre d'objets: il en fera ainsi parce que, si nous considérons des rayons tels que AT et AD allant du centre de la lentille AB aux bords de la lentille E, ces rayons se réuniront au-

* Prop. XX.
Liv. I. ⁴⁾



visione oculus percipit. ac admoto quidem speculo de quo inferius dicitur ¹⁾ sed ita ut pene lentem EF contingat, erecta cernet visibilia. Quod interdum plane necesse est; noctu vero ad sidera fatius est omitti.

[PROPOSITIO IV.] ²⁾

Tribus convexis lentibus distincta et erecta spectare visibilia longinqua et majora secundum datam rationem.

Accipiat lens major AB [Fig. 9], cujus foci distantia sit AC. Deinde vero alia duæ minores DT et QR, quarum foci distantia EL, HF sint inter se æquales et ad quarum utramvis habeat AC rationem eam secundum quam facienda est multiplicatio. Collocentur autem hoc pacto ut distantia CE, qua altera earum abest à foco lentis A, sit dupla EL: Et EH intervallum inter utramque ejusdem EL triplum. Denique ad K punctum constituatur oculus, sumtâ HK distantia dictæ EL vel FH dupla ³⁾. Quibus sic comparatis propositum dico absolvi.

Sit enim visibile longinquum cui axis lentium communis occurrat in puncto S. Radij itaque ex puncto S ad lentem AB delati ut SB, SY habendi sunt pro parallelis, ideoque convenient in foco C, ibique erit eorum intersectio. Est autem L focus lentis DE, et CL subdupla CE, et EF æqualis EC, quoniam EH est tripla FH seu LC; ergo erunt in continuâ proportionem CL, CE, CF. Quare radij ejusdem refracti in lente DT ad M et Z denuo convenient in puncto F *, atque inde occurrentes lenti QR in I et G, refractione ejus efficientur paralleli, quia F est focus lentis HG. Paralleli itaque secundum rectas IP, GN perveniunt ad pupillam oculi *quæ est in K* ⁵⁾, eoque visio fiet distincta. Posuimus autem oculum hoc loco ut unico intuitu plura simul conspiceret: cujus ratio est, quod si à centro lentis AB intelligantur radij pervenire ad extremas margines lentis E, veluti AT, AD, hi cum axe convenient post lentem in puncto O, quod *erit in foco lentis E*,

* [Prop. XX, Lib. I.] ⁴⁾

¹⁾ Voir la Prop. V, p. 265 du Tome présent.

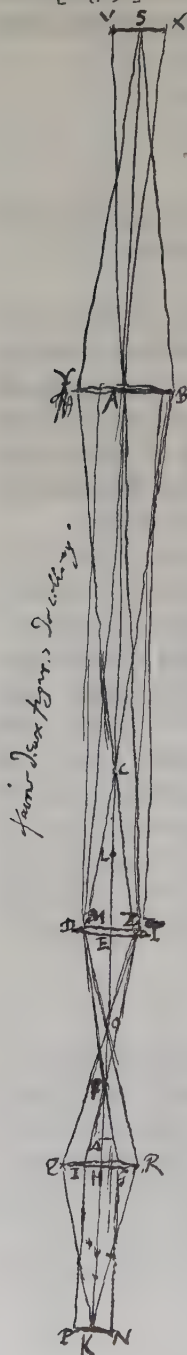
²⁾ Beaucoup plus tard Huygens ajouta en marge: „Sufficiet dicere hoc fieri posse” [Comparez le dernier alinéa de la Prop. III de la troisième Partie de cette „Dioptrique”] „sed melius adhibitis 4 lentibus” [Voir la Prop. V de cette troisième Partie] „quia majorem campum aperiunt. Varias conjugationes lentium quæsitae fuisse ante has. deinde invento diaphragmate nostro quaternas optimè junctas fuisse nescio à quo. an Campano?”

³⁾ La copie de Niquet et la leçon primitive ajoutaient: „vel paulo amplius”. Comparez les notes 1 et 2 des p. 260 et 261.

⁴⁾ Voir la p. 99 du Tome présent.

⁵⁾ „in K constituti” (l. c.).

[Fig. 9.]



-delà de la lentille au point O, foyer de la lentille E, vu qu'ils sont parallèles à l'axe ¹⁾. Par conséquent OF sera égale à FH et HK au double de FH ²⁾, comme nous avons dit qu'il faut la prendre, et le point K sera celui où se réuniront les rayons DO et TO après avoir traversé la lentille QR et la lentille H dont la largeur est égale au double de celle de la lentille E paraîtra toute entière illuminée d'images: elle nous fera voir tout ce qui est compris dans l'angle DAT ou VAX.

Ensuite on voit aisément, en considérant les changements de direction éprouvés par les rayons, que l'objet placé en S donne une image droite. En effet, si nous considérons l'oeil, placé en K, comme un seul point, les droites brisées qui représentent les rayons sont KQTAV et KRDX. Il apparaît par là que le point V de l'objet est aperçu en Q, et le point X en R: chaque point est donc vu du côté de l'axe où il se trouve réellement.

Nous démontrerons enfin de la manière suivante que le grossissement doit être égal à $AC : CL$, ou LE , ou FH . Supposons ³⁾ l'objet placé en K sur lequel nous notons les points N et P; et que l'oeil se trouve au point S. Comme le rayon issu du point N parviendra ainsi à l'oeil S suivant la droite BS et celui qui vient de P suivant la droite YS et que l'oeil est placé à grande distance, il s'ensuit que l'oeil apercevra l'objet PN grossi dans le rapport $YB : PN$, attendu que l'angle YSB fera à l'angle formé par les droites SP et SN comme YB est à PN. Or, on a $YB : MZ = AC : CE$ et $MZ : IG$ (ou PN) $= EF$ (ou EC) : FH. On aura donc, en combinant ces deux proportions, $YB : PN = AC : FH$, ou EL . Il en résulte que, l'oeil étant placé en S, l'objet PN paraîtra grossi dans le rapport $AC : EL$; c'est pourquoi aussi le grossissement de l'objet, lorsqu'il est placé à grande distance au point S, et que l'oeil est transféré en PN ou au point K, fera le même ⁷⁾. Il est évident aussi que le grossissement ne change pas lorsque la distance de l'oeil à la lentille QR est augmentée ou diminuée, attendu que YB et PN conservent leurs valeurs. C'est ce qu'il fallait démontrer.

Ceci ⁸⁾ peut être démontré autrement, sans qu'il soit nécessaire de se servir du théorème sur la transposition de l'oeil et de

¹⁾ Au lieu des mots en italiques on lit aux lieux cités: „tantillo plus abest a lente E quam sit ejus foci distantia; quia videlicet in continua erunt proportionem AL, AE, AO.” Remarquons, que la

quia axi parallelæ sunt ¹⁾). Itaque OF æqualis erit FH, et HK dupla ad FH²⁾, sicut sumendam diximus, punctumque K erit illud quo convenient radij DO, TO, postquam transferint lentem QR. ac ³⁾ lens tota H duplam habens latitudinem lentis E, imaginibus lucida apparebit, omniaque spectanda præbebit ⁴⁾ quæ angulo DAT sive VAX comprehenduntur.

Porro erectum spectari visibile ad S positum facile apparet ex ipsis radiorum flexionibus; si enim oculus ad K puncti instar consideretur, flexiones istæ sunt KQTAV, KRDX, ex quibus manifestum fit punctum visibile V spectari in Q, et X in R, singula nimirum ad eandem quam obtinent axis partem.

Denique quod ratio incrementi continget ea quæ est AC ad CL, vel LE vel FH⁵⁾, ostendetur hoc modo. Putemus ⁶⁾ visibile collocari in K, inque eo notari puncta N et P: oculus autem intelligatur in puncto S. Quia itaque radius ab N puncto fluens perveniet ad oculum S per rectam BS, et qui à puncto P, per rectam YS; oculus autem in longinqua positus est distantia; sequitur ipsi visibile PN auctum videri secundum rationem YB ad PN, quia angulus YSB ad angulum quem facerent SP, SN, eandem rationem habebit quam YB ad PN. Quia autem YB ad MZ ut AC ad CE; MZ vero ad IG sive PN sicut EF, sive ipsa EC, ad FH. Erit igitur ex æquo YB ad PN ut AC ad FH sive EL. Itaque patet oculo in S constituto visibile PN auctum videri secundum rationem AC ad EL. ac proinde et visibile longinquum in S positum, oculo in PN sive ad K translato secundum eandem rationem auctum spectabitur ⁷⁾. Quam etiam nihil mutari liquet etsi oculus a lente QR plus minusve removeatur, quod eadem maneat YB et PN. Atque hæc quidem erant demonstranda.

Hoc ⁸⁾ aliter demonstrari potest, ut non opus sit theoremate de transpositione

leçon du texte est embrouillée. En effet, si l'adjectif „parallelæ” se rapporte aux lignes AT et AD, il est évident que les lignes indiquées ne sont parallèles que par approximation. Ainsi, ici et dans le passage qui suit, l'ancienne leçon est préférable à la nouvelle, qui doit provenir de quelque inadvertance.

²⁾ „paulo tantum minor erit quam FH; ideoque si fiat ut OF ad OH ita hæc ad OK, fiet HK paulo major quam dupla FH” (l. c.).

³⁾ „Unde etiamsi exiguo tantum foramine pateret lens AB, nihilo minus” (l. c.)

⁴⁾ „præberet” (l. c.).

⁵⁾ „sive ad HF” (l. c.).

⁶⁾ Huygens ajouta en marge: „hoc aliter demonstrari potest, ut non opus sit theoremate de transpositione oculi et objecti.” Comparez l'alinéa en italique qui va suivre.

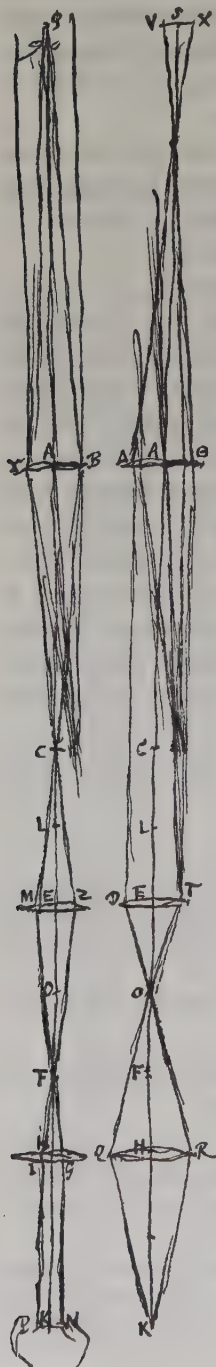
⁷⁾ Voir la Prop. VI du Liv. II, p. 199 du Tome présent.

⁸⁾ L'alinéa qui suit manque dans la copie de Niquet et nous ne l'avons trouvé nulle part dans les manuscrits de Huygens. Il ne nous semble pas improbable qu'il ait été intercalé par de Volder et Fullenius lors de la préparation de l'édition de la „Dioptrique” de 1703, d'où nous l'avons emprunté.

[Fig. 10.] [Fig. 11.] l'objet. En effet, le rapport HKR [Fig. 11]¹⁾ : SAX²⁾, ou $\Lambda\Lambda\Delta$, est composé des rapports HKR : HOR, ou HO : HK, et HOR (ou EOD) : $\Lambda\Lambda\Delta$, c'est-à-dire, $\Lambda\Lambda$ (ou AC) : EO (ou EL). Mais comme $HO = HK$, on aura $HKR : SAX = AC : EL$; ce qu'il fallait démontrer.

Il n'est d'ailleurs nullement nécessaire de choisir les lentilles DT et QR également convexes. En effet, si au lieu d'une des petites lentilles convexes on en prend une autre, par exemple au lieu de la lentille QR une dont la distance focale est $F\Delta$ [Fig. 9], il suffira de placer cette dernière en Δ , tandis que les autres restent aux endroits qu'ils occupaient; le grossissement fera alors plus considérable que dans le premier cas; en effet il sera exprimé par le rapport $AC : \Delta F$ ³⁾. Mais si au lieu de la lentille DT nous en prenons une autre de convexité quelconque et que nous la plaçons de telle manière que les cônes de rayons MCZ et MFZ sont égaux, c'est-à-dire que $CE = 2EL$, EL étant la distance focale de la lentille DT, le grossissement ne fera pas changé du tout⁴⁾. Quant à la lentille QR, elle doit toujours être placée de telle manière que son foyer tombe au point F⁵⁾.

Il⁶⁾ faut savoir toutefois que les télescopes de ce genre sont composés de plus de deux lentilles dans le seul but d'agrandir le champ qu'on embrasse d'un seul regard; mais qu'il est certain d'autre part que les lunettes composées d'une lentille convexe et d'une lentille concave grossissent davantage les objets (eu égard à leur longueur) et donnent des images plus nettes et dépourvues des bandes colorées qu'on ne peut guère éviter lorsqu'on se sert de la combinaison décrite de trois lentilles. Cependant ces couleurs étrangères disparaissent plus ou moins si du côté de l'oeil on ajoute encore une ou deux lentilles, et les images des objets apparaissent alors moins défor-



¹⁾ On remarquera auprès de la figure 9 l'annotation de Huygens: „Faire deux figures de celle-cy.” Or, deux pages du manuscrit plus loin ce dédoublement a été accompli et les deux fig. 10 et 11 en sont le résultat. Seulement il y a un petit changement, en comparaison avec la fig. 9, dans le placement des points O et K. En effet, le point O n'est pas seulement comme dans la figure 9 (d'après la leçon primitive de la note 1, p. 260) très-près du foyer de la lentille E, mais il se confond avec ce foyer de manière que les points O et F divisent la distance des lentilles E et H en trois parties égales. Ensuite K est le

oculi et objecti. Scilicet HKR [Fig. 11] ¹⁾ ad SΛX ²⁾ sive AΛΔ rationem habet compositam ex HKR ad HOR, id est, ex HO ad HK, et ex HOR sive EOD ad AΛΔ, id est, ex AΛ sive AC ad EO sive EL; quia vero HO æqualis HK, erit HKR ad SΛX ita AC ad EL. q. e. d.

Cæterum haudquaquam necesse est æqualiter convexas sumi lentes DT, QR. Etenim si e minori convexo adhibeatur alia pro lente QR, puta quæ foci distantiam habeat æqualem FΔ [Fig. 9], ea tantum in Δ collocanda erit, manentibus reliquis ut prius, eritque ratio incrementi major priori, videlicet ea quæ AC ad ΔF ³⁾. Quod si vero pro lente DT aliam quamvis convexam accipiamus, eamque sic collocemus, ut coni radiorum MCZ, MFZ æquales sint; hoc est, ut CE sit dupla intervalli EL, quo distat à lente DT focus suus; nihil prorsus ratio incrementi inde immutabitur ⁴⁾. Debet autem ita semper disponi lens QR ut focus ejus incidat in punctum F ⁵⁾.

Sciendum ⁶⁾ vero ea tantum gratia ex pluribus quam duabus lentibus telescopia hujusmodi componi, ut latior fiat uno intuitu prospectus, cum alioqui certum sit ea quæ ex convexa et cava lente componuntur magis augere, pro sua longitudine, res visas, atque etiam distinctiores efficere, nullisque colorum pigmentis infectas quod in hac lentium trium compositione ægre vitari potest. Veruntamen si a parte oculi alia adhuc lens vel duæ insuper addantur evanescent aliquatenus adventitij colores isti, minusculeque distortæ apparent rerum imagines, ac plures etiam uno obtutu

point correspondant de O par rapport à la lentille H, d'où il suit $HK = OH$, puisqu' alors $OF : OH = OH : OK$ (voir la Prop. XX, Liv. I, p. 99). L'oeil K n'est donc pas, comme dans la fig. 9 (d'après la leçon primitive), placé là où se trouve l'anneau oculaire, mais un peu plus près de la lentille (comparez la note 2, p. 261), ce qui ne change pas le grossissement, suivant la Prop. XIII du Liv. II, p. 233.

²⁾ Le point A, qui manque dans la figure, est le foyer de la lentille A, par lequel passent les lignes Vθ et XΔ.

³⁾ À propos de cette remarque Huygens ajouta en marge: „hoc ostende, ut est in lib. G pag. 129.” Voir l'Appendice au Livre présent, p. 271.

⁴⁾ C'est-à-dire le grossissement sera toujours mesuré par le rapport AC : FH.

⁵⁾ Dans la copie de Niquet et dans la leçon primitive, où elles furent biffées depuis, on trouve encore les phrases suivantes: „Sed et retenta lente utraque DT, QR [Fig. 9], ac tantum situ earum mutato, amplius augere licebit visibilia. Si enim DT propior fiat foco C, erit quidem CE quam fuerat minor, at EF, distantia puncti correspondentis, major, et FH eadem quæ prius. unde major quam antea erit ratio AC ad CE, itemque ratio EF ad FH, ex quibus componitur ratio YB ad PN, secundum quam res visas augeri diximus.” Plus tard Huygens annota en marge: „omittatur”.

⁶⁾ A côté de l'alinéa qui va suivre on trouve en marge les annotations suivantes: 1 „Hæc mutanda dicendumque de telescopia ex 4 lentibus cum diaphragmate” [Comparez la note 2, p. 264 qui suit] „quod est optimum ad usus diurnos diaphragma a nobis

mées et le champ visuel s'agrandit. Or, la longueur du télescope n'augmente pas par l'addition de ces lentilles, attendu qu'elles sont placées de telle manière que les rayons ne se croisent que deux fois, comme dans le cas de trois lentilles. Cependant les différentes personnes combinent différemment entre elles les lentilles oculaires de ces télescopes, cherchant le meilleur système par la seule expérience. Et certes, il serait malaisé de donner à ce sujet des préceptes théoriques, parce que la considération des couleurs ne peut être réduite à des lois géométriques, et qu'il est fort difficile de calculer d'une manière satisfaisante cette courbure des lignes droites qu'on voit souvent près des bords des lentilles. Je pourrais en vérité, en reproduisant les résultats des investigations laborieuses d'autres auteurs, faire connaître quelques constructions de télescopes de ce genre; mais comme je pense que celle que je décrirai dans ce qui suit ¹⁾, dans laquelle les images ne sont pas redressées par la multiplication des lentilles mais par la réflexion d'un miroir, est beaucoup meilleure, il me semble que je ne dois pas m'attarder plus longtemps sur ce sujet.

PROPOSITION V ²⁾.

Construire à l'aide de deux lentilles convexes un télescope donnant des images droites et qui nous permette d'embrasser d'un seul regard un champ étendu ³⁾.

Nous avons indiqué à la Prop. V, Liv. II ⁴⁾ comment on peut construire avec deux lentilles convexes convenablement placées, l'une par rapport à l'autre et par rapport à l'oeil, un télescope permettant d'embrasser d'un seul regard un champ étendu. Ce télescope est le plus utile de tous pour contempler les étoiles; en effet, quoiqu'il donne des images renversées, il n'en résulte qu'un inconvénient faible ou nul. Mais lorsqu'on veut observer du jour des hommes, des tours ou des navires se trouvant à grande distance, l'inversion des images ne permet

inventum"; 2. „An non de telescopijs singulis parvulis ex convexa et cava" [Voir les Prop. I et II de la troisième Partie], „nocturnis ex 2 convexis" [Prop. III de la Troisième Partie], „diurnis ex 4 convexis de aperturis"; 3. „de inventore" [telescopij]. „de nostra mechanica" [probablement les machines à fabriquer les lentilles]. Toutes ces annotations sont de dates probablement différentes et de beaucoup postérieures à celle du texte.

¹⁾ Voir la Prop. V qui suit.

²⁾ Plus tard, après 1666, Huygens ajouta en marge: „Omittenda ac potius telescopium 4 lentium convexarum explicandum," [voir la Prop. V de la troisième Partie de cette „Dioptrique"], „cui diaphragma ex nostro invento additum perfectionem attulit." Le diaphragme en question est, en effet, mentionné dans la proposition citée.

³⁾ Huygens a longtemps attaché beaucoup d'importance aux lunettes à miroir, dont il s'agit

comprehenduntur; nec longitudo telescopij propterea augetur, quoniam ita lentes collocantur, ut non plures quam duæ fiant radiorum interfectiones, sicuti in compositione trium. Alij vero aliter lentes oculares in his inter se confociant, sola experientia duce quid optimum sit quærentes. nec sane facile foret certa ratione aliquid circa hæc præcipere, quum colorum consideratio ad geometriæ leges revocari nequeat, nec nisi difficile admodum illa quæ circa latera lentium sæpe cernitur rectarum linearum incurvatio. Possem equidem, quæ ab alijs magno labore hic investigata sunt, proponendo, aliquot ejusmodi perspicillorum constructiones docere, sed cum longè potiora existimem quæ in sequentibus proferam ¹⁾, ubi non multiplicatione lentium sed speculi reflexione visibilia eriguntur, non videtur diutius in his immorandum.

[PROPOSITIO V.] ²⁾

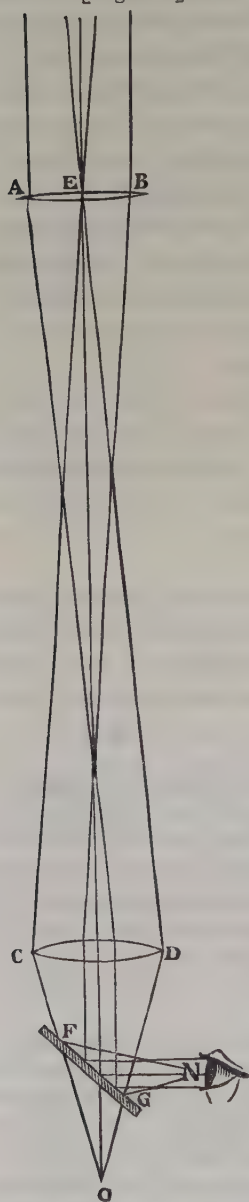
E duabus convexis lentibus telescopium construere quo visibilia erecta spectentur ac magna copia simul uno intuitu comprehendatur ³⁾.

Convexis duobus recte inter se atque ad oculum comparatis telescopium componi quo insignis visibilium amplitudo uno intuitu apparet propos. [V, Libr. II] ⁴⁾ indicavimus quod ad sidera contemplanda omnium est utilissimum, quia licet inversas rerum imagines referat, exiguum inde aut nullum incommodum nascitur. Sed interdum ad conspiciendos homines turrese aut naves procul distitas, situs

ici. On les trouve mentionnées pour la première fois dans sa lettre à van Schooten du 20 sept. 1653 (p. 242 du T. I), dans laquelle il invite celui-ci à venir voir sa nouvelle forme de lunette. Ensuite le 24 août 1654 (p. 295 du T. I) le frère Constantyn avertit Christiaan qu'il a parlé à un visiteur, qui s'intéressait aux lunettes, „de vostre invention des petits miroirs d'acier sans la luy enseigner pourtant quoy qu'il l'eust voulu scavoir de tout son coeur.” Et plus tard il est encore souvent question de ces sortes de lunettes; à propos de quoi on peut consulter les pp. 277 (22 nov. 1658) du T. II; 14 (25 janv. 1662), 100, 112, 118, 133, 136, 210, 215, 236, 241, 250, 303 (1 févr. 1663) du T. IV; 145 (nov. 1664) du T. V et 87 (5 nov. 1666) du T. VI.

⁴⁾ Voir l'alinéa qui commence au pied de la p. 195. Toutefois cette citation et la suivante de la même portée ne se rapportent pas précisément à la Prop. V, Liv. II dans la rédaction de 1653 que nous avons donnée p. 187—197 du Tome présent, mais à une nouvelle rédaction projetée, esquissée par Huygens dans l'annotation reproduite dans la note 3 de la p. 186, où on lit „casus telescopij et microscopij rursus hic annotentur”; ce qui veut dire que Huygens se proposa de faire débiter la partie de la „Dioptrique” qui traite les télescopes et les microscopes par une discussion du télescope et du microscope à deux lentilles. En effet, cette intention a été réalisée, quant au télescope, dans les Prop. I, II et III de la troisième Partie de la „Dioptrique”, lesquelles on trouvera plus loin; mais ces propositions ne furent rédigées que bien plus tard, au moins après 1665, puisqu'on ne les trouve pas dans la copie de Niquet. Toutefois il sera utile de prendre connaissance à l'occasion présente de la troisième de ces propositions qui traite le cas de deux lentilles convexes.

[Fig. 12.]



pas de reconnaître les objets; c'est pourquoi on a coutume de se servir alors de plusieurs lentilles convexes, dont quelques-unes doivent redresser l'image renversée produite par deux d'entre elles. Nous avons parlé de ces choses dans la proposition précédente. Mais comme ce résultat ne peut être atteint sans qu'on augmente beaucoup la longueur du tube et que le champ visuel se rétrécisse considérablement, nous avons inventé la méthode suivante d'après laquelle les images renversées produites par un télescope de deux lentilles convexes sont renversées en plaçant près de l'oeil un petit miroir, dont nous expliquons la position dans la figure suivante.

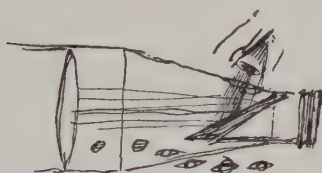
Soit AB [Fig. 12] ¹⁾ la lentille extérieure; CD la lentille oculaire, lesquelles composent le télescope tel que nous l'avons décrit plus haut à la Prop. V, Liv. II ²⁾, où nous avons dit que le point O où il faut mettre l'oeil doit être choisi de telle manière que sa distance à la lentille CD soit à peu près égale à la distance focale ³⁾. Nous plaçons donc un miroir plan FG entre cette lentille et le point O où l'oeil devrait se trouver si le miroir était absent. Ce miroir est de forme elliptique et a la longueur d'un pouce; il a été fondu en métal et soigneusement poli (les miroirs de verre ne peuvent servir en aucune façon à cause de leur surface double). Nous l'inclinons sous un angle de 45° ou un peu moins sur l'axe de la lentille et nous l'enfermons dans le tube de telle manière que l'oeil N puisse en être approché jusqu'à une fort petite distance. On regarde vers le miroir d'en haut à travers une ouverture pratiquée dans la paroi du tube, en inclinant la tête vers la terre; l'oeil voit ainsi debout les objets vers lesquels le télescope est dirigé et le champ visuel est aussi étendu que si l'oeil se trouvait en O et que le miroir était absent. La raison en est évidente pour celui qui fait que les rayons incidents et les rayons réfléchis forment avec un miroir plan des angles égaux. On peut voir la marche de ces rayons dans la figure ci-jointe où nous avons tracé tant ceux qui, issus du centre de l'objet, tombent parallèlement

¹⁾ La copie de Niquet et la leçon primitive donnent „explicabimus”.

everfio res agnofci non patitur, atque ideo plures convexæ lentes adhiberi folent, ut imaginem quam duæ invertunt aliæ denuo erigant, de quibus propof. præcedenti egimus. Quia vero hoc fieri nequit quin fimul infigniter augeatur tubi longitudo atque amittatur multum de picturæ amplitudine; excogitavimus rationem hanc qua everfæ species in telescopio duorum convexorum erigantur adjecto ad oculum speculo exiguo, cujus pofitum locumque fequenti fchemate explicamus ¹⁾).

Elto lens AB [Fig. 12] ²⁾ exterior, CD vero quæ oculo propinquior eft, è quibus compositum fit telescopium quale fupra exhibitum fuit prop. [V, Libr. II] ³⁾ ubi diximus recte fic collocari oculum in O, ut a lente CD diftet circiter quantum focus ejus ⁴⁾. Itaque inter lentem hanc punctumque O, ubi alioqui oculus ftatuentus foret, fpeculum planum FG interponimus, elliptica forma, longitudine pollicari, e metallo fufum atque accurate expolitum, (nam vitrea ob duplicem fuperficiem omnino ad hunc ufum inepta funt) anguloque inclinamus femirecto ad axem lentium, aut paulo etiam minore, atque ita tubo includimus, ut quam proxime illi admoveri poffit oculus N; qui defuper per foramen, in tubi lamina excavatum, in fpeculum aciem dirigit, inclinato capite terram verfus, atque ita vifibilia ad quæ tubus dirigitur et erecta confpicit et eadem copia, ac fi, nullo interposito fpeculo, in O conftitutus effet. Neque caufa ignota effe poteft ei qui in fpeculo plano radios incidendo ac refliendo æquales angulos facere noverit, quos radios uti hic feruntur in fchemate delineatos cernere licet; tum hos qui a medio rei vifæ puncto venientes, paralleli incidunt in lentem AB ac denique

²⁾ La figure du manuscrit étant endommagée nous empruntons la figure présente à l'édition de de Volder et Fullenius de 1703. De plus nous reproduisons ici deux petites figures se rapportant à la partie oculaire d'une lunette à miroir. La première, qu'on trouve à la p. 62 du Manuscrit A, doit dater de 1659; l'autre, empruntée à la p. 75 du Manuscrit B, de 1662.



³⁾ Voir la note 4 de la p. 265.



⁴⁾ Plus précisément au lieu où se trouve l'image de l'objectif, formée par l'oculaire, comme, d'ailleurs, le cours des rayons ECFN et EDGN l'indique; mais ce lieu se trouve à peu de distance du foyer en question puisque, si H représente le foyer de l'oculaire, lequel est situé du côté de l'objectif, et K le point milieu de l'oculaire, on doit avoir (d'après la Prop. XX, Liv. I, p. 99) $EH:EK=EK:EO$, ou bien, $EH:HK=EK:KO$. Or, le rapport $EH:EK$ ne diffère pas beaucoup de l'unité, il en est donc de même

pour le rapport $HK:KO$. Voir encore la „Prop. III” de la troisième Partie de cette „Dioptrique”.

sur la lentille AB et à la fin arrivent parallèlement à l'oeil N, que ceux qui partent des points extrêmes de l'objet et qui, après s'être croisés au centre de la lentille AB, atteignent l'oeil en se mouvant selon les lignes ECFN et EDGN.

Le télescope ainsi construit, et qui sous d'autres rapports est le mieux approprié à nous donner une image des objets qu'on voit sur la terre et sur la mer, a cependant un seul défaut, celui de nous faire voir à notre gauche ce qui se trouve à notre droite; mais c'est là un faible inconvénient, pourvu qu'on en soit averti.

FIN DU TROISIÈME ET DERNIER LIVRE.

etiam paralleli ad oculum N deferuntur; tum eos qui ab extremis punctis mittuntur, atque in media lente AB sese interfecantes, inde ad oculum pergunt secundum lineas ECFN, EDGN.

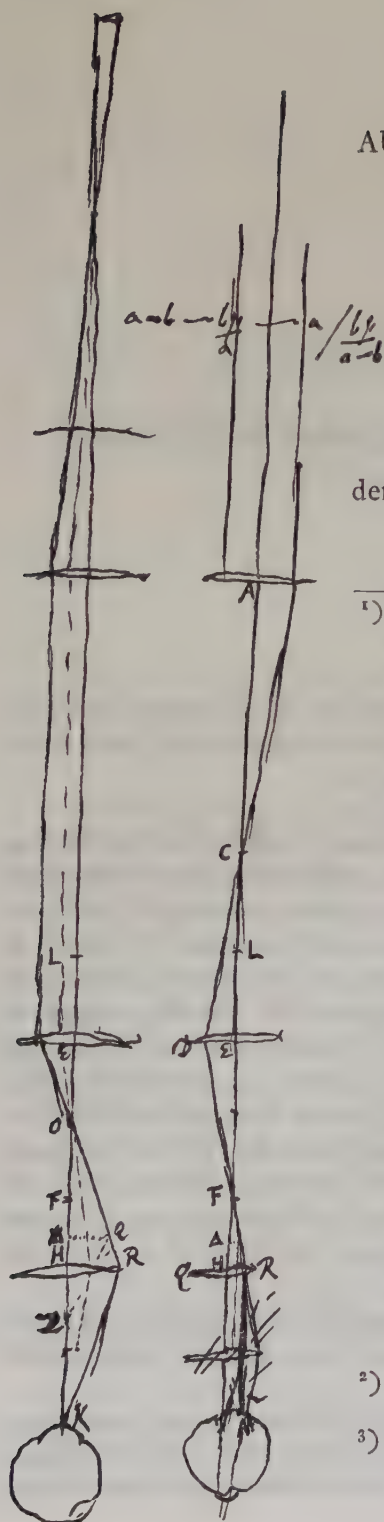
Hæc vero telescopij ratio alioqui præstantissima ad ea quæ terra marique spectanda occurrunt, hoc unum habet incommodum quod quæ dextra sunt sinistra videri faciat; sed hoc admonitis exiguum est.

[FINIS TERTII ET ULTIMI LIBRI.]

APPENDICE ¹⁾

AU TROISIÈME LIVRE DU „TRACTATUS DE REFRACTIONE ET TELESCOPIIS”.

[1691.]



OF ad OΔ ut OΔ ad OZ
ostendendum $\angle QZ\Delta$ ad $QO\Delta$ feu RKH ²⁾ ut OE
feu FH ad FΔ
hoc est OΔ ad ΔZ ut FH ad FΔ

demonstratio OF ad OΔ ut OΔ ad OZ
OF ad FΔ ut OΔ ad ΔZ
HF³⁾ ad FΔ ut OΔ ad ΔZ.

¹⁾ La pièce est empruntée à la p. 129 du „Manuscrit G”. Elle sert à démontrer l’assertion, faite à la p. 263 du Tome présent, que si dans la lunette représentée par les figures 10 et 11, p. 262 on remplace la lentille H, dont la distance focale FH est égale à celle de la lentille E (EL ou OE), par une autre, dont la distance focale FΔ soit plus petite, le grossissement sera mesuré par le rapport AC : FΔ, où AC égale la distance focale de l’objectif. À cet effet, après avoir supposé que la nouvelle lentille soit placée en Δ, Huygens commence par déterminer le point Z correspondant au point O, par rapport à la lentille en Δ, pour y placer l’œil.

Or, comme il a démontré dans la Prop. IV (voir la p. 261) que dans le cas où la lentille de distance focale HF fût placée en H le grossissement se mesure par le rapport AC : EL, où $EL = HF$, il suffira de prouver que l’ancien et le nouveau grossissement sont dans le rapport inverse des distances focales des lentilles employées, c’est-à-dire, que le nouveau grossissement se rapporte à l’ancien comme FH à FΔ. Or, il est clair que ces grossissements sont dans le rapport des angles QZΔ et RKH, puisque l’angle qui correspond à l’angle SAX de la figure 11 de la p. 262, (voir la note 2, p. 263) et qu’on retrouve ici (également sans lettre) dans la figure de gauche, est le même dans les deux cas. Il reste donc à démontrer qu’on a $\angle QZ\Delta : \angle RKH = FH : F\Delta$. C’est là la deuxième proportion du texte, où nous renvoyons pour le reste de la démonstration.

²⁾ L’égalité des angles QOΔ et RKH résulte de celle des segments HK et HO; laquelle est expliquée dans la note 1, p. 262.

³⁾ $OF = HF$ puisque les points O et F divisent la distance EH en trois parties égales. Comparez la note 1, p. 262, déjà citée.

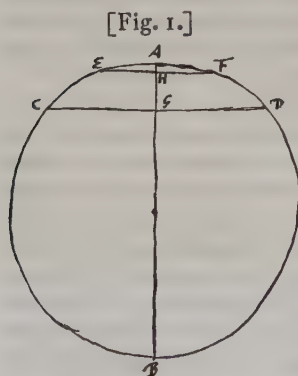
LA DIOPTRIQUE.

DEUXIÈME PARTIE ¹⁾. DE L'ABERRATION DES RAYONS HORS DU FOYER.

1666.

PROPOSITION I.

Dans des segments extrêmement petits d'un même cercle le rapport des hauteurs ou diamètres des segments peut être estimé égal à celui des carrés des bases.



Supposons que CAD et EAF soient deux petits segments d'un même cercle; puisse le diamètre AB du cercle les diviser l'un et l'autre en deux parties égales, et soient AG et AH les hauteurs de ces segments. Je dis que le rapport AG:AH est à peu près égal à celui du carré de la base CD au carré de la base EF. En effet, comme le rectangle BGA est égal au carré de GD et le rectangle BHA au carré de FH, il apparaît que le rectangle BGA est au rectangle BHA comme le carré de GD est au carré de HF, ou comme le carré de CD est à celui de EF. Mais AG est à AH comme le rectangle BGA est au rectangle BG, HA qui est tant soit peu plus petit que le rectangle BHA. Par conséquent le rapport AG:AH est un peu plus grand que celui du carré de CD au carré de EF.

Supposons que le diamètre AB ait une longueur de 20000000 parties et que l'arc CAD soit égal à $\frac{1}{36}$ de la circonférence ou à 10 degrés. La droite DG

¹⁾ Sur la marge de la première feuille de la partie du manuscrit à laquelle nous empruntons cette „Pars secunda” on lit de la main de Huygens les phrases suivantes écrites à une époque inconnue après 1672: „Hæc quæ paginis hisce 38 continentur non edenda sunt;

DIOPTRICA.

[PARS SECUNDA 2). DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO].

[1666.]

PROPOS[ITIO I].

In minimis circuli ejusdem segmentis, altitudines seu diametri segmentorum eandem inter se rationem habere censendæ quam quadrata basium.

Sint ejusdem circuli exigua segmenta CAD, EAF [Fig. 1], quæ utraque diameter circuli AB bifariam secet, sintque segmentorum altitudines AG, AH, dico rationem AG ad AH proxime eandem esse, quæ quadrati baseos CD ad quadr. baseos EF. Quia enim rectangulum BGA æquale quadrato GD: et rectangulum BHA æquale quadrato FH; apparet esse sicut quadratum GD ad qu. HF, sive ut qu. CD ad qu. EF ita rectangulum BGA ad rectangulum BHA; sicut autem rectangulum BGA ad rectangulum BG, HA, quod pauxillo minus est rectangulo BHA, ita est AG ad AH. Ergo et AG ad AH exiguo majorem rationem habet quam quadratum CD ad qu. EF.

Sit AB diameter partium 20000000; arcus CAD $\frac{1}{38}$ circumferentiæ sive 10 graduum. fit DG partium 871557, cujus si FH dimidia ponatur erit ea 435778.

quia aliunde quam a figura spherica imperfectus radiorum concursus oritur, nempe ex principio illo dispersionis a Newtono observato." Or, plus tard, Huygens, ayant reconnu sans doute l'exagération de ce jugement, a biffé ces phrases, et des 38 pages numérotées il a admis les 20 premières dans sa „Dioptrique” projetée. Il en a rejeté seulement les 18 dernières, qui se trouvent dans une couverture portant le titre: „Rejecta ex dioptricis nostris”. Ces dernières pages n'ont jamais été publiées; nous les avons reproduites aux p. 315—353 du Tome présent.

acquiert une longueur de 871557 parties, et si nous supposons que FH soit égale à la moitié de cette droite, FH aura 435778 parties. Mais AG a une longueur 38053, et le quart de ce nombre est 9513. Si AH avait la longueur exprimée par ce dernier nombre, le rapport AG : AH ferait égal à celui du carré de CD au carré de EF. On trouve cependant que AH a une longueur de 9500 parties, de sorte que la différence n'est que de $\frac{13}{9500}$ ou de $\frac{1}{731}$ AH et seulement de $\frac{1}{200000000}$ du diamètre AB.

Or, les surfaces convexes ou concaves des lentilles que nous considérerons dans ce qui suit n'embrassent en général que la centième ou la deux-centième partie d'une circonférence de cercle, comme nous le dirons plus loin ¹⁾. L'erreur qu'on commet en admettant la relation mentionnée plus haut entre le rapport des bases et celui des hauteurs est donc beaucoup moindre.

PROPOSITION II.

Dans des segments extrêmement petits appartenant à des cercles différents et qui possèdent la même base ou des bases égales, le rapport des hauteurs des segments peut être estimé égal à l'inverse de celui des diamètres ²⁾.

Considérons deux petits segments ABC et ADC [Fig. 2] appartenant à des cercles différents et possédant la même base AC; puissent-ils être divisés en deux parties égales par la droite DE sur laquelle coïncident des diamètres des deux cercles, savoir BF, diamètre du cercle auquel appartient le segment ABC, et DG, diamètre du cercle plus petit dont le segment ADC fait partie. Je dis que le rapport des hauteurs DE et BE est à peu près égal à celui de BF à DG. En effet, comme les rectangles FEB et GED sont égaux entre eux, vu qu'ils sont l'un et l'autre égal au carré de EC, on aura FE : GE = DE : EB. Mais le rapport des diamètres FB et GD est à peu près égal à celui de FE et de GE, attendu que les parties EB et ED sont supposées fort petites par rapport aux diamètres entiers. On en conclut que DE est à la hauteur BE à peu près comme le diamètre FB est au diamètre GD.

Supposons de nouveau que l'arc ADC soit égal à $\frac{1}{30}$ de la circonférence ou à 10 degrés et le diamètre DG à 20000000 parties. La droite ED comprendra donc 38053 parties. Et si nous admettons que le diamètre BF est égal au double du diamètre DG, donc à 40000000 parties, on trouvera que la droite EB com-

¹⁾ On peut consulter la Prop. XI des „Rejecta”, p. 339—353, quoiqu'en vérité Huygens ne soit pas revenu expressément sur la détermination de l'étendue relative de l'arc CAD, par rapport au cercle complet, admissible dans une lentille.

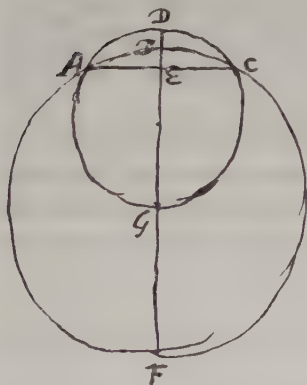
At AG est 38053; cujus quarta pars 9513, cui si æqualis esset AH, jam esset eadem ratio AG ad AH quæ quadrati CD ad qu. EF. Nunc autem invenitur AH partium 9500, adeo ut differentia tantum sit $\frac{13}{25000}$ sive $\frac{1}{7500}$ ipsius AH, ac tantum $\frac{13}{25000}$ diametri AB.

Superficies vero convexæ aut concavæ lentium quas in sequentibus considerabimus plerumque tantum $\frac{1}{100}$ vel $\frac{1}{200}$ partem circumferentiæ complectuntur ut postea dicetur¹⁾, in quibus proinde multo minus fallit dicta basium altitudinumque proportio.

PROPOS[ITIO II].

In minimis circulorum inæqualium segmentis, æquales vel eadē bases habentibus, altitudines segmentorum, diametris ipsorum circulorum, contraria ratione respondere censendæ sunt²⁾.

[Fig. 2.]



Sint segmenta exigua inæqualium circulorum, ABC, ADC, eandem basin AC habentia, ac bifariam divisa recta DE; in qua diametri circulorum, BF quidem ejus ex quo segmentum ABC, DG vero minoris ex quo segmentum ADC. Dico sicut BF ad DG ita proxime esse altitudinem DE ad BE. Cum enim rectangula FEB, GED inter se æqualia sint, quippe quæ singula æquantur quadrato EC, Erit proinde ut FE ad GE ita DE ad EB. Sed ut FE ad GE, ita est proximè diameter FB ad diametrum GD, cum partes EB, ED minimæ ponantur totarum diametrorum respectu. Ergo etiam ut diameter FB ad diam. GD ita est proximè DE ad altitudinem BE.

Sit arcus ADC rursus $\frac{1}{30}$ circumferentiæ sive 10 gr. et diameter DG partium 20000000; Erit ED partium 38053. Jam si diameter BF diametri DG dupla statuatur, hoc est, partium 40000000, invenietur EB

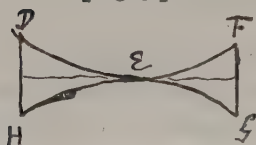
²⁾ Comme nous le montrerons plus loin (voir p.e. l'Appendice I, p. 355—375 du Tome présent), c'est par l'application continue de cette proposition et de la précédente que Huygens a pu réussir à déduire les formules approximatives qui donnent l'aberration sphérique des lentilles en fonction de leurs rayons de courbure et de leurs épaisseurs.

prend 19000 parties, tandis qu'elle devait être égale à la moitié de ED, c'est-à-dire à 19026 parties. Par conséquent, il n'y a qu'une différence de $\frac{26}{19000}$ ou $\frac{1}{731}$ EB ou de $\frac{26}{40000000}$ du diamètre BF. Et si nous prenons un arc ADC plus petit, le rapport des hauteurs et le rapport inverse des diamètres feront encore moins éloignés de l'égalité.

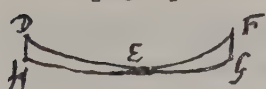
DÉFINITIONS.

Appelons „épaisseur d'une lentille convexe” la distance qui sépare les points milieux des deux surfaces lorsque les bords des deux surfaces coïncident. Ainsi l'épaisseur de la lentille ABCD [Fig. 3 et 4] dont les bords coïncident avec la même circonférence de cercle AC, est BD : en effet, c'est là la distance des points milieux des deux surfaces.

[Fig. 5.]



[Fig. 6.]



Par „épaisseur d'une lentille concave” nous entendons au contraire la distance [Fig. 5 et 6] entre les bords circulaires des deux surfaces lorsque leurs points milieux coïncident. Ainsi l'épaisseur de la lentille DEFGH, dont les points milieux coïncident en E, est DH ou FG : en effet, c'est là la génératrice d'un cylindre qui renferme les deux surfaces.

Dans la suite nous considérerons donc toujours les lentilles de cette façon : et quoique les lentilles convexes aient le plus souvent une certaine épaisseur près des bords et que les lentilles concaves en aient toujours une au milieu, nous ne tiendrons compte que de cette épaisseur-là seulement qui resterait si les deux surfaces coïncidaient aux bords ou se touchaient au milieu.

PROPOSITION III.

Les lentilles convexes possédant la même distance focale et les lentilles concaves ayant la même distance du point de dispersion, auront la même épaisseur si leurs largeurs sont égales¹⁾.

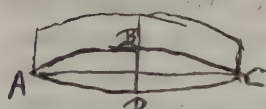
¹⁾ Lisez : „19000”. Il est évident, en effet, que 19074 ne peut pas être juste, puisque nécessairement $EB < \frac{1}{2} ED$.

partium 19074 ¹⁾, quæ debebat esse dimidia ED, hoc est partium 19026. Itaque differentia tantum est $\frac{48}{19074}$ sive $\frac{1}{307}$ ²⁾, ipsius EB, nec nisi $\frac{48}{4000000}$ ³⁾, diametri BF. Et sumto minore arcu ADC tanto exactius quadrabit dicta altitudinum ac diametrorum contraria proportio.

[DEFINITIONES.]

Craffitudo lentis convexæ dicatur intervallum quo inter se distant puncta media utriusque superficiei, lateribus coeuntibus.

[Fig. 3.]



Ita lentis ABCD [Fig. 3 et 4] cujus latera in unum circulum AC conveniunt, craffitudo est BD, distantia nempe punctorum mediorum utriusque superficiei.

[Fig. 4.]



Craffitudo autem lentis cavæ dicatur distantia [Fig. 5 et 6] circumferentiarum utriusque superficiei, coeuntibus earum punctis medijs. Ita lentis DEFGH, cujus puncta media in E sese contingunt, craffitudo est DH vel FG, latus nimirum cylindri utramque superficiem comprehendentis.

Hoc modo enim in sequentibus lentes considerabimus. Et quamvis convexæ lentes plerumque craffitudinem aliquam in ambitu habeant, cavæ vero aliquam semper in medio. Eam tamen censebimus tantum omnium esse craffitudinem, quæ superesset superficiebus se mutuo vel in ambitu vel in medio contingentibus.

PROPOS[ITIO III].

Lentes convexæ eandem foci distantiam habentes, cavæ vero eandem distantiam puncti dispersus si et latitudinem æqualem habuerint, etiam æquali erunt craffitudine ⁴⁾.

²⁾ Lisez: „ $\frac{26}{19000}$ sive $\frac{1}{731}$ ”.

³⁾ Lisez: „ $\frac{26}{4000000}$ ”.

⁴⁾ La proposition présente n'est démontrée dans ce qui suit que pour des lentilles en verre où l'indice de réfraction est supposé égal à $\frac{3}{2}$. Toutefois elle est vraie pour des lentilles d'une

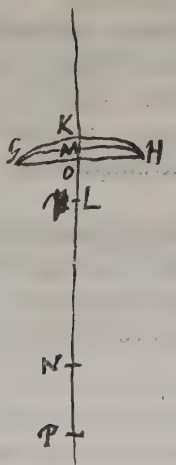
matière quelconque, puisqu'on a (p. 88, note 1) $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right)$ et en même

temps $e = \frac{1}{8} d^2 \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right)$ où e représente l'épaisseur de la lentille et d sa latitude ou son diamètre. On en déduit dans le cas général $d^2 = 8 (n-1) ef$ et pour le verre $d^2 = 4ef$.

Supposons en premier lieu que AB, l'une des deux lentilles, soit planconvexe; et soit DC le rayon de courbure de la surface ACB, CE l'épaisseur de la lentille, CF la distance focale qui fera le double de CD ¹⁾. Prenons pour l'autre lentille la lentille biconvexe GH [Fig. 8], dont la largeur est par hypothèse égale à celle de la lentille AB et dont la distance focale MP est égale à CF. Je dis donc que l'épaisseur KM de la lentille GH est égale à EC, l'épaisseur de la lentille AB.

En effet, soit LK le rayon de courbure de la surface GKH de la lentille GH, et MN celui de la surface GMH de la même lentille; et puisse la droite GH couper l'épaisseur KM de la lentille en O.

[Fig. 9.]



On a alors : $(LK + NM) : NM = 2 LK : MP^*$; MP étant la distance focale qui est supposée égale à CF. Par conséquent, $(LK + NM) : NM = 2 LK : CF = LK : \frac{1}{2} CF = LK : DC$. Mais comme on a $LK : NM = MO : OK^*$, on aura, par composition, $(LK + NM) : NM = MK : KO$. Donc aussi $MK : KO = LK : DC$. Mais $LK : DC = CE : KO^*$, parce que la corde GH est égale à la corde AB. Il s'ensuit que $MK : KO = CE : KO$. Par conséquent, $MK = CE$; ce qu'il fallait démontrer.

Remplaçons maintenant la lentille GH par une lentille concavo-convexe [Fig. 9], dont GMH soit la surface concave. La différence KM de KO et MO constituera son épaisseur. Faisons d'ailleurs les mêmes suppositions qu'auparavant. Comme $(NM - LK) : NM = 2 LK : MP^*$, distance focale qui est supposée égale à CF, on aura aussi $(NM - LK) : NM = 2 LK : CF = LK : \frac{1}{2} CF = LK : DC$. Mais comme $NM : LK = OK : OM$, il s'ensuit qu'on a également $(NM - LK) : NM = KM : KO$. Donc aussi $KM : KO = LK : DC$. En partant

de là on démontrera de la même manière que dans le cas de la lentille biconvexe que $MK = CE$.

Comme donc toute lentille biconvexe ou concavo-convexe qui possède la même distance focale et la même largeur que la lentille planconvexe AB a aussi la même épaisseur que cette dernière, il s'ensuit que toutes les lentilles biconvexes ainsi que toutes les lentilles concavo-convexes qui ont la même distance focale et la même largeur auront également la même épaisseur.

¹⁾ Voir le premier alinéa de la p. 83 du Tome présent, où il s'agit d'une lentille en verre.

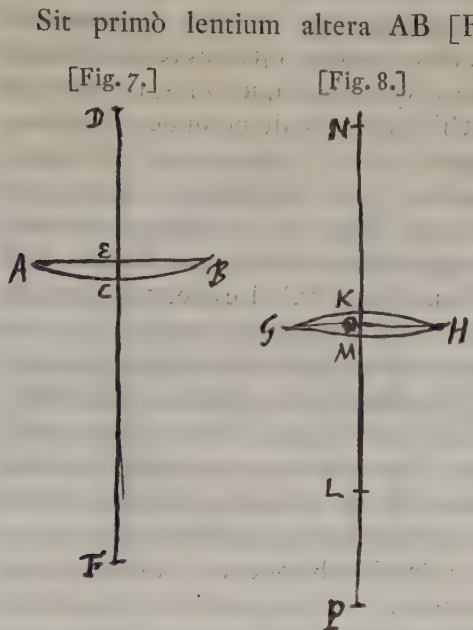
²⁾ Voir la règle exposée dans les six dernières lignes de la Proposition citée, p. 89 du Tome présent.

* Prop. XVI, Part. I, Liv. I ²⁾.

* Prop. II ³⁾.

* Par la même Prop. ²⁾.

* Prop. XVI, Part. I, Liv. I ²⁾.



Sit primò lentium altera AB [Fig. 7] planoconvexa, sitque superficiei ACB semidiam. convexitatis DC, crassitudo lentis CE, foci distantia CF, quæ erit dupla CD ¹⁾. Lens autem altera utrimque convexa sit GH [Fig. 8], cujus latitudo eadem quæ lentis AB, et foci distantia MP æqualis CF. Dico igitur et crassitudinem KM lentis GH æqualem esse EC crassitudini lentis AB.

Sit enim in lente GH superficiei GKH semidiameter convexitatis LK; superficiei vero GMH semidiam. convexitatis MN. rectaque GH secet crassitudinem lentis KM in O.

Quia igitur ut duæ simul LK, NM ad NM ita dupla LK ad foci distantiam MP *, quæ æqualis ponitur CF. Erit proinde ut duæ simul LK, NM ad NM ita dupla LK ad CF, five ita LK ad dimi-

* Propos. [XVI, Part. I, Lib. I.] ²⁾

diam CF hoc est ad DC. Quia autem ut LK ad NM ita MO ad OK *, erit et componendo ut duæ simul LK, NM ad NM ita MK ad KO. Itaque et MK ad KO ut LK ad DC. Sed ut LK ad DC ita quoque est CE ad KO *, quia scilicet subtenfa GH æqualis AB; Ergo MK ad KO ut CE ad KO; ac proinde MK æqualis CE: quod erat ostendendum.

* Propos. [II.] ³⁾

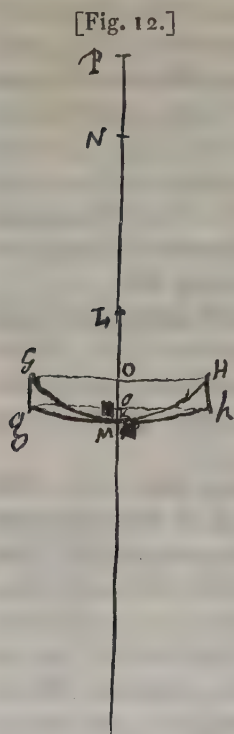
[*] per eadem *).

Sit jam pro lente GH meniscus [Fig. 9], cujus superficies cava GMH; crassitudo autem menisci KM erit id quo KO superat MO. Pofitis itaque cæteris ut prius; quia ut excessus NM supra LK ad NM ita dupla LK ad foci distantiam MP *, quæ æqualis ponitur CF, Erit proinde ut dictus excessus duarum NM, LK ad NM ita dupla LK ad CF, five ita LK ad dimidiam CF, hoc est, ad DC. Quia autem ut NM ad LK ita OK ad OM erit etiam ut excessus NM supra LK ad NM ita KM ad KO. Itaque et KM ad KO, ut LK ad DC. Unde porro sicut prius in lente utrimque convexa ostendetur quod MK æqualis CE.

* Propos. [XVI, Part. I, Lib. I.] ²⁾

Cum igitur quævis lens utrimque convexa vel meniscus, æqualem foci distantiam eandemque latitudinem habens atque lens planoconvexa AB, etiam crassitudinem ei æqualem habeat, sequitur et omnes utrimque convexas atque omnes meniscos qui foci distantiam latitudinemque inter se æqualem habuerint, etiam pari crassitudine futuros.

³⁾ Voir la proposition qui précède, p. 275.



Considérons maintenant une lentille planconcave ACBba [Fig. 10], dont les deux surfaces se touchent au point C; et supposons de nouveau que D soit le centre de la surface ACB et CF la distance du point de dispersion, distance qui est égale à 2 CD^1). Soit Aa ou CE l'épaisseur de cette lentille. Soit GKHHMg l'autre lentille; elle est biconcave [Fig. 11] ou convexo-concave [Fig. 12] et a une largeur égale à AB et une distance PM du point de dispersion égale à FC. Les deux surfaces de ces lentilles se touchent par hypothèse au milieu, de sorte que les points K et M coïncident et que l'épaisseur de la lentille est égale soit à la somme des longueurs KO et Mo qui représentent les hauteurs des deux surfaces sphériques, soit à leur différence. Pour démontrer que cette épaisseur est égale à l'épaisseur CE de la lentille ACBba, il suffit de répéter les deux démonstrations précédentes; la première s'applique à la lentille biconcave, la seconde à la lentille convexo-concave. Il faut observer cependant qu'au lieu de la distance focale on doit toujours lire la distance du point de dispersion et il faut avoir égard à ce que la somme ou la différence des deux grandeurs KO et Mo est maintenant Oo, tandis qu' auparavant elle était égale à KM.

Ces démonstrations nous permettent de conclure que la proposition est vraie aussi pour les lentilles biconcaves ou convexo-concaves.

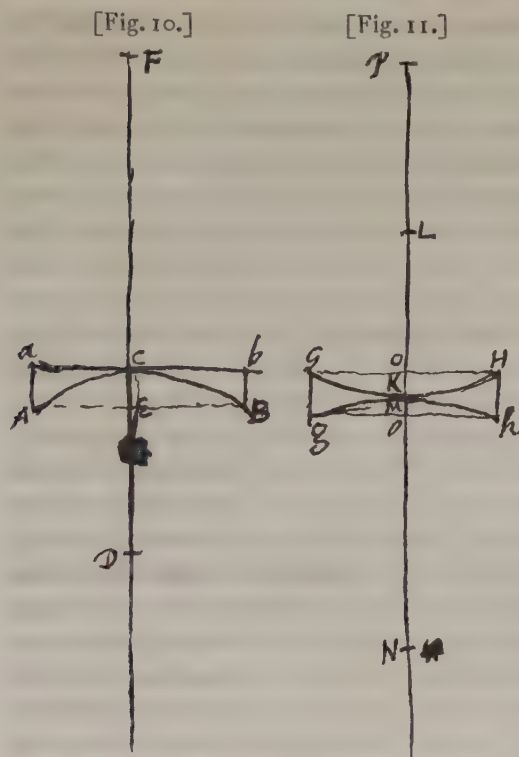
PROPOSITION IV.

Indiquer comment on peut trouver rapidement pour les lentilles les aberrations des rayons provenant de la forme sphérique des surfaces³⁾.

¹⁾ Voir la Prop. XV, Part. I, Liv. I, p. 83.

²⁾ Lisez plutôt „convexoconcava”, puisque la lentille, d'après les définitions de la p. 277, compte parmi les lentilles concaves. L'usage de Huygens n'est pas constant à ce propos; comparez la p. 305.

³⁾ Dans la leçon primitive et dans la copie de Niquet cette proposition portait la suscription: „Quænam lens sphærica convexa melius radios parallelos colligat investigare”. Or, de cette suscription et de la phrase, biffée depuis, que nous rapportons dans la note 2, p. 283, il nous semble permis de conclure que dans ses recherches sur l'aberration sphérique



Sit jam etiam lens planocava ACBba [Fig. 10] superficie utraque contigua in C; sitque rursus superficie ACB centrum D, et CF distantia puncti dispersus, quæ est dupla CD ¹⁾; crassitudo autem sit Aa vel CE. Lens autem altera, vel utrimque cava [Fig. 11] vel cavoconvexa ²⁾ [Fig. 12] sit GKHhMg æqualem ipsi AB latitudinem habens, punctique dispersus distantiam PM æqualem FC. Harum autem lentium superficies utræque sese in puncto medio contingere ponuntur, ita ut puncta K et M in unum conveniant, ac crassitudo lentis sit, vel summa duarum KO, Mo, quæ altitudines utriusque sphericæ superficie referunt, vel earum differentia. Quæ crassitudo ut æqualis ostendatur crassitudini CE lentis ACBba, repetenda tantum est utraque præcedens demonstratio, quarum prior convenit lenti

utrimque cavæ, posterior cavoconvexæ ²⁾, ubi observandum tamen ut pro foci distantia semper legatur distantia puncti dispersus, et animadvertendum summam aut differentiam duarum KO, Mo, hic esse Oo, cum illic fuerit KM.

Ex his vero rursus sequitur, veram quoque esse propositionem in quibusvis lentibus utrimque cavis vel cavoconvexis ²⁾.

[PROPOSITIO IV.]

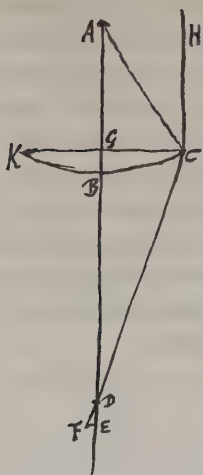
Quomodo in lentibus aberrationes radiorum quæ ex figura superficierum sphericæ oriuntur compendio inveniuntur ³⁾.

Huygens était surtout inspiré par le désir de trouver la forme la plus avantageuse à donner, par rapport à cette aberration, à une lentille convexe. Déjà, depuis 1653, il savait p. e. que l'aberration sphérique d'une lentille planconvexe est moindre „lorsque la surface convexe est opposée aux rayons incidents, que lorsque la surface plane leur est opposée.” Voir la p. 83 du Tome présent.

Nous entendons par lentilles convexes toutes celles qui font concourir les rayons parallèles, soit qu'elles possèdent deux surfaces convexes, soit qu'elles aient une surface convexe et une surface plane ou une surface convexe et une surface concave. Parmi celles de ces lentilles qui possèdent la même distance focale, les unes font concourir les rayons parallèles mieux que les autres vers ce point qu'on appelle le foyer; c'est-à-dire en prenant égales entre elles les largeurs ou ouvertures des lentilles. Quoique cela ne soit pas de grande importance dans la construction des télescopes à cause d'une autre aberration bien plus considérable et d'une autre nature, dont nous parlerons lorsque nous serons arrivés à ce sujet¹⁾, ces considérations ont cependant leur utilité ailleurs dans la théorie des microscopes; nous ne devons donc pas les passer sous silence²⁾. Nous prendrons partout dans ces considérations la valeur $\frac{3}{2}$ pour l'indice de réfraction du verre: en effet, on trouve à fort peu près cette valeur-là, comme nous l'avons expliqué plus haut³⁾.

Commençons donc⁴⁾ par le cas d'une lentille planconvexe placée de telle manière

[Fig. 13.]



que sa surface plane est exposée aux rayons parallèles; c'est dans ce cas-là que le calcul est le plus facile. Je suppose que le segment de cercle KBC [Fig. 13] représente la section faite dans une lentille de ce genre par un plan passant par l'axe. Le point A est le centre de ce cercle, donc aussi celui de la surface convexe. La droite ABD représente l'axe de la lentille; elle divise l'arc KC en deux parties égales au point B et la corde KC au point G. La surface convexe KBC coupe la surface plane KC suivant une circonférence qui constitue le bord de la lentille. On demande d'examiner la réfraction du rayon HC parallèle à l'axe de la lentille et éloigné de cet axe à une distance aussi grande que possible. Le rayon réfracté est représenté par la droite CD: il est évident que dans cette lentille il n'y a qu'une seule réfraction qui a lieu à la surface convexe CBK. Quant au foyer E de la lentille, il sera situé au-delà du point D, comme cela a été démontré à la prop. IX du livre I de la première Par-

tie⁵⁾; on le trouvera en prenant $AE = 3 AB$; en effet, de cette façon on aura $AE : EB = 3 : 2$, valeur que nous avons adoptée ici pour celle de l'indice de réfraction. Nous devons donc trouver la grandeur du segment DE, où tous les rayons réfractés provenant de rayons incidents parallèles rencontrent l'axe de la lentille: on fait que plus un rayon est proche de l'axe AB plus aussi il rencontre l'axe à petite distance du foyer, comme nous l'avons démontré à la proposition IX citée. Tirons la droite AC et soit celle-ci, ou AB, égale à a , et CG à b : ce sont là deux grandeurs données. Soit en outre $AD = x$. Comme le rapport $AD : DC$ est égal à l'indice de réfraction⁶⁾, on aura $DC = \frac{2}{3}x$. Et si nous retranchons le carré GC du carré DC nous trouvons que le carré GD est égal à $\frac{4}{9}xx - bb$, et GD à $\sqrt{\frac{4}{9}xx - bb}$. D'autre part en retranchant le

Lentis sphaericæ convexæ nomine omnes eas intelligimus quæ radios parallelos concurrere faciunt, sive duabus convexis superficiebus constent, sive convexa et plana, sive convexa et concava, harum vero æquales foci distantias habentium aliæ alijs perfectius radios parallelos versus punctum illud quod focus dicitur inclinant, sumptis nimirum latitudinibus seu aperturis lentium æqualibus. *quod licet in telescopiorum rationibus parum referat, propter aliam aberrationem longe majorem atque alterius naturæ, de qua, ubi eo ventum erit, dicemus*¹⁾, *habet tamen in microscopiorum examine alibi utilitatem hæc cognitio, eoque non est prætereunda*²⁾. Proportionem refractionis vitri sesquialteram in his ubique usurpabimus, quæ quam proxime ejusmodi invenitur ut in præcedentibus dictum fuit³⁾.

Incipiendo⁴⁾ itaque a planoconvexa lente atque ea illius positione qua superficies plana radijs parallelis exposita est, ubi calculi ratio omnium facillima est; Sit lens ejusmodi [Fig. 13], cujus sectio per axem segmentum circuli KBC, cujus circuli atque item superficiei convexæ centrum sit A, axis vero lentis ABD, secans bifarium arcum KC in B et subtensam KC in G, conveniatque superficies convexa KBC cum plana KC in lentis margine, et propositum sit examinare refractionem radij HC axi lentis paralleli atque ab eo remotissimi, quæ refractione ponatur esse CD, et constat quidem in hac lente tantum unam fieri in superficie convexa CBK. Focus autem lentis E erit ultra punctum D ut ostensum est prop. [IX, Part. I, Lib. I]⁵⁾ invenieturque sumendo AE triplam AB ita enim AE ad EB habebit rationem sesquialteram, quæ hic est proportio refractionis. Inveniendum itaque est spatium DE, intra quod radiorum omnium parallelorum refractiones cum axe lentis conveniunt; etenim tanto quæque propius convenit quanto vicinior radius fuerit axi AB, ut ostensum propos. [IX, Part. I, Lib. I]⁵⁾. Jungatur AC, sitque hæc sive AB $\propto a$, CG $\propto b$, quarum utraque data est. AD vero sit $\propto x$. Quia itaque AD ad DC habet rationem quæ refractiones metitur⁶⁾, erit DC $\propto \frac{2}{3}x$. Et ablato quadrato GC à quadrato CD, fiet quadratum GD $\propto \frac{4}{9}xx - bb$, et GD $\propto \sqrt{\frac{4}{9}xx - bb}$. Rursus ablato eodem

¹⁾ Voir la troisième Partie de cette Dioptrique, là où il s'agit du chromatisme des lentilles.

²⁾ Au lieu de la phrase en italiques qui précède on lisait dans la rédaction primitive et dans la copie de Niquet ce qui suit: „cumque quæ cæteris hac in re præstant ad telescopiorum usum omnino præferenda sint, operæ præteritum erit omnes earum differentias pervestigare, ac definire denique quænam sit omnium optima” [voir plus loin les p. 291—295] „quod hactenus cognitum non fuit. Cui simile examen deinde” [Prop. V, p. 297—307] „et in cavis lentibus instituemus”.

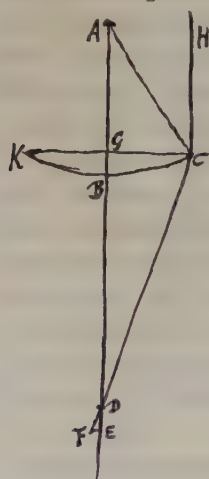
³⁾ Voir la p. 13 du Tome présent.

⁴⁾ Plus tard Huygens annota en marge: „Ostende originem regulæ pag. sequ. et cæterarum calculum non persequere sed refer tantum quid producat.”

⁵⁾ Voir la p. 37 du Tome présent.

⁶⁾ D'après la Prop. III du Livre I de la première Partie. Voir la p. 17 du Tome présent.

[Fig. 13.]



quadrato CG à quadrato AC, fiet quadratum GA $\propto aa - bb$ et AG $\propto \sqrt{aa - bb}$. qua addita ad GD $\propto \sqrt{\frac{4}{3}xx - bb}$ fiet tota AD five $x \propto \sqrt{\frac{4}{3}xx - bb} + \sqrt{aa - bb}$. Unde invenitur $x \propto \frac{3}{2} \sqrt{9aa - 9bb} + \frac{3}{2} \sqrt{4aa - 9bb}$. Secundum quæ si AB ponatur pedum 6 five pollicum 72 et GC pollicis 1, invenitur x five AD paulo major quam $215\frac{968747}{1000000}$, qua ablata ab AE $\propto 216$, reliqua fit DE paulo minor quam $\frac{31253}{1000000}$ unius pollicis. Itaque in lente hujusmodi cujus foci distantia BE est 12 pedum, apertura vero KC duorum pollicum, radij omnes intra spatium DE cum axe conveniunt.

Dicatur autem intervallum istud DE, quo nempe radij extremi, in quavis lente, concursus distat a foco lentis: Aberratio radij extremi.

Hanc porro, in proposita lente, alia quoque faciliori ratione reperiri sciendum est ¹⁾; quandoquidem: In omni lente planoconvexa cujus plana superficies exterior est, aberratio radij extremi est quadrupla sesquialtera five $\frac{9}{2}$ crassitudinis lentis ²⁾; Exigua quidem differentiola, sed quæ in illa lentium latitudine quæ telescopiorum usibus idonea est, nullius fit momenti. Ita, in proposita lente, si sumatur DE $\propto \frac{9}{2}$ GB, inveniemus eam $\frac{31253}{1000000}$ unius pollicis proximè, cum ex priori calculo habuerimus $\frac{31253}{1000000}$.

In lente eadem inversa, ut superficies convexa primum radios inflectat, multo melior radorum collectio invenietur ³⁾. Est autem calculi ratio hujusmodi. Primo sumitur BR [Fig. 14] tripla semidiametri BA, ut fiat R focus superficiei convexæ KBC, deinde ponitur GE æqualis duabus tertijs GR; tumque erit E focus lentis KBC, ut constet ex [Propos. XIV, Part. I, Lib. I.] ⁴⁾ ex qua apparet insuper foci distantiam GE proxime eandem esse quæ fuit superiori lentis positu.

$$\alpha = \frac{v^2}{v-1} q + \frac{v^3}{2} \frac{q^2}{a} + \dots;$$

formule qu'on obtient facilement par la résolution de l'équation :

$$DC^2 = \frac{x^2}{v^2} = AD^2 + AC^2 - 2 AG. AD = x^2 + a^2 - 2x(a - q),$$

en développant en série l'expression irrationnelle.

Pour $v = \frac{3}{2}$ elle donne :

$$\alpha = \frac{9}{2}q + \frac{27}{16} \frac{q^2}{a} + \dots$$

³⁾ Comparez le dernier alinéa de la Prop. XIV, p. 83 du Tome présent.

⁴⁾ Comparez la p. 83 du Tome présent.

précédente de la lentille. Or, le rayon extrême HC parallèle à l'axe est d'abord réfracté par la surface convexe KBC de manière à se diriger vers le point P, de telle façon que le rapport CP : PA devient égal à l'indice de réfraction, c'est-à-dire à 3 : 2 *; quittant ensuite la lentille par la surface plane KC le rayon est réfracté de manière à se diriger vers le point D, de telle façon que de nouveau le rapport PC : CD devient égal à l'indice de réfraction * et CD, par conséquent, égale à AP. Pour trouver AP il faut poser $AB = a$, $CG = b$, comme plus haut, et $AP = x$. Nous aurons donc $PC = \frac{3}{2}x$, et si du carré $\frac{9}{4}xx$ de cette expression nous retranchons les carrés $PA = xx$ et $CA = aa$, le reste $\frac{5}{4}xx - aa$ sera égal au double du rectangle PAG, c'est-à-dire à $2x \sqrt{aa - bb}$. De cette égalité on tire $x = \frac{4}{5} \sqrt{aa - bb} + \frac{4}{5} \sqrt{\frac{9}{4}aa - bb}$. Ayant trouvé ainsi la distance AP, à laquelle CD est égale comme nous l'avons dit, on retranche le carré CG du carré CD. Reste le carré GD, et si l'on retranche GD de GE, il reste DE comme aberration du rayon extrême.

Mais la même longueur DE peut être trouvée sans un si laborieux calcul, attendu que pour une lentille planconvexe dont la surface convexe reçoit les rayons, l'aberration du rayon extrême est égale à $\frac{7}{6}$ fois l'épaisseur de la lentille³⁾; et si nous indiquons les méthodes de calcul, c'est seulement dans le but de donner à tout-le-monde l'occasion de se convaincre par des exemples numériques de la justesse de nos règles. Pour la lentille considérée on trouve par le calcul indiqué plus haut, en posant comme précédemment AB égal à 72 pouces et CG à 1 pouce, $DE = \frac{8100021}{10000000}$ pouce à peu près. Mais suivant la règle, c'est-à-dire en prenant pour DE les $\frac{7}{6}$ de l'épaisseur BG, on obtient pour cette longueur la valeur $\frac{8100022}{10000000}$ à peu près.

Il apparaît par là combien l'aberration est plus petite pour la même lentille planconvexe lorsqu'on la place dans cette position que lorsque sa surface plane reçoit les rayons parallèles. En effet, les fractions $\frac{7}{6}$ et $\frac{2}{3}$ sont entre elles comme 7 est à 2, de sorte que l'aberration est à peu près quatre fois plus petite dans le premier cas.

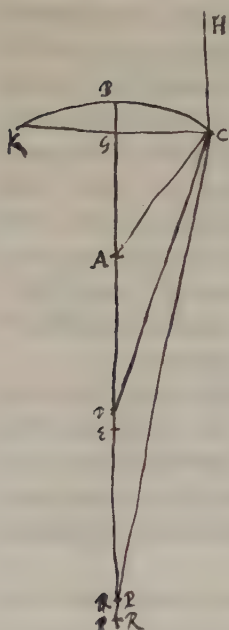
On peut aussi considérer l'aberration due seulement à la surface convexe KBC, laquelle est représentée ici par PR, R étant le foyer de cette surface; cette longueur PR est toujours égale à $\frac{4}{3}$ BG⁴⁾, où BG représente la hauteur de la surface convexe.

¹⁾ Voir la p. 15.

²⁾ Voir la p. 17.

³⁾ Voir, pour la manière dont cette relation a été déduite par Huygens, la première partie du § 1 de l'Appendice I, p. 355—357. Par des procédés analogues à ceux indiqués dans la note 2, p. 284, on trouve en employant les notations de cette note:

[Fig. 14.]



Radius autem extremus HC axi parallelus a superficie convexa KBC primum flectitur versus P, ita ut CP ad PA habeat rationem quæ est refractionis, nempe 3 ad 2 *; deinde ex superficie plana KC egrediens refringitur versus D, ut PC ad CD rursus habeat rationem quæ est refractionis *, ita ut CD proinde æqualis sit AP. Ad inveniendam vero AP, positis ut ante $AB \propto a$; $CG \propto b$, AP vero $\propto x$; erit $PC \propto \frac{3}{2}x$. à cuius quadrato $\frac{9}{4}xx$, si auferantur quadrata $PA \propto \frac{1}{4}xx$ et $CA \propto aa$, quod restat $\frac{8}{4}xx - aa$ æquabitur duplo rectangulo PAG hoc est $2x \sqrt{aa - bb}$. Ex qua æquatione fit $x \propto \frac{4}{5} \sqrt{aa - bb} + \frac{4}{5} \sqrt{\frac{9}{4}aa - bb}$. Itaque investigatâ secundum hæc AP, cui æqualem diximus CD, aufertur deinde ab hujus quadrato quadratum CG; unde relinquitur quadr. GD. ablata autem GD à GE, restat DE aberratio radij extremi.

* Propos. [II, Part. I, Lib. I.]¹⁾

* Propos. [III, Part. I, Lib. I.]²⁾

Eadem vero DE absque tanto calculi labore haberi potest, quia In lente planoconvexa cujus convexa superficies radios parallelos excipit, aberratio radij extremi est $\frac{2}{3}$ crassitudinis lentis³⁾.

Atque eo tantum supputandi methodos describimus ut has regulas veras esse quivis per numeros examinare possit. Et in hac quidem lente posita AB ut ante pollicum 72; CG pollicis 1, invenitur prædicto calculo $DE \propto \frac{810021}{1000000}$ unius pollicis proximè. Secundum regulam vero, hoc est, sumtâ $DE \propto \frac{2}{3}$ crassitudinis BG, fit ipsa proxime $\frac{810022}{1000000}$.

Patet autem hinc quanto minor aberratio sit in eadem lente planoconvexa hoc modo collocata, quam si plana ejus superficies radios parallelos excipiat, sicut enim $\frac{2}{3}$ ad $\frac{1}{2}$ ita 7 ad 27, adeo ut aberratio fere quadruplo minor sit.

Potest etiam solius superficiei convexæ KBC aberratio considerari, ut hic PR, cum R sit focus illius superficiei: Estque PR semper æqualis $\frac{4}{3}$ BG⁴⁾ five altitudinis convexi.

$$\alpha = \frac{\nu^3 - 2\nu^2 + 2}{\nu(\nu - 1)} q + \frac{\nu^2(\nu - 1)(\nu^3 - 2\nu^2 + 2) - 1}{2\nu^3} \frac{q^2}{a} + \dots;$$

ce qui amène pour $\nu = \frac{3}{2}$:

$$\alpha = \frac{7}{8} q - \frac{1}{4 \cdot 3^2} \frac{q^2}{a} + \dots$$

4) Plus généralement on trouvera:

$$PR = \frac{q}{\nu(\nu - 1)} - \frac{q^2}{2\nu^3 a} + \dots, \text{ c'est à dire, pour } \nu = \frac{3}{2}, PR = \frac{4}{3} q - \frac{4}{27} \frac{q^2}{a} + \dots$$

Supposons maintenant que la lentille considérée IC [Fig. 15] soit biconvexe et que le point A représente le centre de la surface IBC qui reçoit les rayons parallèles, tandis que N est le centre de la surface IMC, par lesquels passe la droite NA qui soit prolongée des deux côtés. Nous considérons comme donnés les rayons AB et NM, et le rayon GC de la lentille. Si nous appelons E le foyer de la lentille IC et que nous prenons $BR = 3 BA$ et $MX = 3 MN$, nous devons avoir $RX:RN = RM:RE$ ¹⁾. Or, les trois premières longueurs, RX, RN et RM, sont connues, car comme AB ou AC est donnée et CG aussi, AG sera également connue. Et de même NG sera connue vu que NC et CG le sont. Mais la longueur AR elle aussi est donnée, vu qu'elle est égale à 2 AB, et de même $NX = 2 NM$. Par conséquent la longueur entière RX sera donnée, ainsi que RN et RM. Il en résulte que la quatrième proportionnelle RE sera également connue.

Supposons ensuite que le rayon extrême parallèle à l'axe, HC, acquière après la première réfraction à la surface IBC une direction telle que, s'il conservait cette direction, il rencontrerait l'axe au point P, et que par la deuxième réfraction à la surface CMI ce rayon acquière la direction de la droite CD rencontrant l'axe au point D. L'aberration du rayon HC est donc DE, qu'on trouvera de la façon suivante.

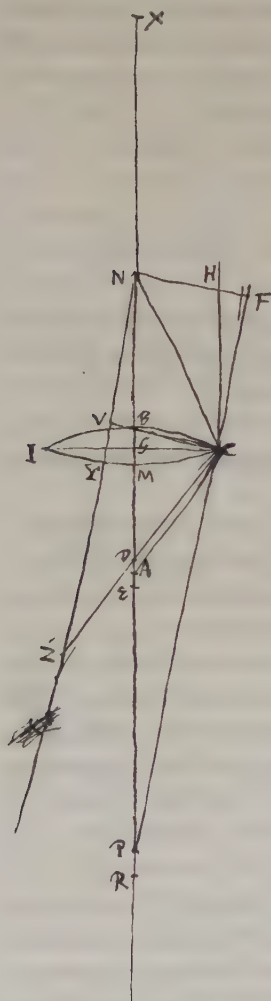
Supposons la droite NZ parallèle à CP et puisse le prolongement de CD la couper au point Z. Soit en outre CV une perpendiculaire à NZ et NF une perpendiculaire au prolongement de PC. On trouve donc premièrement AP, puisque AB et CG sont données, de la même manière qu'auparavant dans le cas de la lentille planconvexe²⁾. Or, AP est à PC comme 2 est à 3³⁾; par conséquent, la grandeur PC elle aussi sera donnée. Mais AP et AR étant données, PR l'est également; et si nous retranchons PR de RN qui est connue d'après ce que nous avons démontré, il reste PN. On a ensuite $PC:CG = PN:NF$ (ou CV); par conséquent, cette dernière grandeur sera également connue.

Nous devons maintenant considérer NZ comme l'axe de la surface convexe CYI qui dirige le rayon FC parallèle à l'axe vers le point Z situé de telle manière que le rapport $NZ:ZC$ est égal à l'indice de réfraction, c'est-à-dire à 3:2⁴⁾; NC et CV étant données on pourra donc trouver NZ de la même manière qu'auparavant dans le cas où la lentille planconvexe se trouvait dans la première position⁵⁾. Mais les triangles semblables ZND et CPD font voir que $ZN:CP = ND:DP$; et, par composition, que la somme de ZN et de CP est à CP comme NP est à PD. Or, nous avons fait voir que les longueurs ZN, CP et NP sont données; il en résulte que la longueur PD elle aussi est connue. Mais PR est également connue. DR l'est donc aussi, et si de cette dernière l'on retranche la longueur RE antérieurement trouvée, on obtiendra l'aberration cherchée DE du

¹⁾ Voir la p. 87 du Tome présent.

Esto jam proposita lens utrinque convexa IC [Fig. 15], sitque superficiei IBC, quæ radios parallelos excipit, centrum A; superficiei vero IMC centrum N, per quæ transiens axis lentis NA utrimque productus sit. datas autem ponimus semidiametros AB, NM, et semidiametrum lentis GC. Jam si E ponatur focus esse lentis IC et sumatur BR tripla BA et MX tripla MN, debet esse ut RX ad RN ita RM ad RE ¹⁾. Dantur autem tres istæ priores RX, RN, RM, nam quia AB seu AC data est itemque CG, dabitur et AG. similiterque propter datas NC, CG dabitur NG. sed et AR datur, quippe dupla AB, et NX dupla NM. Ergo tota RX data erit nec non RN et RM. Quare et quarta proportionalis RE data erit.

[Fig. 15.]



Ponamus jam porro radium extremum, axi parallelum, HC, post refractionem primam in superficiei IBC ita ferri, ut cum axe concursurus sit in P, altera deinde refractione in superficiei CMI flecti secundum rectam CD quæ axi occurrat in D. Aberratio itaque radij HC est DE, quæ hoc modo invenietur.

Sit NZ parallela CP, atque ei occurrat producta CD in Z. Sit etiam CV perpendicularis ad NZ, et NF perpendicularis in PC productam. Primum itaque ex datis AB, CG invenitur AP sicut paulo ante in lente planoconvexa ²⁾. Est autem AP ad PC ut 2 ad 3 ³⁾ ergo et PC data erit. Ex datis autem AP et AR, datur PR; qua ablata ab RN, quam datam ostendimus, relinquitur PN. sicut porro PC ad CG ita PN ad NF sive CV, itaque et hæc dabitur.

Jam consideranda est NZ tanquam axis superficiei convexæ CYI, quæ radium axi parallelum FC ita flectit versus Z, ut NZ ad ZC habeat rationem quæ est refractionis, hoc est, 3 ad 2 ⁴⁾; unde ex datis NC et CV invenietur NZ, eodem modo atque superius in prima positione lentis planoconvexæ ⁵⁾. Jam vero propter triangula similia ZND, CPD, erit ZN ad CP ut ND ad DP; et componendo, ZN

una cum CP ad CP ut NP ad PD. datas autem ostendimus ZN, CP, NP: ergo et PD hinc data erit. datur autem et PR. Ergo et DR. à qua si auferatur RE jam

²⁾ Voir la p. 287.

³⁾ Voir la Prop. II, Part. I, Lib. I, p. 15 du Tome présent.

⁴⁾ Voir la Prop. III, Lib. I, p. 17

⁵⁾ Voir la p. 285.

rayon HC. Et c'est cette méthode qu'on devrait suivre pour calculer exactement cette aberration.

Mais nous avons trouvé ¹⁾ pour ce cas aussi une règle abrégée qui nous permet de déterminer la ligne DE d'une manière semblable à celle dont nous nous sommes servis dans le cas précédent de la lentille planconvexe et avec le même degré de précision, en évitant le travail du calcul rigoureux. En effet, après avoir trouvé seulement BG et GM à l'aide des longueurs données AB, NM et CG, nous aurons, en posant la longueur totale BM, c'est-à-dire l'épaisseur de la lentille, égale à q , le rayon AB égal à a , et NM à n ,

$$DE = \frac{27aaq + 6anq + 7nnq^2}{6(a+n)^2};$$

en d'autres termes: l'épaisseur BM de la lentille sera à l'aberration DE du rayon extrême comme 6 fois le carré d'une ligne égale à la somme de AB et de NM est à la somme de 27 fois le carré AB, de 6 fois le rectangle AB, NM et de 7 fois le carré NM. Cette règle, de même que celles que nous donnerons dans la suite, a été trouvée en négligeant des quantités fort petites; ce que nous avons fait pourtant avec le discernement qui était nécessaire.

Si donc, par exemple, la lentille IC est une lentille biconvexe symétrique, c'est-à-dire si $a = n$, la longueur DE deviendra égale à $\frac{5}{8}$ de l'épaisseur BM. Il s'ensuit qu'une lentille symétrique de ce genre et qui possède une largeur et une distance focale égales aux grandeurs correspondantes d'une lentille planconvexe, dont la surface convexe est située à l'extérieur, rassemble les rayons parallèles moins bien que cette dernière. En effet, puisque l'épaisseur de ces lentilles est la même d'après la prop. III ³⁾, les rayons qui tombent sur la lentille planconvexe atteindront l'axe dans un espace égal à $\frac{7}{8}$ fois l'épaisseur, tandis que pour la lentille symétrique l'espace correspondant sera égal à $\frac{5}{8}$ fois l'épaisseur (qui est la même): ces deux intervalles seront donc entre eux comme les nombres 7 et 10.

Si nous supposons que les rayons AB et NM soient entre eux comme 2 est à 5, c'est-à-dire que a soit composé de 2 et n de 5 parties, la distance DE deviendra égale d'après cette règle à $\frac{7}{8}q$, où q représente l'épaisseur de la lentille. Une lentille de cette espèce est donc équivalente sous ce rapport à la lentille planconvexe considérée ²⁾. De cette façon on peut aisément examiner la valeur relative de diverses lentilles quelconques possédant des surfaces convexes de courbure inégale.

Mais si l'on demande de déterminer le minimum, c'est-à-dire de chercher la forme de la lentille qui donne une aberration DE moindre que celle due à toute autre lentille, je trouve ³⁾ qu'on doit avoir $AB : NM = 1 : 6$ ⁴⁾ et qu'alors la

¹⁾ Consultez sur la déduction de cette règle la première partie du § 3 de l'Appendice I, p. 360—364 du Tome présent.

ante inventa, relinquetur DE aberratio radij HC quæsitæ. Et hæc quidem methodus ad exactam supputationem adhibenda esset.

Invenimus ¹⁾ autem et hic Regulam compendiosam qua, absque labore illo, lineam DE, sicut in præcedenti lente planoconvexa, atque æque accuratè definire licet. Repertis enim tantummodo BG, GM, ex datis AB, NM, CG; ponendoque totam BM, hoc est, lentis crassitudinem $\propto q$. semidiametrum AB $\propto a$; NM $\propto n$. Erit DE $\propto \frac{27aaq + 6anq + 7nmq^2}{6 \text{ qu. } a+n}$, hoc est, sicut sexcuplum quadratum

lineæ æqualis duabus AB, NM, ad vigintiseptuplum quadratum AB, plus sexcuplo rectangulo AB, NM, plus septuplo quadrato NM, ita erit crassitudo lentis BM ad aberrationem radij extremi DE. Quæ regula ut et sequentes quas dabimus inventa est neglectis minimis, sed necessario cum delectu.

Si itaque, exempli gratia, lens IC fuerit æqualiter utrinque convexa, hoc est, si $a \propto n$, fiet DE $\propto \frac{2}{3}$ crassitudinis BM. Unde patet lentem utrimque æqualiter convexam, latitudine et foci distantia ijsdem, cum lente planoconvexa, cujus convexum exterius situm sit, non æque bene atque illam radios parallelos colligere: talium enim lentium æqualis cum sit crassitudo, ut ostensum propof. [III] ³⁾, convenient radij in planoconvexa intra $\frac{7}{8}$ suæ crassitudinis; at in hac æqualiter convexa intra $\frac{5}{8}$ suæ, hoc est, ejusdem crassitudinis. quorum intervallorum proportio est ea quæ 7 ad 10.

Quod si semidiameter AB ad NM ponatur ut 2 ad 5; hoc est, a partium 2, et n partium 5; fiet ex hac regula DE æqualis $\frac{7}{8} q$ five crassitudinis lentis. adeo ut hujusmodi lens æquiparanda sit dictæ planoconvexæ ⁴⁾. atque ita facile in quibuslibet inæqualium convexorum lentibus investigari potest quanto quæque melior sit.

Quæsitæ vero minimi determinatione, hoc est, quænam forma lentis faciat aberrationem DE reliquis minorem, invenio ⁵⁾ debere esse AB ad NM ut 1 ad 6 ⁶⁾; ac

²⁾ On trouve plus généralement pour l'aberration DE :

$$\alpha = \frac{\frac{\nu^2}{\nu-1} a^2 + \left(2\nu - \frac{1}{\nu-1}\right) an + \left(\nu-1 + \frac{2-\nu}{\nu(\nu-1)}\right) n^2}{(a+n)^2} q + \dots;$$

où ν représente l'indice de réfraction. On peut obtenir ce résultat assez facilement en suivant pas à pas les indications données dans le texte; pourvu qu'on néglige à tout moment les petites quantités qui sont du second ordre par rapport à l'épaisseur q de la lentille.

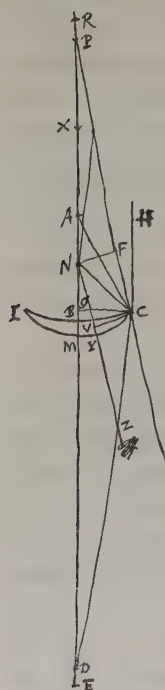
³⁾ Voir la p. 277 du Tome présent.

⁴⁾ Voir la deuxième et la quatrième partie du § 3 de l'Appendice I, pp. 365 et 367—368 du Tome présent.

⁵⁾ Voir la troisième partie du § 3 de l'Appendice I et surtout l'εὑρημα du 6 août 1665, p. 366—367 du Tome présent. Ajoutons encore, que le résultat ici énoncé fit partie des anagrammes envoyés en septembre 1669 au secrétaire de la Société Royale de Londres (voir les p. 486—487 du T. VI).

⁶⁾ Dans le cas général, où ν représente l'indice de réfraction, on trouve $AB : NM = (4 + \nu - 2\nu^2) : (2\nu^2 + \nu)$.

[Fig. 17].



distance DE devient égale à $\frac{1}{4}$ de l'épaisseur ¹⁾. Cette lentille-là doit donc être considérée comme la meilleure de toutes; quoique la lentille planconvexe ne lui soit pas beaucoup inférieure.

Il faut remarquer toutefois que le rayon AB doit toujours être considéré comme appartenant à la surface qui est exposée aux rayons. Car cette même lentille la plus excellente de toutes devient beaucoup moins bonne, lorsqu'on la retourne: elle donne alors une aberration DE égale à $\frac{145}{42}$ fois son épaisseur ²⁾.

Si l'on demande ensuite de déterminer l'aberration DE du rayon extrême, lorsque la distance focale de la lentille et le rayon de courbure de la surface extérieure sont donnés, on peut de la façon suivante déduire une nouvelle règle de celle qui précède. Soit d la distance focale, et soit comme plus haut $AB = a$, $NM =$

$= n$ et l'épaisseur de la lentille $= q$. Attendu que $d = \frac{2an}{a+n}$, comme cela ressort de la propos. XVI, Part. I, Liv. I ³⁾, on aura $n = \frac{ad}{2a-d}$. En substituant partout cette valeur de n dans

la formule précédente $\frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6(a+n)^2} = ED$, on trouvera $\frac{27aaq - 24adq + 7ddq}{6aa} = ED$ ⁴⁾.

Pour une lentille concavo-convexe la méthode du calcul est la même que pour une lentille biconvexe, soit que la surface convexe reçoive les rayons parallèles, soit qu'ils tombent sur la surface concave. Nous avons ajouté ici deux figures [Fig. 16 et 17] correspondant à ces deux cas. Il faut observer cependant qu'ici ce n'est pas la somme des longueurs NZ et CP mais leur différence qui est à CP comme NP est à PD.

Si nous attribuons aux lettres les mêmes significations qu'auparavant, c'est-à-dire que le rayon AB de la surface extérieure IBC est représenté par a , le rayon NM de la surface IMC par n , et BM, l'épaisseur de la lentille, par q , la règle qui sert à trouver ED, sera exprimée par la formule $ED = \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(n-a)^2}$ ⁵⁾.

Mais dans le deuxième cas, où $a > n$, on trouvera $ED = \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(a-n)^2}$ ⁶⁾.

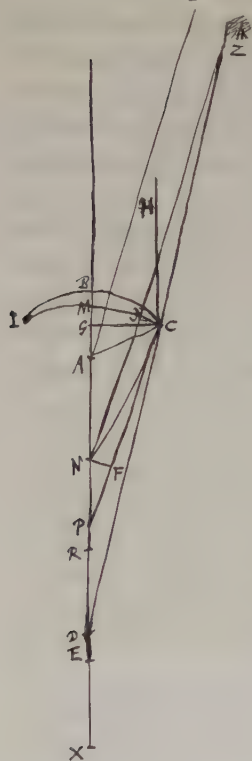
¹⁾ Voir la conclusion de la troisième partie du § 3 de l'Appendice I, p. 367 du Tome présent.

Dans le cas général on trouve $DE = \left(1 - \frac{5}{4\nu} + \frac{1}{4\nu(\nu-1)} + \frac{3}{\nu(\nu+2)}\right)q$.

²⁾ En général, $DE = \left(4\nu - 3 + \frac{11}{4\nu} + \frac{1}{4\nu(\nu-1)} - \frac{9}{\nu(\nu+2)}\right)q$.

tum quidem fit DE æqualis $\frac{1}{4} \frac{a}{d}$ ¹⁾ crassitudinis. adeo ut hæc lens optima omnium censenda sit. quanquam planoconvexa non multum ei cedat.

[Fig. 16.]



Notandum autem semidiametrum AB semper sumi ad eam superficiem pertinere quæ radios parallelos primum excipit. Nam hæc eadem lens optima, si invertatur, multo deterior fit, facitque aberrationem DE æqualem $\frac{1}{4} \frac{a}{d}$ ²⁾ crassitudinis suæ ²⁾.

Porro si ex data lentis foci distantia, ac semidiametro convexi exterioris inveniendæ sit aberratio DE radij extremi; ex præcedente regula habebitur alia hoc modo. Nempe si foci distantia sit ∞d , et sicut prius $AB \propto a$,

$NM \propto n$, crassitudo lentis $\propto q$. quoniam d est $\propto \frac{2an}{a+n}$ ut

patet ex propof. [XVI, Part. I, Lib. I] ³⁾, erit $n \propto \frac{ad}{2a-d}$.

quo ubique subrogato in locum n in Regula priori $\frac{27aaq+6anq+7nnq}{6qu.a+n} \propto ED$, fiet $\frac{27aaq-24adq+7ddq}{6aa} \propto ED$ ⁴⁾.

In menisco eadem ratio est supputandi, quæ in lente utrimque convexa, five convexa superficies radios parallelos excipiat, five cava; cujus utriusque casus figuram hic adscripsimus [Fig. 16 et 17]; illud tamen observandum non summam sed differentiam duarum NZ, CP esse hic ad CP ut NP ad PD.

Positis vero literarum significationibus iisdem, quæ prius, ut nempe semidiam. AB superficiem exterioris IBC fit a , superficiem IMC semidiam. $NM \propto n$, et BM

crassitudo lentis $\propto q$. Regula ad inveniendam ED $\propto \frac{27aaq-6anq+7nnq}{6qu.n-a}$ ⁵⁾.

Posteriori vero [Fig. 17], ubi a major quam n , fit ED $\propto \frac{27aaq-6anq+7nnq}{6qu.a-n}$ ⁶⁾.

³⁾ Voir le dernier alinéa de cette Proposition, p. 89 du Tome présent.

⁴⁾ Voir le début de la troisième partie du § 3 de l'Appendice I, p. 366. On a en général:

$$DE = \frac{\frac{v^2}{v-1} a^2 - (2v+1)ad + \left(v+1-\frac{2}{v}\right)d^2}{a^2} q.$$

⁵⁾ La règle se déduit immédiatement par le changement du signe de n de celle qui précède et qui y correspond dans le cas d'une lentille convexe des deux côtés; toutefois Huygens en a donné une déduction indépendante qu'on trouvera dans la première partie du § 4 de l'Appendice I, p. 368—369.

⁶⁾ Comparez le § 5 de l'Appendice I, p. 371.

À l'aide de ce résultat les lentilles concavo-convexes quelconques peuvent, elles aussi, être comparées entre elles et avec les lentilles biconvexes. Si, par exemple, dans le premier cas [Fig. 16] nous prenons le rayon NM de la surface concave égal à trois fois le rayon AB, c'est-à-dire si $a = 1$ et $n = 3$, la distance ED deviendra égale à $3q$, c'est-à-dire à trois fois l'épaisseur BM. Mais dans la meilleure lentille, définie plus haut, l'aberration DE ne serait égale qu'à $\frac{1}{4}$ de son épaisseur, la distance focale et la largeur, donc aussi l'épaisseur*, étant les mêmes que pour la lentille concavo-convexe IBCM. Il apparaît ainsi qu'une lentille concavo-convexe de ce genre concentre les rayons environ trois fois plus mal que cette lentille la meilleure de toutes.

* Prop. III ¹⁾.

Mais non seulement qu'aucune lentille concavo-convexe n'est aussi bonne qu'une lentille planconvexe, dont la surface sphérique est placée à l'extérieur: on peut même dire qu'elle est d'autant plus mauvaise que l'une de ses deux surfaces est plus concave, la distance focale et la largeur gardant les mêmes valeurs. Dans le premier cas cela peut être démontré comme suit. Désignons de nouveau par la lettre d la distance focale. Vu qu'elle est égale à $\frac{2an}{n-a}$, comme cela ressort de la propof. XVI,

Part. I, Liv. I ²⁾, on aura $a = \frac{dn}{2n+d}$. Substituant partout cette valeur de a dans

la première règle, on trouvera $DE = \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn}$ ou $\frac{7}{6} \frac{ddq}{nn} + \frac{2}{3} \frac{dq}{n} + \frac{7}{6} q$. On en conclut aisément que plus n , c'est-à-dire le rayon NM, est petit, plus la distance DE sera grande ³⁾; et que, quelque grande que soit la valeur qu'on donne à n , DE sera toujours supérieure à $\frac{7}{6} q$.

Dans le second cas, celui où la surface concave de la lentille concavo-convexe est tournée à l'extérieur, on aura $n = \frac{ad}{2a+d}$, parce que d , la distance focale, est égale à $\frac{2an}{a-n}$. En substituant partout cette valeur de n dans la deuxième règle on

trouve $DE = \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$ ou $\frac{9}{2} q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{6} \frac{ddq}{aa}$. Cette formule montre

que plus a , le rayon de la surface concave, est petit, plus la distance DE devient grande; et que, quelque grande que soit la valeur qu'on donne à a , DE sera toujours supérieure à $\frac{9}{2} q$ ou $\frac{9}{2} q$. Il en résulte qu'une lentille planconvexe, même lorsque sa surface plane est placée à l'extérieur, est toujours meilleure qu'une lentille concavo-convexe, dont la surface concave est également tournée vers l'extérieur. En effet, il a été démontré qu'une lentille de ce genre donne une aberration DE égale à $\frac{9}{2}$ fois son épaisseur ⁴⁾.

¹⁾ Voir la p. 277 du Tome présent.

Secundum quæ et menisci quilibet inter se et cum lentibus utrimque convexis comparari possunt. Ut si, exempli gratia, in priore casu [Fig. 16], ponatur superficiæ cavæ semidiameter NM tripla semidiametri AB, hoc est, $a \propto 1$, $n \propto 3$. fiet $ED \propto 3q$, hoc est, tripla crassitudinis BM. At in lente optima supra definita, cujus foci distantia ac latitudo eadem esset quæ menisci IBCM, ac proinde eadem quoque crassitudo *, aberratio DE tantum $\frac{1}{4}\frac{5}{4}$ haberet crassitudinis suæ, * Propos. [III] ¹⁾. itaque apparet meniscum hujusmodi fere triplo deterius radios parallelos colligere quam lens illa omnium optima.

Sed nec ullus meniscus tantum præstat quantum lens planoconvexa, cujus sphærica superficies extrorsum collocatur. et tanto quisque pejor est quanto magis cavam superficiem alteram habuerit, eadem scilicet manente foci distantia ac latitudine. quod in priore quidem casu sic fiet manifestum. Sit rursus foci distantia $\propto d$. Ergo quia hæc æqualis est $\frac{2an}{n-a}$ ut patet ex propof. [XVI, Part. I, Lib. I] ²⁾ erit $a \propto \frac{dn}{2n+d}$, quo substituto ubique in locum a in Regula harum priori, fiet $DE \propto \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn}$ five $\frac{7}{6} \frac{ddq}{nn} + \frac{2}{3} \frac{dq}{n} + \frac{7}{6} q$. Ubi facile perspicitur quo minor fumetur n hoc est semidiameter NM, eo majorem fore DE ³⁾. Et quantumlibet magna fumetur n , semper DE majorem fore quam $\frac{7}{6} q$.

Secundo casu, cum nempe cava superficies menisci extrorsum conversa est, quia foci distantia $d \propto \frac{2an}{a-n}$, erit $n \propto \frac{ad}{2a+d}$; quo ubique substituto in locum n in posteriori regula fit $DE \propto \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$ five $\frac{9}{2} q + \frac{4dq}{a} + \frac{7ddq}{6aa}$. Ubi manifestum est, quo minor fumetur a , hoc est semidiameter superficiæ cavæ, eo majorem fieri DE. Et quantumvis magna fumetur a , semper DE majorem fore quam $\frac{9}{2} q$ five $\frac{9}{2} q$. adeo ut lens planoconvexa, licet plana superficies extrorsum collocetur, semper tamen melior sit menisco cujus cavitas itidem extrorsum conversa sit, ostensum enim est eam lentem facere aberrationem $DE \propto \frac{9}{2}$ crassitudinis suæ ⁴⁾.

²⁾ Voir, p. 89, le dernier alinéa qui se rapporte à la Prop. XVI.

³⁾ Déjà plus tôt dans la deuxième partie du § 4 de l'Appendice I, p. 369—370, Huygens avait trouvé (par l'application de la formule qui exprime DE en a , d et q) qu'il n'y avait pas d'aberration minimale dans le cas considéré; maintenant il est en possession d'une formule, qu'on ne retrouve pas dans cet Appendice, à l'aide de laquelle la nature de la relation entre l'aberration et le rayon de courbure de la surface concave se montre plus clairement.

⁴⁾ Voir la p. 285 du Tome présent.

PROPOSITION V.

Chercher quelles sont parmi toutes les lentilles concaves celles qui dispersent le mieux les rayons parallèles.

Nous entendons par „lentilles concaves” toutes les lentilles capables de disperser les rayons parallèles, même lorsqu'elles ont une de leurs surfaces plane ou même convexe ¹⁾. Parmi elles il faut dire qu'une lentille quelconque disperse d'autant mieux les rayons qu'elle leur donne à moins de chose près des directions telles qu'ils semblent provenir d'un point unique, en d'autres termes, que les rayons réfractés prolongés en sens inverse interceptent sur l'axe une plus petite distance.

Considérons d'abord la lentille planconcave KBCOI [Fig. 18] dans le cas où la surface plane OI reçoit les rayons parallèles; soit A le centre de la surface concave, AB l'axe de la lentille et HO le rayon parallèle extrême qui traversera la surface plane sans être réfracté. Supposons qu'en quittant la surface concave ce rayon soit réfracté de manière à acquérir la direction de la droite CL laquelle prolongée en sens inverse coupe l'axe au point D. Le point de dispersion de la lentille soit désigné par E; on trouve ce point en prenant $BE = 2BA$, comme cela ressort de la proposition XI, Part. I, Liv. I ²⁾.

Cette proposition fait voir aussi ³⁾ que tous les rayons parallèles moins distants de l'axe que HO, rencontrent l'axe en un point plus voisin de E que celui où LCD coupe l'axe; c'est-à-dire lorsqu'on prolonge tous ces rayons réfractés en sens inverse. L'aberration due à cette lentille est donc la distance DE. Pour la trouver il faut suivre la même méthode de calcul que pour la lentille planconvexe. En effet, prolongeons HC vers Q, prenons la droite CG perpendiculaire à AB et tirons la droite CA; si nous supposons alors que KBCG désigne une lentille planconvexe, sur laquelle tombe le rayon QC parallèle à l'axe, il est nécessaire que ce rayon soit réfracté de telle manière au point C situé sur la surface KBC qu'il tombe ensuite dans le prolongement de CL, rayon réfracté provenant du rayon HC *. Il suivra donc la voie CD, et l'on calculera de la même manière que plus haut pour la lentille planconvexe ⁵⁾ le point où cette droite CD coupe l'axe AE. Comme dans ce cas-là l'aberration ED sera donc dans celui-ci égale à $\frac{2}{3}$ fois l'épaisseur OC ou BG de la lentille, épaisseur qui est trouvée ici, comme auparavant, à l'aide des grandeurs données AB et CG.

* Prop. I, Part. I, Liv. I ⁴⁾.

¹⁾ Comparez la deuxième définition, p. 277 du Tome présent.

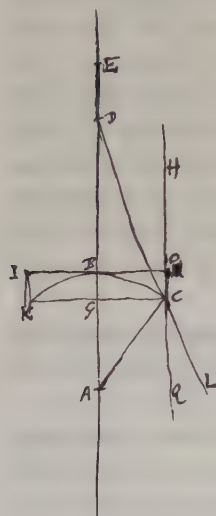
²⁾ Voir la p. 41 du Tome présent.

[PROPOSITIO V.]

Concavarum lentium quænam melius radios parallelos dispergant investigare.

Concavarum nomine omnes eas lentes intelligimus quæ radios parallelos dispergere aptæ sunt, etsi alteram superficierum planam, aut etiam convexam habeant ¹⁾. Earum vero tanto melius quæque dispergere radios dicenda est, quanto propius ita eos inclinat ut tanquam ab uno puncto manare videantur, sive ut refractiones eorum retro productæ intra minimum spatium cum axe lentis conveniant.

[Fig. 18.]



Sit primum lens planoconcava KBCOI [Fig. 18], superficie plana OI radios parallelos excipiente, centrum vero superficiei concavæ fit A, axis lentis ABE; radius autem axi parallelus extremus fit HO, qui planam quidem superficiem irrefractus transibit. ex cava autem egrediens ita frangatur ut pergat secundum CL, quæ retro producta conveniat cum axe in D. Punctum autem dispersus lentis fit E, quod invenitur ponendo BE duplam BA, ut constat ex propos. [XI, part. I, lib. I] ²⁾.

Ex qua etiam apparet ³⁾, radios omnes parallelos qui minus ab axe distant quam HO, propius concurrere ad punctum E quam LCD, si nempe similiter refractiones eorum retro producantur. Est itaque lentis hujus aberratio DE, quæ ut invenitur eadem est calculi ratio atque in lente planoconvexa. Producta enim HC versus Q, factaque CG perpendiculari ad AB, junctaque CA, si putemus lentem planoconvexam esse KBCG, in quam cadat radius axi parallelus QC, necesse est eum ita refringi in C, puncto superficiei KBC, ut refractione ejus sit in directum refractioni CL radij HC *. itaque incedet secundum CD. * Prop. [I, Part. I, Lib. I.] ⁴⁾ cujus proinde concursus cum axe AE, eodem calculo quo supra in lente planoconvexa investigabitur ⁵⁾. Quemadmodum igitur illic ita et hic erit aberratio ED aequalis $\frac{2}{3}$ crassitudinis lentis OC, sive BG. quæ crassitudo invenitur ut illic ex datis AB, CG.

³⁾ C'est-à-dire en consultant de même la p. 37 de la Prop. IX, Part. I, Liv. I.

⁴⁾ Voir la p. 13 du Tome présent.

⁵⁾ Voir les pp. 283 et 285 du Tome présent.

Mais dans la même lentille placée dans la position inverse [Fig. 19], celle où la surface concave KBC est exposée aux rayons parallèles, deux réfractions des rayons se produisent. En effet, le rayon HC est réfracté d'abord au point C et se meut ensuite selon C κ qui, prolongée en sens inverse, doit couper l'axe en un point P; quittant ensuite la lentille au point κ par la surface plane ce rayon se dirige suivant une droite κ L qui, prolongée en sens inverse, rencontre l'axe en-deçà du point P, supposons en D. Or, la distance BE du point de dispersion de la lentille ainsi placée est de nouveau égale au double de BA ¹⁾; et l'on trouve l'aberration ED du rayon extrême de la façon qui suit.

D'abord le rayon C κ , provenant de la réfraction du rayon HC à la surface concave KBC, tombe sur la même droite que le rayon réfracté qui proviendrait du rayon OC parallèle à l'axe de la lentille si la surface CBK était convexe. Par conséquent, la distance AP du point de concours de la droite C κ prolongée au centre A sera trouvée de la même manière que plus haut dans le cas de la lentille planconvexe ²⁾. Et on a de nouveau ici $AP:PC = 2:3$. La distance PC sera donc également donnée. Mais $GP:PC = BP:P\kappa$. Cette dernière sera donc aussi connue, et l'on tirera B κ de la considération des mêmes triangles semblables. Mais comme le rayon C κ acquiert par la deuxième réfraction une direction κ L telle que, si κ L rencontre l'axe au point D, le rapport $P\kappa:\kappa D$ devient égal à l'indice de réfraction du verre, c'est-à-dire à $3:2$, et que $P\kappa$ est donnée, il en résulte que κD sera également connue. Et si du carré de cette dernière distance nous retranchons le carré de B κ , nous obtiendrons le carré de BD, donc aussi BD elle-même, et ensuite aussi la longueur DE.

Or, de même que pour la lentille planconvexe dont la surface sphérique est placée à l'extérieur, de même aussi pour la lentille planconcave ainsi placée l'aberration ED est à peu près égale à $\frac{7}{8}$ fois l'épaisseur CO ou GB.

Il faut donc dire que de cette façon une lentille concave disperse beaucoup mieux les rayons parallèles que lorsqu'elle les reçoit d'abord sur sa surface plane.

Considérons maintenant une lentille biconcave IBCKB₁ [Fig. 20]. Soit A le centre de la surface IBC exposée aux rayons parallèles et N celui de l'autre surface BK . L'axe NA de la lentille qui traverse ces deux centres doit être supposé prolongé dans les deux sens. Étant donc donnés les rayons AB et NM, la distance BE du point de dispersion des rayons parallèles sera également donnée. En effet, si l'on prend BR égale à $3BA$ et MX ³⁾ égale à $3MN$, il est certain qu'on aura $RX:RN = RB:RE$ *; d'où il apparaît que RE, et, par conséquent, aussi EB, sont connues.

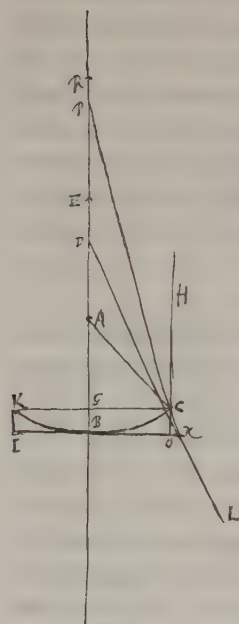
* Prop. XVII, Part. I, Liv. I ⁴⁾.

¹⁾ Comparez la Prop. XV, Part. I, Liv. I, à la p. 85 du Tome présent.

²⁾ Voir les pp. 285 et 287.

At in eadem lente contrario modo collocata, ut nempe superficies cava KBC [Fig. 19] radios parallelos excipiat, duæ fiunt radiorum refractiones. radius enim

[Fig. 19].



HC primum in C frangitur, ferturque inde secundum $C\kappa$, quæ retro producta cum axe convenit in P, ac rursus ex plana superficie egrediens in κ pergit secundum κL , quæ retro producta convenit cum axe citra punctum P, puta in D. Est autem distantia BE puncti dispersus lentis sic positæ dupla rursus BA¹⁾: Inveniturque aberratio radij extremi ED hoc pacto.

Primum refractionis radij HC facta in superficie cava KBC nempe C κ in eandem rectam convenit cum refractione radij OC axi lentis paralleli si superficies CBK convexa foret, adeoque invenietur AP intervallum quo distat concursus productæ C κ , à centro A, eodem modo atque supra in lente planoconvexa²⁾; estque hic rursus AP ad PC ut 2 ad 3. Ergo et PC dabitur. Sicut autem GP ad PC ita BP ad P κ . Ergo et hæc data erit, et ex eadem triangulorum similitudine dabitur et B κ . Jam vero cum secunda refractione radius C κ ita inflectatur in κL , ut, concurrente ea cum axe in D, ratio P κ ad κD sit eadem quæ refractiones vitri metitur, nempe quæ 3 ad 2; dataque sit P κ , etiam κD dabitur, a cujus quadrato auferendo quadr. B κ , habebitur quadr. BD, unde et ipsa BD, ac proinde et DE.

Est autem sicut in lente planoconvexa, cujus sphaerica superficies exterior ponitur, ita et in hac lentis concavoplanæ positione, aberratio ED proximè $\frac{2}{3}$ crassitudinis CO five GB.

Adeo ut hoc modo longe melius radios parallelos hæc lens cava dispergere dicenda sit quam cum superficie plana illos primum excipit.

Esto autem jam lens utrinque cava IBCKB₁ [Fig. 20]. Sitque superficiæ IBC, quæ parallelos radios excipit, centrum A alterius vero superficiæ I₁BK centrum N. per quæ transiens axis lentis NA utrimque productus intelligatur. datis igitur semidiametris AB, NM, dabitur et BE distantia puncti dispersus radiorum parallelorum. factis enim BR tripla BA, et MX³⁾ tripla MN, constat esse ut RX ad RN ita RB ad RE^{*}; unde RE, ac proinde et EB, datam esse liquet.

* [Prop. XVII, Part. I, Lib. I]⁴⁾.

³⁾ Les points B et M coïncident; mais considérez toujours les définitions de la p. 277.

⁴⁾ Voir la p. 91 du Tome présent.

Supposons ensuite que le rayon extrême parallèle à l'axe HC suive après la première réfraction à la surface IBC la voie $C\kappa$, de telle manière que ce rayon prolongé en sens inverse rencontre l'axe au point P; et que par la deuxième réfraction à la surface MK ce rayon acquière la direction de la droite κL qui, prolongée en sens inverse, coupe l'axe au point D. L'aberration du rayon extrême HC est donc DE, laquelle, comme nous le montrerons, doit être trouvée ici un peu autrement que pour la lentille biconvexe ¹⁾. Mais il faut remarquer d'abord que, quoique la surface MK soit supposée prolongée jusqu'à κ et qu'elle ait donc une étendue un peu plus grande que la surface IBC, nous considérons cependant ici comme épaisseur de la lentille la longueur $G\gamma$ égale à CK, c'est-à-dire à la partie de la droite HC qui est interceptée par les deux surfaces. De même il faut considérer comme ouverture de la lentille le double de CG, et non pas le double de la distance du point κ à l'axe.

Supposons maintenant que NZ soit parallèle à CP et que le prolongement de κD la coupe en Z. Menons ensuite une perpendiculaire κV à NZ et une autre NF au prolongement de $P\kappa$.

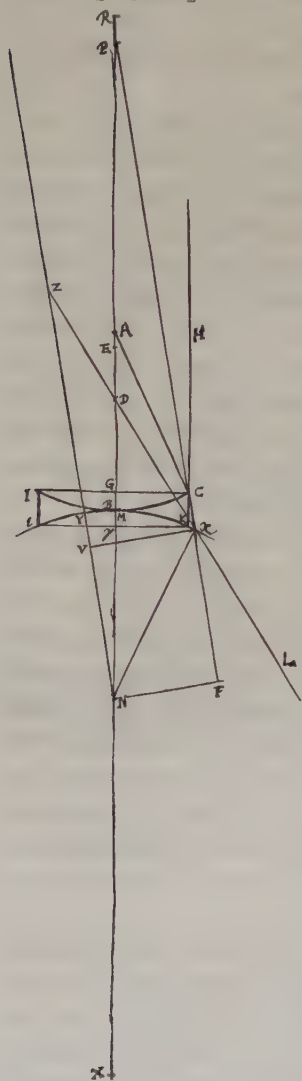
D'abord on trouve donc AP et PC, d'après les longueurs données AB et CG, comme plus haut dans le cas de la lentille planconcave. Mais AP et AR étant données, on connaît aussi PR et si l'on retranche cette longueur de RN, qui est donnée, il reste PN. On fait ensuite que le rapport des longueurs données PC et CG est égal au rapport PN:NF; et en retranchant le carré de cette dernière longueur du carré de $N\kappa$, on obtient comme reste le carré de κF . Mais comme PC est à PG (qui est connue, vu que AP et AG sont connues), ainsi est PN à PF, et si l'on en retranche la longueur trouvée κF , il restera $P\kappa$. En considérant de nouveau NZ comme axe de la surface concave κY , qui réfracte le rayon $C\kappa$ de telle manière que, si l'on prolonge κL jusqu'au point Z, on a $NZ:Z\kappa = 3:2$, on trouvera la distance NZ au moyen du rayon donné NY et de $V\kappa$, qui est égal à la longueur trouvée NF, de la même façon qu'antérieurement dans le cas de la lentille planconvexe dans sa première position ²⁾. Mais la similitude des triangles $DP\kappa$ et DNZ nous conduit à la relation $NZ:P\kappa = ND:DP$; d'où l'on tire, par composition, que la somme de NZ et $P\kappa$ est à $P\kappa$ comme NP est à PD. Si l'on ajoute cette longueur PD à la longueur donnée PR et qu'on retranche RE de leur somme, il restera ED qui était demandée. Voilà la méthode exacte de ce calcul.

Mais la même distance ED peut être trouvée sans qu'on prenne la peine de faire ce calcul, d'après une règle entièrement identique à celle qui nous a servi pour la lentille biconvexe ³⁾. En effet, en posant comme dans le cas de cette lentille $AB = a$, $NM = n$, et l'épaisseur de la lentille qui est ici CK ou $G\gamma = q$, on

¹⁾ Voir la p. 289 du Tome présent.

²⁾ Voir les pp. 283 et 285.

[Fig. 20.]



Ponamus porro radium extremum HC , axi parallelum, post refractionem primam in superficie IBC , ita ferri secundum $C\kappa$, ut, retro productus, conveniat cum axe in P . Altera vero refractione, in superficie IMK , flecti eum secundum κL , quæ retro producta conveniat cum axe in D . Aberratio itaque radij extremi HC est DE , quam paulo alia ratione hic inveniri ostendemus quam in lente utrinque convexa ¹⁾. Sed prius animadvertendum est, licet superficies IMK ad κ producta intelligatur, atque ita paulo amplius pateat quam superficies IBC , crassitudinem tamen lentis eam hic statui $G\gamma$ quæ est æqualis CK parti nimirum rectæ HC inter superficiem utramque interceptæ. sicut et apertura lentis dupla CG censenda est, non vero distantia dupla ab axe puncti κ .

Sit jam NZ parallela CP ; atque ei occurrat producta κD in Z . ducatur deinde κV perpendicularis ad NZ , et NF ad $P\kappa$ productam.

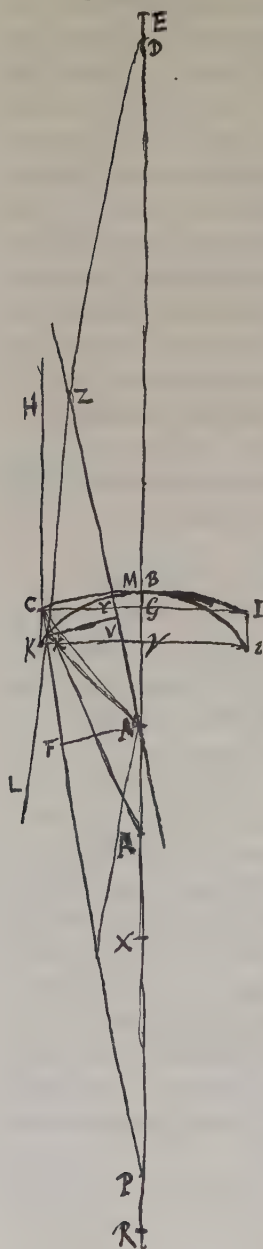
Primum itaque ex datis AB , CG ,veniuntur AP , PC , ut modo in lente planoconcava. Ex datis autem AP , AR datur PR , qua ablata ab RN quæ data est, relinquitur PN . Porro sicut PC ad CG quæ datae sunt ita PN ad NF , cujus quadrato subtraçto a quadr. $N\kappa$, reliquum erit quadratum κF . Sicut autem PC ad PG , (quæ data est, propter datas AP , AG) ita PN ad PF , à qua si auferatur inventa κF , supererit $P\kappa$. Consideratâ jam rursus NZ tanquam axe superficiei cavæ κY , quæ radium $C\kappa$ ita flectit, ut producta κL ad Z , sit NZ ad $Z\kappa$ ut 3 ad 2, invenietur ex data semidiametro NY et $V\kappa$, quæ æqualis est inventæ NF , distantia NZ , eodem modo atque supra in lente planoconvexa ac positione ejus prima ²⁾. Propter triangula autem similia $DP\kappa$, DNZ , erit ut NZ ad $P\kappa$ ita ND ad DP , et com-

ponendo ut utraque simul NZ , $P\kappa$ ad $P\kappa$ ita NP ad PD . qua addita ad datam PR , et ablata ab utrifque RE , supererit ED quæ requirebatur. Et hæc quidem calculi ratio exacta.

Verum eadem ED , regulâ prorsus simili atque in lente utrinque convexa ³⁾, invenitur absque illo calculi labore. Nam posita ut illic $AB \propto a$; $NM \propto n$, et crassitudine lentis quæ hic est CK five $G\gamma$, $\propto q$, fit semper $ED \propto$

³⁾ Comparez la p. 291.

[Fig. 22.]



aura toujours $ED = \frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6(a+n)^2}$ avec une approximation telle que la différence est négligeable par rapport à la distance ED elle même.

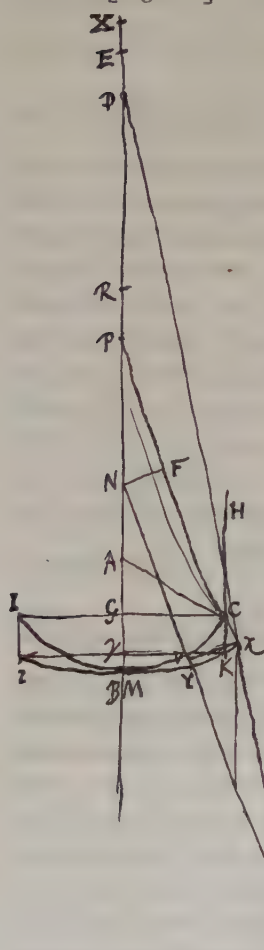
Au moyen de cette formule toutes les lentilles biconcaves peuvent être comparées entre elles et l'on peut trouver combien chacune d'elles disperse les rayons mieux qu'une autre. La meilleure sera trouvée par la détermination du minimum, laquelle sera nécessairement identique à celle qui se présentait dans l'étude de la lentille biconvexe ²⁾. On trouve donc que a et n , c'est-à-dire les rayons AB et NM, doivent être entre eux comme 1 est à 6 ³⁾. Il en résulte qu'une lentille de ce genre doit être considérée comme meilleure que toutes les autres pour corriger la vue des myopes et aussi pour rendre parallèles les rayons qui se dirigent vers un point unique quelconque.

Mais comme dans les télescopes la lentille convexe antérieure ne concentre pas parfaitement tous les rayons en un point unique, il s'ensuit que si l'on cherche la lentille concave la plus apte à les rendre parallèles et à les transmettre à l'oeil dans cette condition, il ne faut aucunement choisir la lentille à rapport sextuple dont nous avons parlé, mais d'autres lentilles moins parfaites, telles que par leurs défauts ceux de la lentille convexe soient compensés et corrigés ⁴⁾; de sorte qu'on peut obtenir par cet artifice des effets presque aussi excellents que ceux qu'on espère des lentilles de forme elliptique ou hyperbolique. Mais nous en dirons plus un peu plus loin ⁵⁾.

Ces lentilles moins parfaites mais plus utiles possèdent une surface convexe et une surface concave faisant partie d'une plus petite sphère. Or, le calcul relatif à ces lentilles est à peu près le même que pour une lentille biconcave. Mais il y a deux cas : la surface concave peut être tournée du côté des rayons parallèles incidents, ou bien c'est la surface convexe qui leur est opposée, comme on peut le voir dans les figures ci-jointes [Fig. 21 et 22]. Il faut remarquer à leur propos que ce n'est pas la somme mais la différence des deux longueurs ZN et xP qui est à xP comme NP est à PD.

Attribuons aux lettres les mêmes significations que dans le cas de la lentille biconcave, c'est-à-dire représentons par a le rayon AB de la surface qui reçoit d'abord les rayons, par n le rayon NM de la deuxième surface

[Fig. 21.]



$\infty \frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6qu. a+n}^1$): tam prope nimirum ut nullius momenti sit differentia respectu ipsius ED.

Secundum hæc omnes lentes utrimque cavæ inter se comparari possunt, ac quanto quæque melius radios dispergat reperiri. Optima autem ex minimi determinatione invenietur, quæ hic necessario eadem est atque in lente utrimque convexa²⁾; ut nempe ratio a ad n , hoc est semidiametri AB ad NM fit ea quæ 1 ad 6³⁾. Adeo ut hujusmodi lens ad corrigendam myopum visionem omnium optima censeretur debet. nec non ad radios, qui ad unum aliquod punctum feruntur parallelus efficiendos.

Sed quoniam in telescopijs lens anterior convexa non perfecte ad punctum unum radios inflectit, hinc fit ut si cava quærat quæ optime ad parallelismum eos reducat, atque ita ad oculum transmittat, nequaquam illa quam diximus rationis sexcuplæ deligenda sit, sed aliæ minus perfectæ, quarum nempe vitijs compensantur ac corriguntur vitia lentis convexæ⁴⁾, ut idem pene, quod de Ellipticæ ac hyperbolicæ figuræ vitris speratur, hac arte consequi liceat. Qua de re paulo post pluribus agetur⁵⁾.

Sunt autem ista imperfectiora sed usu meliora quibus superficies altera convexa, altera ex minori sphaera concava, in quibus calculi methodus eadem plane quæ in lente utrimque cava. duplex autem casus, quia vel cava superficies radijs parallelis obvertitur, vel convexa, ut in adjectis schematis [Fig. 21 et 22] videre est. In quibus observandum, non summam sed differentiam duarum ZN, κ P esse ad κ P sicut NP ad PD.

Positis vero literarum significationibus iisdem quæ in lente utrimque cava, ut nempe semidiameter AB, superficiiei quæ primum radios accipit, sit a , semidia-

¹⁾ Comparez pour la déduction de cette formule le § 6 de l'Appendice I, p. 371—375 du Tome présent.

²⁾ Voir la p. 291, en bas.

³⁾ Consultez encore le § 5 de l'Appendice I, vers la fin, aux p. 374—375.

⁴⁾ L'idée de compenser l'aberration sphérique de l'objectif par celle de l'oculaire s'est présentée à Huygens en septembre 1665, comme cela résulte d'une lettre à de Sluze du onzième de ce mois. Nous n'en possédons (voir p. 477 du T. V) que le sommaire où on lit: „Inventionem me invenisse æmulandi hyperbolicæ figuræ perfectionem lentibus sphaericis se mutuo corrigentibus in telescopia ex duabus tantum composito.”

⁵⁾ Voir la Prop. IX, p. 319—331, qui fait partie des „Rejecta ex dioptriciis nostris.”

et par q l'épaisseur CK, ou $G\gamma$, de la lentille. La règle qui sert à trouver l'aberration ED du rayon extrême sera exprimée dans le premier cas par la formule

$$ED = \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(n-a)^2}, \text{ et dans le deuxième cas, où } a > n, \text{ par la formule}$$

$$ED = \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(a-n)^2}.$$
 Or, il apparaît que ces formules sont absolument les mêmes que celles que nous avons données plus haut dans le cas des

lentilles concavo-convexes ²⁾. Elles nous permettront de comparer entre elles les lentilles concaves considérées et de déterminer les grandeurs relatives des aberrations propres à chacune d'elles. On peut démontrer en général que la même lentille convexo-concave placée comme dans le second cas, c'est-à-dire de telle façon que sa surface convexe reçoit les rayons, disperse moins bien ces rayons que lorsqu'elle est retournée. En effet, si les deux figures [Fig. 21 et 22] représentent la même lentille mais dans des positions différentes et que, par conséquent, NM dans le deuxième cas est égale à AB dans le premier cas, desquelles l'une et l'autre s'appelle a , et que, de même, AB dans la deuxième figure est égale à NM dans la première desquelles l'une et l'autre s'appelle n , il est évident que dans le deuxième cas on aura $ED = \frac{27nnq - 6anq + 7aaq}{6(n-a)^2}$. Mais dans le

premier nous avons $ED = \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6(n-a)^2}$. Comme n est plus grand que a et que, par conséquent, $27nn + 7aa > 27aa + 7nn$, il apparaît donc que la distance ED sera toujours plus grande dans le deuxième cas que dans le premier. Et il est aisé de voir que la même chose est vraie pour une lentille concavo-convexe placée dans les deux positions considérées.

De même que nous avons démontré ³⁾ que toute lentille concavo-convexe concentre les rayons d'autant plus mal que l'une de ses deux surfaces est plus concave, lorsque la distance focale et la largeur de la lentille restent invariables, de même aussi nous pourrions faire voir ici qu'une lentille convexo-concave disperse les rayons parallèles d'autant plus mal que l'une de ses deux surfaces est plus convexe. En effet, comme ME, ou d , distance du point de dispersion, est égale ici, dans le premier cas, à $\frac{2an}{n-a}$ ⁴⁾ et que, par conséquent, $a = \frac{dn}{2n+d}$, on trouvera d'après

la première règle, en substituant partout pour a l'expression $\frac{dn}{2n+d}$, $DE = \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn}$ ou $\frac{7ddq}{6nn} + \frac{2}{3}\frac{dq}{n} + \frac{7}{6}q$. Cette formule fait voir que plus la valeur qu'on prend pour n est petite, plus la distance DE sera grande, et qu'elle sera toujours supérieure à $\frac{7}{6}q$.

Dans le second cas on aura $n = \frac{ad}{2a+d}$, attendu que $d = \frac{2an}{a-n}$. En substituant

meter superficiei alterius NM fit n ; crassitudo lentis CK five G γ dicatur q ; Regula ad inveniendam aberrationem radij extremi ED, priori casu erit ista,

$$ED \propto \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6qu. n - a}. \text{ Posteriori vero, ubi } a \text{ major quam } n, \text{ erit hæc, } ED \propto$$

$$\propto \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6qu. a - n}^1). \text{ Quas apparet plane easdem esse quas ante in meniscis}$$

dedimus ²⁾. Poterimus autem secundum has comparisonem instituere lentium hujusmodi cavarum, et quanto quæque majorem aberrationem faciat definire. In universum vero ostendi potest lentem eandem convexoconcavam, ita collocatam ut in casu horum posteriore, ut nempe superficies convexa radios parallelos accipiat, minus bene eos dispergere, quam si aliter inversa fit. Si enim in schemate horum utroque [Fig. 21 et 22] lens eadem sed diverso positu intelligatur, fitque proinde NM casu posteriore æqualis AB in priore, ac utraque dicatur a : item AB in posteriore æqualis NM in priori, atque utraque dicatur n : manifestum est, posteriore casu fore jam $ED \propto \frac{27nnq - 6anq + 7aaq}{6qu. n - a}$. At priore erat

$$ED \propto \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6qu. n - a}. \text{ Ergo cum } n \text{ sit major quam } a \text{ ideoque } 27nn + 7aa$$

major quam $27aa + 7nn$, apparet ED posteriore casu semper majorem fore quam priori. Atque idem in menisco diversimode collocato obtinere perspicuum est.

Qua porro ratione meniscus quisque tanto pejus radios colligere ostensus fuit ³⁾, quanto magis cavam superficiem alteram habuerit, manente eadem foci distantia ac latitudine lentis, eadem poterit et hic de lente convexoconcava ostendi, tanto pejus eam radios parallelos dispergere, quanto magis convexam alteram superficiem habuerit. Etenim cum hic, priore casu, fit puncti dispersus distantia ME, quæ dicitur d , æqualis $\frac{2an}{n-a}$ ⁴⁾: ideoque $a \propto \frac{dn}{2n+d}$, fiet ex priore regula, substituto

$$\text{ubique } \frac{dn}{2n+d} \text{ in locum } a, DE \propto \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn} \text{ five } \frac{7ddq}{6nn} + \frac{2}{3} \frac{dq}{n} + \frac{7}{6} q.$$

ubi patet, quanto minor sumetur n tanto majorem fore DE, ac semper majorem fore quam $\frac{7}{6} q$.

Rursus secundo casu, cum fit $d \propto \frac{2an}{a-n}$, erit $n \propto \frac{ad}{2a+d}$, quo ubique reposito

¹⁾ Le manuscrit auquel nous avons emprunté l'Appendice I (voir la note 1 de la p. 355), contient encore à la p. 27 une déduction directe de cette dernière formule; mais la voie suivie ressemble tellement à celle que nous avons reproduite dans le § 6 de cet Appendice, p. 371—374, pour la déduction de la formule correspondante dans le cas d'une lentille biconcave, que nous avons cru pouvoir supprimer cette déduction.

²⁾ Voir la p. 293 du Tome présent.

³⁾ Voir la p. 295 du Tome présent.

⁴⁾ D'après la Prop. XVII, Part. I, Lib. I; voir à la p. 93 l'avant-dernier alinéa qui se rapporte à cette proposition.

tuant partout cette expression à n dans la seconde règle, on trouve $DE = \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa} = \frac{2}{3}q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$. Cette formule fait voir que plus la valeur de a est petite, plus la distance DE , ici aussi, devient grande, et qu'elle doit toujours être supérieure à $\frac{2}{3}q$. Voilà donc les formules qui permettent d'examiner le degré dans lequel chaque lentille convexe ou concave a le pouvoir de concentrer ou de disperser les rayons; mais avant de montrer leur utilité, nous devons commencer par établir les deux théorèmes suivants.

PROPOSITION VI.

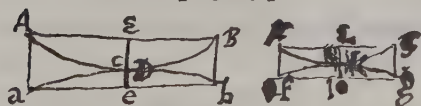
Dans des lentilles de largeurs diverses, convexes ou concaves, dont les surfaces exposées aux rayons ont la même courbure, et dont les surfaces opposées ont également la même courbure quoique différente de la première, ou qui possèdent chacune une surface plane, les aberrations des rayons extrêmes parallèles à l'axe sont entre elles comme les épaisseurs des lentilles, ou bien comme les carrés des largeurs.

On démontre facilement à l'aide de ce qui a été établi à la propof. I^{re}) que les épaisseurs de différentes lentilles de ce genre sont entre elles comme les carrés de leurs largeurs. En effet, si elles sont biconvexes comme le premier couple des lentilles ici représentées, $ACBD$ et $FHKG$ [Fig. 23], dont les épaisseurs ou les axes sont CD et HK , et qu'on considère donc dans ce cas les droites AB et FG comme définissant la largeur des lentilles, lesquelles droites coupent CD et HK en E et en L ; il est certain, attendu que $ACBE$ et $FHGL$ sont des segments de cercles égaux, que leurs hauteurs CE et HL feront l'une à l'autre comme le carré AB est au carré FG *, bien entendu à si peu de chose près pour les petites parties des cercles considérées ici que la différence n'est d'aucune importance. Pour la même raison DE fera aussi à KL comme le carré AB est au carré FG , et, par conséquent, l'épaisseur CD toute entière fera à HK comme le carré AB est au carré FG .

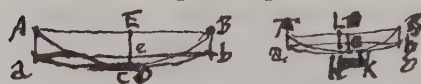
Mais dans le cas des lentilles concavo-convexes [Fig. 24] qui sont considérées ici en second lieu, nous concluons aussi que la différence des deux longueurs CE et DE est à celle des deux longueurs HL et KL , c'est-à-dire, que l'épaisseur CD est à HK comme le carré AB est au carré FG .

Dans le cas des lentilles biconcaves [Fig. 25], dont nous supposons que les sur-

[Fig. 25.]



[Fig. 26.]

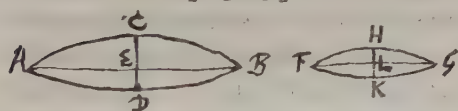
* Prop. I^{re}).

in locum n in posteriore regula, fit $DE \propto \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$ five $\frac{2}{3}q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{8}\frac{ddq}{aa}$. Ubi apparet, quo minor sumetur a , eo majorem iterum fieri DE : Eamque semper majorem fore quam $\frac{2}{3}q$. Et hæc quidem ad examinandam cujusque convexæ aut cavæ lentis in colligendis aut dispergendis radijs facultatem ac præstantiam, quorum antequam utilitatem ostendamus, theoremata duo sequentia præmittenda sunt.

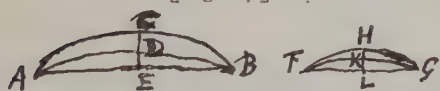
PROPO[SITIO VI].

In lentibus diversarum latitudinum, convexis aut concavis, quæ superficies radijs expositas ex eadem sphaera habuerint, itemque adversas superficies ex eadem sphaera licet a priori diversa, vel quæ alteram harum superficierum planam habuerint¹⁾, aberrationes radiorum extremorum axi parallelorum sunt inter se sicut lentium crassitudines, five etiam ut latitudinum quadrata.

[Fig. 23.]



[Fig. 24.]



Crassitudines lentium hujusmodi esse inter se sicut quadrata latitudinum, facile ostenditur ex demonstratis propof. [I]²⁾. Si namque sint utrimque convexæ, ut primum par hic depictarum, ACBD, FHGK [Fig. 23], quarum crassitudines seu axes CD, HK. hic ergo ductis AB, FG rectis quæ latitudines lentium definiant, secantque CD, HK in E et L; constat, quia seg-

menta ACBE, FHGL sunt æqualium circularum, fore eorum altitudines CE ad HL ut quadr. AB ad quadr. FG^{*}; tam prope nimirum in exiguis hujusmodi circularum portionibus ut nullius momenti sit differentia. Eadem ratione et DE erit ad KL ut quadr. AB ad FG. ac proinde et tota CD ad HK ut quadr. AB ad qu. FG.

In meniscis autem, qui secundo loco hic ponuntur [Fig. 24], concludemus et differentiam duarum CE, DE, esse ad differentiam duarum HL, KL, hoc est, crassitudinem CD ad HK, ut quadr. AB ad FG.

In lentibus utrimque cavis [Fig. 25], quarum superficies ACB, aDb sese

* [Prop. I]¹⁾.

¹⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent au lieu des mots en italiques: „tam anteriores quam posteriores superficies ex iisdem sphaeris habent, vel alteras planas”.

²⁾ Voir la p. 273 du Tome présent.

faces ACB et aDb, comme aussi FKG et fKg, se touchent, et dont les épaisseurs sont Ee et Ll, la démonstration est la même que dans le cas des lentilles biconvexes. Et dans le cas des lentilles convexo-concaves elle est identique à celle qui a servi dans le cas des lentilles concavo-convexes. Enfin, dans le cas où l'une des deux surfaces, soit des lentilles convexes, soit des lentilles concaves, est plane, la démonstration est manifeste d'après ce qui a été dit.

Il nous reste à démontrer que pour chaque couple de lentilles les aberrations des rayons extrêmes sont entre elles comme les épaisseurs. Pour les lentilles planconvexes et planconcaves il est manifeste qu'il doit en être ainsi, attendu que pour ces lentilles-là l'aberration du rayon extrême est égale, d'après ce qui a été dit plus haut ³⁾, à $\frac{2}{3}$ fois l'épaisseur des lentilles lorsque la surface plane reçoit les rayons parallèles, ou à $\frac{7}{6}$ fois la même épaisseur lorsque la surface sphérique est exposée à ces rayons. Mais dans le cas des autres lentilles composées, attendu qu'il ressort des règles énoncées plus haut que, lorsque les rayons des deux surfaces restent les mêmes ⁴⁾, le rapport de l'épaisseur de la lentille à l'aberration ED [Fig. 15—22] du rayon extrême reste également le même, il s'ensuit que cette aberration diminue dans le même rapport que l'épaisseur de la lentille, en d'autres termes dans le rapport des carrés des largeurs. Par exemple, comme nous avons dit ⁶⁾ que dans le cas de la lentille biconvexe l'épaisseur de la lentille est à l'aberration ED comme 6 fois le carré de la somme des deux rayons de courbure est à 27 fois le carré AB + 7 fois le carré NM + 6 fois le rectangle AB, NM, il en résulte que le rapport de ces deux grandeurs reste le même lorsque les rayons AB et NM ne varient pas ⁷⁾ et, par conséquent, que les aberrations propres aux lentilles possédant de telles surfaces convexes sont entre elles comme leurs épaisseurs.

PROPOSITION VII.

Dans le cas d'une lentille quelconque, convexe ou concave, les aberrations des rayons parallèles à l'axe sont entre elles comme les carrés des distances de ces rayons à l'axe.

¹⁾ Lisez plutôt: „convexoconcavis”; voir la note 2, p. 280.

²⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet intercalent: „autem”.

³⁾ Voir les pp. 285, 287, 297 et 299 du Tome présent.

contingere ponuntur, itemque FKG, fKg; quarumque crassitudines Ee et Ll, eadem est demonstratio, quæ in utrinque convexis. Et in cavoconvexis ¹⁾, eadem quæ in meniscis. Quod si vero vel convexarum vel cavarum lentium altera superficies plana fuerit, manifesta ex his quæ dicta sunt est demonstratio.

Supereft ²⁾ ut ostendamus aberrationes radiorum extremorum in unoquoque pari esse inter se ut lentium crassitudines. quod in planoconvexis et planoconcavis quidem ita se habere manifestum est, cum in his aberratio radij extremi ex supra scriptis ³⁾ sit vel $\frac{9}{2}$ crassitudinis lentium, si nempe plana superficies radios parallelos excipiat, vel $\frac{7}{6}$ ejusdem crassitudinis, si sphærica superficies radijs dictis exponatur. At in lentibus reliquis mixtis, quum ex Regulis supra traditis appareat manentibus ijsdem semidiametris utriusque superficiei ⁴⁾ eandem etiam manere rationem crassitudinis lentis ad aberrationem radij extremi, ED [Fig. 15—22]; sequitur eadem proportionem aberrationem hanc imminui qua decrefcit lentis crassitudo; *hoc est, secundum rationem quam habent latitudinum quadrata* ⁵⁾. Exempli gratia, cum in lente utrimque convexa dixerimus ⁶⁾ esse sicut sexcuplum quadratum compositæ ex semidiametris utriusque convexitatis ad vngintiseptuplum quadratum AB, plus septuplo quadrato NM, plus sexcuplo rectangulo AB, NM, ita crassitudinem lentis ad aberrationem ED. apparet rationem quæ est inter has eandem manere, manentibus semidiametris AB, NM ijsdem ⁷⁾, ac proinde sicut crassitudines lentium talibus convexis præditarum, ita esse inter se earum aberrationes.

PROPOS[ITIO VII].

In lente quavis convexa aut cava aberrationes radiorum axi parallelorum sunt inter se sicut quadrata distantiarum eorundem radiorum ab axe.

⁴⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet intercalent: „vel tantum manente eadem proportionem semidiametrorum”.

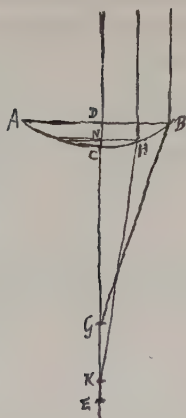
⁵⁾ Aux lieux cités on trouve au lieu des mots en italiques: „manentibus nempe superficiorum convexitatibus vel cavitatibus ijsdem: imo etiam manente tantum eadem semidiametrorum proportionem”.

⁶⁾ Voir la p. 291 du Tome présent.

⁷⁾ Aux lieux cités on trouve intercalée la phrase: „vel ut eandem inter se rationem servant”.

Dans le cas des lentilles concaves la démonstration de cette proposition est la plus facile: elle dépend de la démonstration précédente. En effet, soit ACBDCF [Fig. 27] la lentille concave, CE son axe et E son point de dispersion. Supposons en outre que le rayon parallèle à l'axe qui frappe le point B soit dispersé de telle manière que prolongé en sens contraire il rencontre l'axe au point G, tandis qu'un autre rayon parallèle à l'axe mais plus près de ce dernier et frappant le point H soit dispersé de telle manière que prolongé en sens inverse il coupe l'axe au point K. Pour qu'il apparaisse que l'aberration EG est à l'aberration EK comme le carré de la distance du point B à l'axe est au carré de la distance correspondante du point H, il faut considérer que le cas est le même que s'il y avait deux lentilles différentes DBA et NHF dont les demies largeurs seraient égales aux distances respectives des points B et H à l'axe. Et comme les surfaces sphériques des deux lentilles sont les mêmes, il résulte de la proposition précédente que leurs épaisseurs BD et HN sont entre elles comme les carrés de ces demies largeurs. Mais comme les épaisseurs BD et HN, ainsi sont entre elles les aberrations EG et EK. Par conséquent le rapport de ces dernières est de même égal à celui des carrés des distances des points B et H à l'axe.

[Fig. 28.]



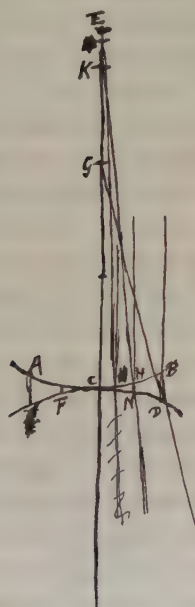
La démonstration est semblable dans le cas de la lentille planconvexe, lorsque la surface plane reçoit les rayons parallèles. En effet, soit ACB [Fig. 28] une lentille de ce genre, ayant l'axe DE et le foyer E, laquelle réfracte les rayons parallèles qui tombent sur la surface convexe aux points B et H après qu'ils ont traversé la surface plane AB sans changer de direction; supposons que ces rayons rencontrent l'axe aux points G et K. On peut donc, après avoir mené à l'axe DC la perpendiculaire HN, procéder de nouveau comme s'il y avait deux lentilles planconvexes, dont les épaisseurs sont DC et NC. Mais DC est à NC, comme le carré BD est au carré HN; et l'aberration EG est à l'aberration EK comme DC est à NC, attendu que $EG = \frac{2}{3} DC$ ¹⁾ et $EK = \frac{2}{3} NC$. Par conséquent aussi l'aberration EG est à l'aberration EK comme le carré BD est au carré NH.

Supposons maintenant la même lentille inversement placée [Fig. 29], c'est-à-dire de telle manière que les rayons parallèles tombent d'abord sur la surface convexe ACB, dont IC soit le rayon. Le foyer E peut donc être trouvé en prenant d'abord $CR = 3 CI$ et ensuite $DE = \frac{2}{3} DR$ ²⁾. Supposons que le rayon

¹⁾ Voir la p. 285 du Tome présent.

In cavis lentibus facilius hujus rei est demonstratio pendetque à proximè præcedenti. Sit enim lens cava ACBDCF [Fig. 27] cujus axis CE: punctum dispersus E. Radiusque axi parallelus in B punctum incidens ita dispergatur ut retro productus conveniat cum axe in G. alius vero radius parallelus

[Fig. 27.]



axi, sed propinquior incidens in H punctum dispergatur, ita ut productus retro conveniat cum axe in K. Ut igitur appareat aberrationem EG esse ad EK sicut quadr. distantiae puncti B ab axe, ad quadr. distantiae puncti H, considerandum est ita se rem habere ac si sint lentes duæ diversæ DBA, NHF, quarum dimidiæ latitudines sint dictæ distantiae punctorum B et H ab axe. Cumque sphaericæ superficies utrique lenti sint eadem, patet ex prop. præcedenti crassitudines earum BD, HN, ita esse inter se sicut quadrata illarum dimidiarum latitudinum. Sicut autem crassitudines BD, HN, ita sunt inter se et aberrationes EG, EK. Ergo et harum ratio eadem est quæ quadratorum à distantijs punctorum B et H ab axe.

Non absimilis quoque demonstratio est in lente planoconvexa, cum plana superficies radijs parallelis opposita est. Si enim sit lens hujusmodi ACB [Fig. 28], axem habens DE, focum E, in qua refringantur radij paralleli qui incidunt in puncta B et H, superficie convexæ, postquam planam AB irrefracti transierint: occurrant autem axi in G et K. Hic igitur ductâ HN perpendiculari ad axem DC, rursus tanquam duæ lentes planoconvexæ considerandæ sunt, quarum crassitudines DC et NC. sicut autem quadratum BD ad quadratum HN ita est DC ad NC; et sicut DC ad NC ita aberratio EG ad EK, cum EG æquetur $\frac{2}{3}$ DC ¹⁾, et EK $\frac{2}{3}$ NC. Ergo sicut quadr. BD ad quadr. NH ita quoque aberratio EG ad EK.

Sit autem nunc eadem lens contraria ratione disposita [Fig. 29], ut nempe radij paralleli incidunt primùm in superficiem convexam ACB, cujus semidiameter sit IC. Focus ergo E invenitur sumta primum CR tripla CI, ac deinde posita DE æquali $\frac{2}{3}$ DR ²⁾. Ponatur radius extremus axi parallelus incidens in B, convenire cum axe in G, adeo ut aberratio ejus sit EG, radius vero parallelus

²⁾ Voir la Prop. XIV, Part. I, Liv. I à la p. 83 du Tome présent. Le point R foyer de la surface BCA, remplace le point G de la Fig. 44 de la Prop. citée.

extrême parallèle à l'axe qui tombe sur la lentille au point B rencontre l'axe au point G, de sorte que son aberration soit EG, et que le rayon parallèle qui rencontre la lentille au point H se meuve ensuite selon la droite HP qui coupe la surface AB en S, où il est réfracté de nouveau, rencontrant ensuite l'axe au point K, de sorte que l'aberration de ce rayon soit EK. Il faut donc démontrer que l'aberration EG est à l'aberration EK comme le carré BD est au carré HN. Menons la droite HQ parallèle à SK; puisse-t-elle rencontrer l'axe en Q. Soit également HT une parallèle à l'axe CD qui coupe la surface AB au point T; et supposons enfin que la droite KS prolongée rencontre la droite HT au point V.

Si nous considérons maintenant la partie HCFN comme une autre lentille plan-convexe, son foyer O pourra être trouvé en prenant $NO = \frac{2}{3} NR$ ¹⁾. Or, le rayon extrême parallèle à l'axe qui tombe sur cette lentille au point H et qui est réfracté d'abord à la surface BCA de manière à se diriger vers le point P, se mouvra nécessairement selon la droite HQ après la deuxième réfraction à la surface plane HN; cette droite HQ étant parallèle à la droite SK suivant laquelle le rayon se meut après avoir été réfracté à la surface BD. Par conséquent, QO serait l'aberration du rayon extrême de la lentille HCFN; et il est connu que cette aberration est à l'aberration GE du rayon extrême de la lentille ACB comme le carré HN est au carré BD*. Si donc on démontre que l'aberration EK du rayon HH, après que celui-ci a traversé la lentille ACB, est égale à l'aberration OQ, il s'ensuivra aussi que l'aberration EG est à l'aberration EK comme le carré BD est au carré HN. Mais c'est ce qu'on démontre comme suit: Comme le rapport PS : SK est à peu près égal au rapport PD : DK²⁾, et que le rapport PS : SK égale 3 : 2*, on aura aussi approximativement PD : DK = 3 : 2. Mais comme PD est à DK ainsi HT est à TV, à cause de la similitude des triangles SPD, SHT et SKD, SVT. Par conséquent, on a aussi à peu de chose près HT : TV = 3 : 2; et par suite HV est à peu près égale au tiers de HT. Mais HV = QK. La longueur QK est donc égale elle aussi au tiers de HT ou de ND. Mais comme d'après notre construction RE est égale au tiers de RD et RO au tiers de RN, la différence OE des longueurs RE et RO fera égale au tiers de la différence DN des longueurs RD et RN. Il apparaît donc que OE = QK. C'est pourquoi, en ajoutant ou en retranchant (car ce cas-là peut aussi se présenter) des deux côtés la longueur OK, on aura KE = QO. C'est ce qu'il restait à démontrer. Il faut entendre cette démonstration en ce sens qu'elle est valable si l'on néglige de fort petites différences qui par rapport à KE et à QO ne sont d'aucune importance. En ce même sens le théorème sera vrai aussi pour toutes les autres lentilles convexes ou concaves, comme nous l'avons trouvé par un calcul analytique⁴⁾.

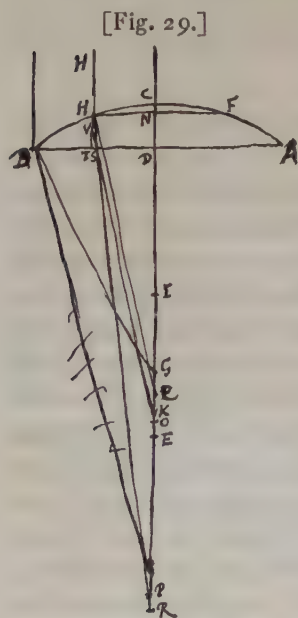
* Par la Prop. préc.

* Prop. III, Part. I, Liv. I³⁾.

¹⁾ Voir la note 2, p. 311.

incidens in punctum H, feratur inde secundum rectam HP quæ secet superficiem AB in S, ubi facta altera refractione, conveniat cum axe in K, adeo ut aberratio radij hujus sit EK. Ostendendum est igitur, quod sicut quadr. BD ad quadr. HN ita aberratio EG ad EK. Ducatur HQ parallela SK; atque occurrat axi in Q. Sit etiam HT parallela axi CD, quæ superficiem AB occurrat in T; ac denique producta KS occurrat ipsi HT in V.

Quod si jam consideretur tanquam lens alia planoconvexa HCFN, ejus focus O invenietur sumendo NO æqualem $\frac{2}{3}$ NR ¹⁾. Radius autem ejus extremus axi parallelus qui incidit in H, primæque refractione in superficie BCA flectitur versus punctum P, is necessario post secundam refractionem in superficie plana HN



feretur secundum HQ, quia hæc parallela est SK, secundum quam incedit refractus a superficie BD. Effet itaque QO aberratio radij extremi lentis HCFN; quam constat esse ad aberrationem GE radij extremi lentis ACB, sicut quadr. HN ad quadr. BD *. Quare si ostendatur aberrationem EK radij HH, trans lentem ACB missi, æqualem esse aberrationi OQ; patebit etiam esse quemadmodum quadr. BD ad quadr. HN ita aberrationem EG ad EK. Illud vero sic ostenditur, quum PS ad SK habeat eandem proxime rationem quam PD ad DK ²⁾; ratio autem PS ad SK sit ut 3 ad 2 *, erit et PD ad DK ut 3 ad 2 proximè. Sicut autem PD ad DK ita est HT ad TV, propter similitudinem triangulorum SPD, SHT, et SKD, SVT. Ergo et HT ad TV proxime ut 3 ad 2; ac proinde HV proxime pars tertia HT. Sed HV æqualis est QK. Ergo et QK similiter pars tertia HT vel ND. Cum vero ex constructione sit RE pars tertia RD; et RO pars tertia RN; erit et differentia duarum RE, RO, nempe OE, pars tertia differentie duarum RD, RN, quæ est DN. Itaque apparet OE

æqualem esse QK. quare si utrique addatur OK, vel utrinque auferatur (nam et hoc contingere potest) erit et KE æqualis QO; quod ostendendum supererat. Hæc autem intelligenda sunt ita se habere neglectis minimis differentiis quæ respectu ipsarum KE, QO nullius momenti sunt. Qua ratione theorema in cæteris quoque omnibus convexis cavisque lentibus verum erit, ut calculo analytico comperimus ⁴⁾.

* Prop. præc.

²⁾ [Prop. III, Part. I, Lib. I.] ³⁾

²⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet intercalent: „propter exiguam differentiam inter PS, PD, et inter KS, KD.”

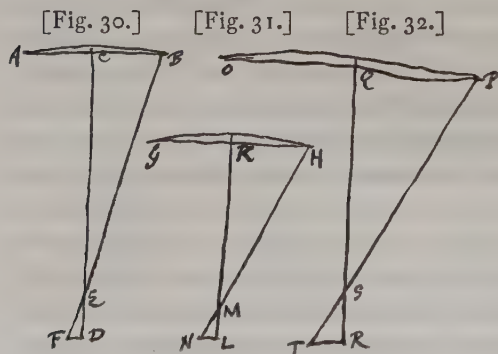
³⁾ Voir la p. 17 du Tome présent.

⁴⁾ Voir l'Appendice II à la présente Partie de la Dioptrique, p. 376—378.

PROPOSITIONS ÉCARTÉES DE NOTRE DIOPTRIQUE ¹⁾.PROPOSITION VIII ²⁾.

Dans les lentilles de même espèce les aberrations des rayons extrêmes, parallèles à l'axe, ont entre elles un rapport composé du rapport des carrés des diamètres de l'ouverture des lentilles et de celui des distances focales pris inversement. Mais les diamètres des cercles d'aberration ³⁾ ont entre eux un rapport composé du rapport des cubes des diamètres des dites ouvertures et du rapport inverse des carrés des distances focales.

Nous disons que deux lentilles sont de même espèce lorsqu'elles sont, soit toutes les deux planconvexes, soit l'une et l'autre biconvexes ou convexes d'un côté et concaves de l'autre de manière que les rayons de courbure des deux surfaces, convexes ou concaves, ont entre eux la même proportion. Et nous supposons ici de plus que les lentilles sont placées de la même façon par rapport aux rayons parallèles qu'elles reçoivent, c'est-à-dire que la surface la plus convexe de toutes les deux lentilles se trouve, soit du côté des rayons incidents, soit du côté opposé.



Considérons donc deux lentilles de ce genre. Soit AB [Fig. 30] l'ouverture de la première, CD sa distance focale, BEF le rayon réfracté correspondant au rayon extrême parallèle à l'axe, lequel donne lieu à l'aberration ED, et, par suite, DF le rayon du petit cercle d'aberration. L'autre lentille est censée avoir une ouverture GH [Fig. 31] et une distance focale KL; le rayon réfracté HMN, correspondant au rayon inci-

¹⁾ Les quatre propositions (VIII - XI) qui suivent et qui sont publiées ici pour la première fois faisaient partie pendant plusieurs années du manuscrit de la „Dioptrique”. On les retrouve de même dans la copie de Niquet. Or, vers 1673, sous l'influence des découvertes de Newton sur l'aberration chromatique, elles furent écartées du manuscrit en question et réunies dans une couverture portant la suscription: „Rejecta ex dioptricis nostris”. Voir, pour plus de détails sur les circonstances qui déterminèrent leur rejet, l'„Avertissement” qui se trouve au début du Tome présent.

²⁾ Cette proposition et sa démonstration, desquelles on trouvera une autre leçon plus primitive dans l'Appendice III à la présente Partie de la Dioptrique (p. 379—381) ont été rédigées

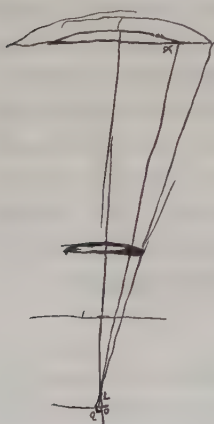
REJECTA EX DIOPTRICIS NOSTRIS¹⁾.[PROPOSITIO VIII.]²⁾

In lentibus ejusdem generis, aberrationes radiorum extremorum, axi parallelorum, rationem habent compositam ex ratione quadratorum à diametris aperturæ lentium, et ex ea quam habent foci distantia, contrarie sumta. Diametri vero circellorum aberrationis³⁾ rationem habent compositam ex ratione cuborum a dictis aperturarum diametris, et ex ratione quadratorum a foci distantijs, contrarie sumta.

Lentes duas ejusdem generis esse dicimus cum ambæ vel planoconvexæ sunt, vel utrinque convexæ, vel cava et convexa superficie compositæ, ac semidiametri utriusque convexi vel cavi eandem inter se rationem servant. Et hîc quidem similiter positas esse insuper postulamus respectu radiorum parallelorum quos excipiunt, ut nempe utriusque lentis superficies convexior ad illos obversa sit vel ab ipsa averfa.

Sunt igitur duæ ejusmodi lentes, quarum alterius apertura AB [Fig. 30], foci distantia CD, radij extremi ad axem paralleli refractio BEF, faciens aberrationem ED, semidiametrum vero circelli aberrationis DF. Alterius vero apertura GH, [Fig. 31] foci distantia KL, radij extremi refractio HMN, faciens aberrationem

après la Prop. IX qui suit, puisqu'on trouve en marge du Manuscrit des „Rejecta” l'annotation suivante, écrite de la main de Huygens: „Inserenda ante propositionem pag. 20.”, ce qui se rapporte à la Prop. IX.



³⁾ C'est ici qu'apparaissent pour la première fois dans l'œuvre de Huygens ces „cercles d'aberration”; la raison en est qu'il est arrivé à la conclusion que la netteté de la vision dépend du diamètre de ces cercles et non pas de l'aberration sur l'axe, qu'il a considérée exclusivement jusqu'ici. Voici, à ce propos, une annotation qu'on trouve à la p. 23 du manuscrit dont il sera question dans la note 1 de l'Appendice I, p. 355 du Tome présent:

„in pictura tabulæ” [d'une chambre obscure] „considerandæ OQ non OL. in oculo vero si eadem proportionē pictura hæc diminuat, latitudines OQ similiter minuentur. Sed si diminuat pictura in oculo, jam tanto quoque minuitur OQ. Puta primo tabulam idem esse quod fundum oculi.”

Comparez encore les p. 341—345 qui suivent. On remarquera d'ailleurs que les cercles d'aberration de Huygens ne sont pas identiques avec ceux de la dioptrique moderne qui représentent la section minimale du faisceau de lumière par un plan parallèle au plan focal. Toutefois les rayons des deux cercles ont entre eux un rapport constant; voir la note 1 de la p. 390 qui suit.

dent extrême, y donne lieu à l'aberration ML, et LN représente le rayon du cercle d'aberration. Il faut donc démontrer en premier lieu que le rapport des aberrations ED : ML est composé du rapport $AB^2 : GH^2$ ou $CB^2 : KH^2$ et du rapport KL : CD.

Prenons une troisième lentille OP [Fig. 32], également de même espèce, dont la distance focale QR soit égale à CD, tandis que le rayon QP de l'ouverture est à la distance focale QR comme HK est à KL. Soit PST pour cette lentille le rayon réfracté provenant du rayon incident extrême, SR l'aberration correspondante et RT le rayon du cercle d'aberration.

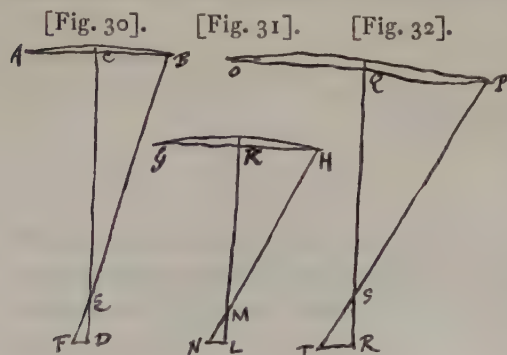
Le rapport ED : ML est composé des rapports ED : SR et SR : ML, dont le premier ED : SR est égal à $CB^2 : QP^2$ ¹⁾, et le second SR : ML à QR (ou CD) : KL²⁾. Il en résulte que le rapport ED : ML est composé des rapports $CB^2 : QP^2$ et CD : KL. Or, le rapport $CB^2 : QP^2$ est composé à son tour des rapports $CB^2 : KH^2$ et $KH^2 : QP^2$, ou $KL^2 : QR^2$, ou $KL^2 : CD^2$. Mais le rapport CD : KL est égal à celui du carré CD au rectangle CD, KL. Le rapport ED : ML sera donc composé des rapports $CB^2 : KH^2$, $KL^2 : CD^2$ et $CD^2 : CD$. KL, mais le rapport composé des deux derniers rapports est égal au rapport du carré KL au rectangle CD, KL, ou à KL : CD. Le rapport ED : ML est donc composé du rapport $CB^2 : KH^2$ et du rapport KL : CD, ce qui constitue le premier théorème qu'il fallait démontrer.

Nous démontrerons maintenant le second théorème, suivant lequel le rapport DF : LN est composé du rapport $CB^3 : KH^3$ et du rapport KL² : CD².

En effet, le rapport DF : LN est composé des rapports DF : DE, DE : ML et ML : LN, dont le premier DF : DE est égal à CB : CE ou CB : CD (car ici la petite différence ED est négligeable) et le dernier ML : LN à MK (ou LK) : KH. Le rapport DF : NL est donc composé des rapports CB : CD, KL : KH et ED : ML. Mais le rapport composé des deux premiers rapports est égal au rapport des rectangles BC, KL et CD, KH, c'est-à-dire au rapport composé des rapports CB : KH et KL : CD. Le rapport FD : NL est donc composé des rapports CB : KH, ED : ML et KL : CD. Mais il a été démontré que le rapport ED : ML est composé des rapports $CB^2 : KH^2$ et KL : CD. Par conséquent, le rapport FD : NL sera composé des rapports CB : KH et $CB^2 : KH^2$, qui ensemble produisent le rapport $CB^3 : KH^3$, et de deux fois le rapport KL : CD. Il apparaît donc que le rapport FD : NL est composé des rapports $CB^3 : KH^3$ et KL² : CD². C'est là le second théorème que nous nous proposons de démontrer.

¹⁾ Par la Prop. VI, p. 307. En effet, il est clair que pour les deux lentilles ACB, OQP dont les rayons de courbure des surfaces antérieures et postérieures sont dans le même rapport les distances focales seront proportionnelles à ces rayons. Si donc ces distances sont égales il faut que les rayons le soient aussi. La proposition mentionnée est donc applicable.

²⁾ À cause de la similitude complète des figures 31 et 32.



ML, femidiametrum vero circelli aberrationis LN. Primo itaque ostendendum est aberrationem ED ad ML rationem habere compositam ex ratione quadrati AB ad qu. GH, five qu. CB ad qu. KH, et ex ratione KL ad CD.

Esto lens tertia OP [Fig. 32] ejusdem quoque generis, cujus foci distantia QR sit aequalis CD, aperturae vero femidiameter QP ad foci distantiam QR se habeat ut HK ad KL. Refractio

autem radij extremi in hac lente sit PST, faciens aberrationem SR, et femidiametrum circelli aberrationis RT.

Quia ergo ratio ED ad ML componitur ex rationibus ED ad SR et SR ad ML; quarum ED ad SR eadem quæ quadrati CB ad qu. QP ¹); altera SR ad ML eadem quæ QR five CD ad KL ²); apparet rationem ED ad ML componi ex rationibus quadrati CB ad qu. QP et rectæ CD ad KL. Ratio autem quadrati CB ad qu. QP rursus composita est ex rationibus quadrati CB ad qu. KH, et quadrati KH ad qu. QP, five quadrati KL ad qu. QR, hoc est, ad qu. CD. At ratio CD ad KL est eadem quæ quadrati CD ad rectangulum CD, KL. Itaque ratio ED ad ML jam composita erit ex rationibus quadrati CB ad qu. KH, et quadrati KL ad qu. CD et quadrati CD ad rectangulum CD, KL: quæ duæ posteriores rationes æquantur rationi quadrati KL ad rectang. CD, KL, five rationi KL ad CD. Ergo ratio ED ad ML componitur ex ratione quadrati CB ad qu. KH et ex ea quam habet KL ad CD, quod erat primum.

Nunc alterum quoque ostendemus nimirum rationem DF ad LN componi ex ratione cubi CB ad cubum KH et ex ratione quadrati KL ad qu. CD.

Quia enim DF ad LN rationem habet compositam ex rationibus DF ad DE et DE ad ML et ML ad LN, quarum prior DF ad DE eadem est quæ CB ad CE five CD, (nam exigua differentia ED hîc nullius momenti est,) posterior vero ML ad LN eadem quæ MK seu LK ad KH. Componitur igitur ratio DF ad NL ex rationibus CB ad CD, et KL ad KH et ED ad ML. Harum vero priores duæ constituunt rationem rectanguli BC, KL ad rectang. CD, KH, hoc est eandem compositæ ex rationibus CB ad KH, et KL ad CD. Itaque ratio FD ad NL composita est ex rationibus CB ad KH, et ED ad ML et KL ad CD. Demonstratum vero fuit rationem ED ad ML componi ex rationibus quadrati CB ad qu. KH et ex ratione KL ad CD. Ergo FD ad NL componetur jam ex rationibus CB ad KH et quadrati CB ad qu. KH; quæ simul efficiunt rationem cubi CB ad cubum KH; et ex ratione KL ad CD duplicata. Patet itaque rationem FD ad NL componi ex ratione cubi CB ad cubum KH et quadrati KL ad qu. CD. quod erat alterum eorum quæ demonstrando proponebantur.

PROPOSITION IX.

Composer à l'aide de lentilles sphériques concaves et convexes des télescopes plus parfaits que les télescopes ainsi construits qu'on connaît jusqu'à ce jour et qui puissent égaler en perfection ceux qui sont composés de lentilles elliptiques ou hyperboliques¹⁾.

Dans les télescopes composés d'une lentille convexe et d'une lentille concave, il est nécessaire que les rayons parallèles, c'est-à-dire, ceux qui proviennent d'un point fort éloigné de l'objet, et qui sont réunis en un point unique par la lentille convexe, redeviennent parallèles par la réfraction de la lentille concave et parviennent ainsi à l'oeil. Mais ni la lentille sphérique convexe ne peut rassembler exactement en un point unique les rayons parallèles; ni la lentille concave, en supposant qu'ils tendent réellement vers un point unique, ne peut les rendre de nouveau exactement parallèles. On a donc cru jusqu'ici que les surfaces sphériques sont, pour ces deux raisons, moins propres à cet usage: personne ne soupçonnait que le défaut des lentilles convexes pût être corrigé à l'aide des lentilles concaves. Mais nous démontrerons ici que cette correction est possible et que, par conséquent, les télescopes de ce genre peuvent être rendus plus parfaits que ceux qu'on construit ordinairement.

Si l'on pouvait également corriger à l'aide d'une lentille oculaire convexe l'aberration de la lentille extérieure (en effet, pour observer les étoiles il faut nécessairement se servir de télescopes composés de lentilles convexes parce que ceux-ci embrassent un champ plus large), rien ne serait plus désirable dans cet art²⁾. Mais il est certain que cette correction mutuelle n'a pas lieu dans le cas d'une combinaison de deux lentilles convexes. Au contraire, le défaut de la lentille extérieure est toujours quelque peu augmenté par la lentille oculaire³⁾ et il n'y a aucun moyen d'y remédier.

Mais lorsque la lentille convexe est combinée avec une lentille concave, la méthode à suivre sera la suivante.

¹⁾ Comparez la note 4 de la p. 303.

PROPOS[ITIO IX].

Ex lentibus sphæricis cavis et convexis telescopia componere hactenus cognitis ejus generis meliora, perfectionemque eorum quæ ellipticis hyperbolicisve lentibus constant æmulantia¹⁾.

Cum in telescopijs, ex convexa et concava lente compositis, requiratur ut radij paralleli, hoc est, à puncto longinquo rei visæ venientes, atque opera convexæ lentis versus punctum unum contracti, lentis cavæ refractione rursus paralleli fiant, atque ita ad oculum perveniant; cumque nec lens sphærica convexa exacte ad punctum unum radios parallelos flectere possit; neque cava ut jam ad punctum unum tendant, exactè denuo parallelos efficere, creditum est hactenus utraque de causa fieri ut sphæricæ superficies minus aptæ essent his usibus, nemine suspicante vitium convexarum lentium lentibus cavis tolli posse. Hoc autem fieri licere, eoque telescopia hujus generis præstantiora quam solita sint construi, hic ostendere pergemus.

Quod si perinde convexa lente oculo admota aberratio lentis exterioris corrigi posset (ad sidera enim spectanda ex convexis lentibus telescopia componi necesse est quo amplius spatium intercipient), nihil in hac arte foret optabilius²⁾. Sed certum est in convexis inter se compositis emendationem illam mutuam non reperiri. Imo contra, vitium exterioris lentis a lente oculari augetur semper nonnihil³⁾ neque id ulla ratione impediri potest.

In compositione autem convexæ lentis cum cava hæc erit methodus.

²⁾ Voici de cette phrase une leçon plus primitive, qui fut biffée et remplacée par celle du texte avant que la copie de Niquet fut prise (en 1667 probablement): „Quod si convexa lente oculo admota aberratio lentis exterioris similiter corrigi posset, nihil in hac arte foret optabilius. Ad sidera enim spectanda ex convexis lentibus telescopia componi necesse est quum longa esse debeant multæque multiplicationis; nam in his si cava lens a parte oculi adhibeatur, tam exiguum spatium visu comprehenditur ut difficile sit stellas invenire, et inventæ subito ob coeli motum diffugiant.”

³⁾ Comparez la p. 341 qui suit.

* Prop. V, Part. I,
Liv. II ¹⁾).

Supposons donnée la grande lentille, c'est-à-dire la lentille extérieure ABCD [Fig. 33] du télescope, laquelle a une distance focale DE. Nous supposons également donné le grossissement, c'est-à-dire le rapport suivant lequel le télescope à construire doit agrandir les diamètres des objets; soit $b : c$, par exemple $10 : 1$, ce rapport. Divisons la droite DE en F de telle manière que DE soit à EF comme b est à c , ou dans le cas considéré comme 10 est à 1. Il est connu que la lentille concave doit être placée au point F pour que le grossissement requis ait lieu *; il faut bien entendu que le point de dispersion de cette lentille pour des rayons parallèles venant du côté E soit le point E. Mais comme les surfaces de la lentille ABCD sont données, l'aberration propre à cette lentille fera également donnée, c'est-à-dire, le rapport de l'aberration du rayon extrême à l'épaisseur de la lentille; soit $f : g$ ce rapport. Par exemple si la lentille ABCD est de la meilleure forme telle que nous l'avons définie précédemment ²⁾, le rapport $f : g$ sera égal à $15 : 14$, vu que l'aberration due à une lentille de ce genre est égale à $\frac{15}{14}$ fois son épaisseur. Prenons un nombre tel que c soit à b (ici $1 : 10$) comme $\frac{f}{g}$ (ici $\frac{15}{14}$) est à ce nombre; ce nombre sera $\frac{bf}{cg}$ (ici $\frac{150}{14}$ ou $\frac{75}{7}$). Il faut alors trouver une lentille concave à placer au point F, ayant FE comme distance du point de dispersion et dont l'aberration du rayon parallèle à l'axe venant du côté E soit égale au produit de son épaisseur par le nombre $\frac{bf}{cg}$, c'est-à-dire dans le cas considéré, à $\frac{75}{7}$ fois son épaisseur. Cette lentille pourra être biconcave si la fraction $\frac{bf}{cg}$ est inférieure à $\frac{9}{2}$ ³⁾; mais si cette fraction est plus grande, comme dans le cas considéré, il faut prendre une lentille convexo-concave et la meilleure sera celle dont la surface convexe doit être tournée du côté de l'oeil ⁴⁾, vu qu'alors elle

¹⁾ Voir la p. 193 du Tome présent.

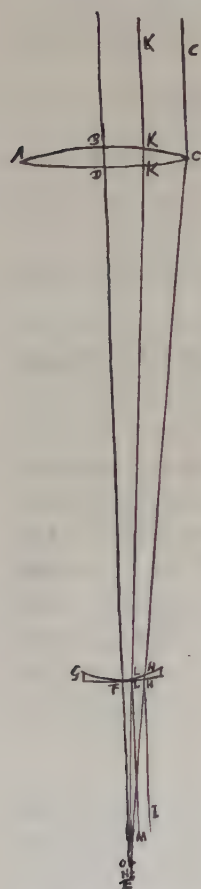
²⁾ Voir la p. 291 en bas.

³⁾ Puisqu'alors l'aberration se trouve être plus petite que celle d'une lentille planconcave, recevant les rayons sur le côté plan (voir la p. 297) et qu'elle est nécessairement plus grande que celle d'une lentille de la meilleure forme, attendu que $b : c$ surpasse toujours l'unité et que $f : g$ est égal ou supérieur à l'aberration d'une telle lentille.

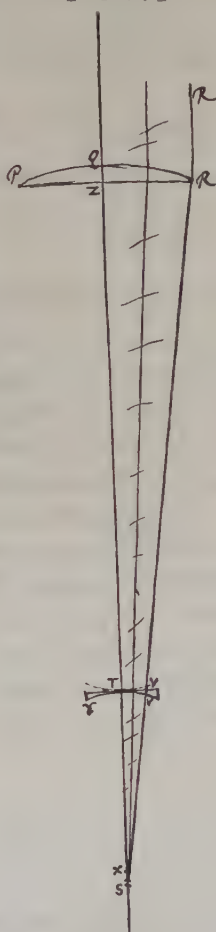
⁴⁾ La leçon primitive donnait au lieu des quatre derniers mots: „radijs parallelis obversa est.” Or, cette leçon primitive ne fut pas biffée, mais les mots du texte furent écrites au-dessus comme constituant une leçon alternative. Et, en effet, les deux leçons indiquent la

Data fit lens telescopij magna five exterior ABCD [Fig. 33], foci distantiam habens DE. ac data præterea ratio multiplicationis, hoc est, secundum quam res vifas telescopio construendo augeri cupimus secundum diametrum; quæ sit ea quæ b ad c , exempli gratia 10 ad 1. Divisa igitur DE in F, ut sit sicut b ad c ,

[Fig. 33.]



[Fig. 34.]



vel hic, 10 ad 1, ita DE ad EF; constat lentem cavam ad F constituendam fore, ut fiat dicta multiplicatio *. cujus nimirum len-

* [Prop. V, Part. I, Lib. II.]¹⁾

tis punctum dispersus radiorum parallelorum a parte E venientium sit in E. Quoniam vero et superficies lentis ABCD datæ sunt, dabitur et Aberratio ejus, hoc est, ratio quam habet aberratio radij extremi ad lentis crassitudinem, quæ sit ea quæ f ad g . Ex. gr. si lens ABCD ponatur omnium optima, quam in præcedentibus definivimus²⁾, erit ratio f ad g ea quæ 15 ad 14, quia aberratio lentis ejusmodi est $\frac{15}{14}$ suæ crassitudinis. Jam

sicut c ad b , (hic 1 ad 10) ita sit $\frac{f}{g}$ (hic $\frac{15}{14}$) ad alium numerum qui erit $\frac{bf}{cg}$ (hic $\frac{150}{14}$

sive $\frac{75}{7}$). Inveniaturque lens cava ad F constituenda, ac puncti dispersus distantiam habens FE, cujus aberratio radij axi paralleli à parte E venientis æquetur crassitudini suæ ductæ in numerum $\frac{bf}{cg}$; hoc est, in hoc

exemplo, cujus aberratio sit $\frac{75}{7}$ suæ crassitudinis. Quæ quidem lens poterit utrinque cava esse, si $\frac{bf}{cg}$ sit minus quam $\frac{9}{2}$ ³⁾; si vero

majus, ut hic, quærenda est cavoconvexa, meliorque erit cujus superficies convexa ad oculum convertenda erit⁴⁾, quia minus cavam superficiem quam altera requi-

même position de la lentille puisque les rayons parallèles de la leçon primitive sont ceux qui, sortant de la lentille, vont pénétrer dans l'oeil.

exige une surface moins concave que dans l'autre cas ¹⁾. Si donc nous appelons a le rayon de courbure de la surface convexe de la lentille cherchée, d la distance EF du point de dispersion, et q l'épaisseur de la lentille, l'aberration du rayon extrême est donnée d'après la règle énoncée plus haut ²⁾ par l'expression $\frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$. Il faut donc que cette expression soit égale à $\frac{bf}{cg}q$, et

dans le cas considéré à $\frac{75}{7}q$. Cette équation permet de trouver a , le rayon de la

surface convexe, lequel aura ici à-peu-près la valeur $\frac{86}{100}d$ ³⁾. Mais lorsque le rayon a est connu, on trouvera aussi n , le rayon de la surface concave, attendu que, comme nous l'avons dit plus haut ⁴⁾, $n = \frac{ad}{2a + d}$. Ici l'on aura $n = \frac{86}{272}d$

ou $\frac{32}{100}d$. Supposons donc la lentille GH [Fig. 33] construite avec les rayons trouvés de la surface convexe et de la surface concave. Je dis qu'un rayon quelconque parallèle à l'axe, tel que CC et KK, qui tombe sur la lentille AC, sortira de nouveau parallèlement à l'axe après avoir traversé cette lentille-là et ensuite la lentille GH. En effet ⁵⁾, pour démontrer ce théorème d'abord pour le rayon extrême CC, supposons que celui-ci après avoir traversé la lentille AC se meuve suivant la droite CO, qui coupe la lentille GH au point H, par lequel nous tirons la droite HI parallèle à l'axe. Considérons ensuite une autre lentille PQR [Fig. 34], qui soit planconvexe et dont la distance focale ZS et la largeur soient les mêmes que pour la lentille AC. Prenons ST = EF et plaçons au point T une lentille planconcave YTV, ayant le point de dispersion en S. Soit, pour la lentille PQR, RR le rayon extrême parallèle à l'axe, lequel après avoir été réfracté par la lentille se meuve suivant la droite RX qui coupe la lentille YTV au point V.

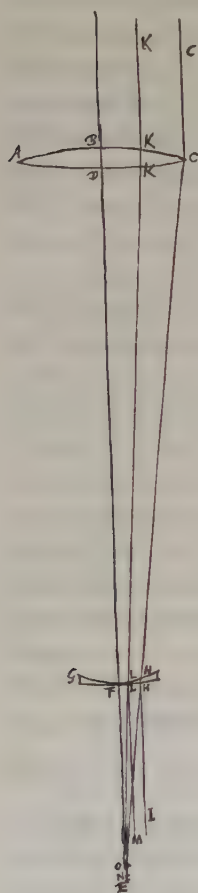
¹⁾ En effet, il s'agit ici de choisir des deux positions possibles de la lentille celle pour laquelle son aberration pour des rayons parallèles, arrivant du côté de l'œil, est la plus grande, puisqu'ainsi l'aberration désirée, qui doit compenser celle de l'objectif, peut être obtenue avec une moindre déviation de la forme planconcave.

²⁾ Voir la p. 307 du Tome présent.

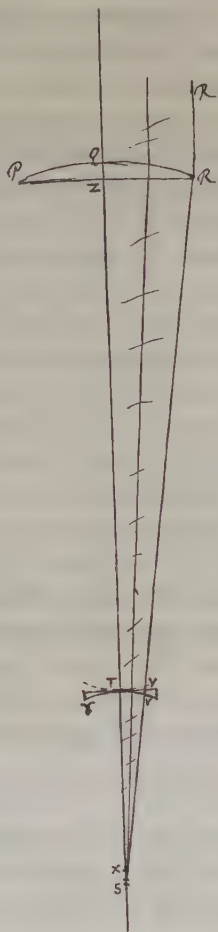
³⁾ Il s'agit de la résolution de l'équation quadratique $261a^2 - 168ad - 49d^2 = 0$. Pour l'une des racines on trouve, en effet, $a = 0,861.d$; pour l'autre $a = -0,218.d$. De cette dernière il résulte $n = -0,386.d$. Elle se rapporte donc à une lentille convexo-concave dont la surface concave, plus courbée que celle de la lentille choisie par Huygens, est tournée vers l'œil.

⁴⁾ Voir la p. 305.

[Fig. 33.]



[Fig. 34.]



foci distantia, ZS , atque etiam latitudo, eadem sit quæ lentis AC . Et sumta ST æquali EF , ponatur in T lens planoconcava YTV , punctum dispersus habens S . Sitque in lente PQR radius extremus axi parallelus RR , qui ab ea fractus incedat secundum rectam RX secantem lentem YTV in V .

rit ¹⁾. Quia igitur, positâ semidiametro convexæ superficiei lentis quæsitæ $\propto a$ et puncti dispersus distantia $EF \propto d$; crassitudine vero lentis $\propto q$; fit secundum regulam supra traditam ²⁾ aberratio radij extremi $\propto \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$, oportet proinde

hanc æquari $\frac{bf}{cg}q$, et in hoc exemplo $\frac{75}{7}q$.

Ex qua æquatione invenietur a semidiameter superficiei convexæ; quæ hic erit proximè $\frac{86}{100}d$ ³⁾. data autem a invenietur et n semidiameter superficiei cavæ; quia, ut superius dictum est ⁴⁾, $n \propto \frac{ad}{2a + d}$. fiet-

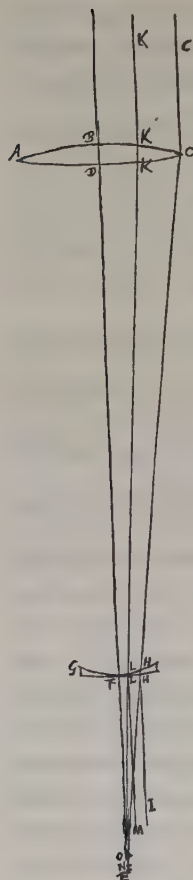
que hic $n \propto \frac{86}{272}d$, five $\frac{32}{100}d$. His itaque

semidiametris superficiei convexæ et concavæ formata fit lens GH . Dico radium quemvis axi parallelum atque in lentem AC incidentem ut CC et KK , penetrata illa, ac postea lente GH , rursus axi parallelum evadere. Ut enim ⁵⁾ de radio CC extremo primùm hoc demonstramus, ponamus eum ex lente AC egressum pergere secundum rectam CO , quæ fecit lentem GH in H , unde agatur HI axi parallela. Sit deinde lens alia planoconvexa PQR [Fig. 34], cujus

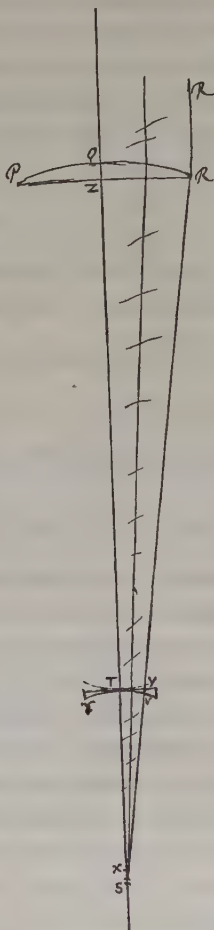
⁵⁾ À propos de la démonstration assez longue qui va suivre Huygens, à une époque inconnue, annota en marge: „P. S. non videtur tota hac demonstratione opus esse, cum ex dictis in constructione omnia appareant.”

Voici, en effet, de quelle manière il nous semble que la formule $27a^2 + 24ad + 7d^2 = \frac{6bf}{cg}a^2$, qui résume le résultat de cette démonstration, aurait pu être obtenue sans l’arti-

[Fig. 33.]



[Fig. 34.]

* Prop. III^o).

Comme donc la distance focale ZS est égale au diamètre de la surface PQR ¹), et la distance TS du point de dispersion au diamètre de la surface concave YTV ²); comme en outre $ZS : ST = RZ : VT$ (car les points X et S sont si peu éloignés l'un de l'autre que le rapport $ZS : ST$ peut ici être estimé égal au rapport $ZX : XT$), les arcs de cercle QR et TV seront semblables; et, par conséquent, le rapport de l'épaisseur QZ à celle de la lentille concave au point V sera égal à $ZS : ST$. Or, l'épaisseur BD de la lentille AC est égale à l'épaisseur QZ de la lentille PR , à cause de l'égalité des distances focales et des largeurs des deux lentilles *, et pour la même raison l'épaisseur de la lentille concave GH au point H sera égale à celle de la lentille YV au point V . Par conséquent, l'épaisseur BD sera aussi à l'épaisseur de la lentille GH au point H comme ZS est à ST , ou comme DE est à EF , c'est-à-dire comme b est à c . Si l'on pose $DB = e$, l'épaisseur de la lentille GH au point H sera donc égale à $\frac{ce}{b}$; mais l'aberration du rayon IH , réfracté

par la lentille GH et prolongé en sens inverse, est égale, d'après la construction, à l'épaisseur de la lentille au point H multipliée par l'expression $\frac{bf}{cg}$. Cette aberration fera donc égale au produit de $\frac{ce}{b}$ par $\frac{bf}{cg}$, c'est-à-dire, à $\frac{ef}{g}$. Mais comme l'épaisseur DB est e et que cette épaisseur est à l'aberration du rayon extrême due à la lentille AC comme g est à f , on voit que cette aberration-là est également exprimée par $\frac{fe}{g}$. Attendu que l'aberration du rayon IH est donc égale à celle de ce rayon extrême et que par conséquent le rayon réfracté provenant du rayon considéré correspond au point O , lorsqu'on le prolonge en sens inverse, il s'ensuit que le

fice, d'ailleurs très ingénieux, employé par Huygens en introduisant le système de lentilles de la fig. 34.

Soient donc, à cet effet, $e_1 = BD$ l'épaisseur de la lentille $ABCD$, $d_1 = AC$ sa largeur,

Quia ergo foci distantia ZS est diameter convexitatis PQR ¹⁾, et distantia puncti dispersus TS diameter cavitatis YTV ²⁾; sicut autem ZS ad ST ita RZ ad VT; (nam puncta X, S, tam parum distant ut ratio ZS ad ST eadem hic quæ ZX ad XT censeri possit) erunt arcus similes QR, TV; ideoque et crassitudo QZ ad crassitudinem lentis cavæ in V sicut ZS ad ST. Est autem crassitudo lentis AC, nempe BD, æqualis crassitudini QZ lentis PR, propter focorum distantias latitudinesque utriusque æquales*; eandemque ob rationem lentis cavæ GH crassitudo in H æqualis crassitudini lentis YV in V. Erit ergo et crassitudo BD ad crassitudinem lentis GH in H sicut ZS ad ST, five ut DE ad EF, hoc est ut b ad c . Unde si DB dicatur e , erit crassitudo lentis GH in H æqualis $\frac{ce}{b}$, atqui aberratio radij IH, refracti in lente GH, retroque producti, æqualis est, ex constructione, crassitudini ejus quam habet in H, ductæ in $\frac{bf}{cg}$. Ergo hæc aberratio erit id quod fit ducto $\frac{ce}{b}$ in $\frac{bf}{cg}$, nempe $\frac{ef}{g}$. Sed cum crassitudo DB fit e , cumque ipfa sit ad aberrationem radij extremi in lente AC ut g ad f , patet etiam hanc aberrationem esse $\frac{fe}{g}$. Cum igitur huic æqualis sit aberratio radij IH, ac proinde refractione ejus retro producta pertineat ad punctum O; sequitur et radium CH ad O tendentem ita

* [Prop. III.] ³⁾

e_2 = HH l'épaisseur et d_2 = 2FH la largeur de la partie effective de la lentille GFH, f_1 et f_2 les distances focales de ces lentilles ($f_1 : f_2 = b : c$), $\alpha_1 e_1$ et $\alpha_2 e_2$ les aberrations des rayons CC et IH ($\alpha_1 = f : g$); alors, si E est le foyer commun des deux lentilles, il faut qu'on ait $\alpha_2 e_2 = EO = \alpha_1 e_1$ pour que le rayon extrême CC, dirigé vers O après sa réfraction par la lentille ABCD, redevienne parallèle à l'axe optique après la réfraction par la lentille GFH. On a donc $\alpha_2 = \frac{fe_1}{ge_2}$; mais, d'après un théorème qui se déduit facilement de la dernière remarque de la note 4, p. 277, et qu'on s'étonne un peu de ne pas trouver parmi les propositions énoncées par Huygens, on doit avoir $\frac{e_1}{e_2} = \frac{f_2}{f_1} \cdot \frac{d_1^2}{d_2^2}$. Or, dans le cas de la figure 33 on a $d_1 : d_2 = BC : FH = BO : FO = f_1 : f_2$. Il en résulte: $\alpha_2 = \frac{f}{g} \cdot \frac{f_1}{f_2} = \frac{fb}{gc}$; ce qui amène dans les notations de Huygens:

$$27a^2 + 24ad + 7d^2 = \frac{6bf}{cg} a^2.$$

¹⁾ D'après la Prop. XIV, Liv. I, Part. I; voir la p. 83 du Tome présent.

²⁾ D'après la Prop. XV, Liv. I, Part. I; voir la p. 85.

³⁾ Voir la p. 277.

rayon CH qui se dirigeait vers le point O est réfracté de telle manière par la lentille concave au point H qu'il se meut ensuite suivant la droite HI parallèle à l'axe.

Or, la même chose peut maintenant aisément être démontrée pour un rayon quelconque plus rapproché de l'axe, tel que KK. Supposons que ce rayon, après avoir été réfracté par la lentille AC, se meuve suivant la droite KN qui coupe la lentille GH au point L et rencontre l'axe au point N, et soit LM une droite parallèle à l'axe. Comme la distance du point H à l'axe est alors à la distance de L comme la distance de C est à la distance de K, les carrés des distances nommées feront aussi dans les mêmes rapports. Or, comme le carré de la distance de C est au carré de la distance de K, ainsi est l'aberration OE du rayon CC à l'aberration NE du rayon KK *. Et comme le carré de la distance de H est au carré de la distance de L, ainsi est l'aberration du rayon IH, réfracté par la lentille GH, aberration égale à OE d'après ce qui a été démontré, à l'aberration du rayon ML. Par conséquent, l'aberration du rayon ML, elle aussi, sera égale à l'aberration NE. Il en résulte que comme le rayon réfracté provenant du rayon ML correspond au point N lorsqu'on le prolonge en sens inverse, le rayon KL qui se dirige vers le point N doit réciproquement être réfracté selon LM; en d'autres termes, ce rayon réfracté se mouvra parallèlement à l'axe, ce qu'il fallait démontrer.

* Prop. VII ¹⁾.

Nous avons trouvé par le calcul, d'après la méthode décrite, les rayons des surfaces contenus dans le tableau suivant; ce sont ces valeurs qu'il faut donner aux rayons de courbure des deux surfaces de la lentille convexo-concave pour obtenir quelques télescopes parfaits de cette espèce. La plus grande des deux lentilles y est supposée planconvexe, avec la surface sphérique tournée vers l'extérieur, parce qu'une lentille de ce genre est plus facile à construire que la lentille de la meilleure forme décrite plus haut possédant un rayon 6 fois plus grand que l'autre ²⁾, et que son aberration peut être corrigée par une lentille concave tout aussi bien que celle de la lentille de la meilleure forme ³⁾.

¹⁾ Voir la p. 307.

²⁾ Voir les pp. 289 et 291.

³⁾ Dans le cas de la table qui suit, on a donc $\frac{f}{g} = \frac{7}{6}$ (voir la p. 285). Posant ensuite γ pour le grossissement, on arrive aux formules:

$$\frac{27a^2 + 24ad + 7d^2}{6a^2} = \frac{7}{6}\gamma, \quad n = \frac{ad}{2a + d},$$

où d représente la distance focale de l'oculaire, laquelle est égale à la $\gamma^{\text{ième}}$ partie de celle de

frangi à lente cava in H ut inde feratur secundum rectam HI axi parallelam.

Idem vero et de radio quolibet axi propiore ut KK facile nunc ostendetur. Pergat enim hic, post refractionem in lente AC, secundum rectam KN quæ secet lentem GH in L, et conveniat cum axe in N, et sit LM axi parallela. Cum ergo distantia puncti H ab axe sit ad distantiam L ut distantia C ad distantiam K erunt et quadrata earum distantiarum in eadem ratione. Sicut autem quadr. distantiae C ad quadr. distantiae K ita est aberratio radij CC quæ est OE ad aberrationem radij KK, quæ est NE *. Et sicut quadr. distantiae H ad quadr. distantiae L ita est aberratio radij IH, fracti in lente GH, quæ aberratio ipsi OE æqualis ostensa est, ad aberrationem radij ML. Itaque aberratio radij ML æqualis quoque erit ipsi NE. Quare cum refractione radij ML retro producta pertineat ad punctum N, etiam radius KL tendens ad N flectetur secundum LM, hoc est, axi parallelus feretur, quod erat ostendendum.

* [Prop. VII.] *)

Secundum hæc instituto calculo invenimus femidiametros superficierum, sequenti tabella comprehensas, quibus utrumque latus lentis cavoconvexæ formari debeat, ad perfectâ aliquot hujusmodi telescopia. Ponitur autem in his lens major planoconvexa, superficie sphærica extrorsum versa, quod parabilior sit hæc lens quam optima illa superius descripta rationis sexcuplæ ²), aberratioque ejus lente cava æque ut in altera corrigatur ³).

l'objectif, a le rayon de courbure de la surface convexe de l'oculaire, n celui de sa surface concave. Il s'agit donc chaque fois de calculer en premier lieu la racine positive de l'équation :

$$(7\gamma - 27)a^2 - 24ad - 7d^2 = 0,$$

la racine négative correspondant à un oculaire dont la surface concave devrait être tournée vers l'œil. Ainsi dans le second cas de la liste on a $\gamma = 9$ et l'équation $36a^2 - 24ad - 7d^2 = 0$ donne $a = \frac{1}{3}d + \frac{1}{6}d\sqrt{11}$, ou bien, pour $d = \frac{8}{9}$, $a = 0,7876\dots$; ensuite on trouve $n = 0,2841\dots$ Notons, en passant, que le premier exemple de la liste est calculé fautivement.



D'ailleurs pour montrer tout de suite par un exemple la grandeur de la courbure qu'on doit donner aux surfaces de l'oculaire pour obtenir la compensation désirée, nous reproduisons ici une petite figure empruntée au manuscrit dont il sera question dans la note 1 de la p. 355. Elle y est accompagnée de l'annotation suivante: „taliscirciter lens ad augmentum 25^{cuplum} in telescopio 3 pedum 7 poll. habet punctum dispersus ad 2 pollices.”

Distance focale de la grande lentille (qui est planconvexe).		Grossissement du télescope suivant le diamètre.	Rayon de la surface convexe de la lentille oculaire en parties de pouces.	Rayon de la surface concave de la lentille oculaire en parties de pouces.
pouces	4	5	$\frac{1564}{1000}^1$	$\frac{318}{1000}^2$
	8	9	$\frac{788}{1000}$	$\frac{284}{1000}$
	1	12	$\frac{619}{1000}$	$\frac{277}{1000}$
	$1\frac{1}{2}$	16	$\frac{519}{1000}$	$\frac{270}{1000}$
	2	20	$\frac{452}{1000}$	$\frac{258}{1000}$
	$2\frac{1}{2}$	24	$\frac{404}{1000}$	$\frac{245}{1000}$
	3	27	$\frac{393}{1000}$	$\frac{247}{1000}$
	$3\frac{1}{2}$	30	$\frac{380}{1000}$	$\frac{246}{1000}$
	4	34	$\frac{350}{1000}$	$\frac{238}{1000}$
	5	40	$\frac{331}{1000}$	$\frac{230}{1000}$
pieds	6	46	$\frac{313}{1000}$	$\frac{224}{1000}$
	8	58	$\frac{283}{1000}$	$\frac{219}{1000}$
	10	68	$\frac{272}{1000}$	$\frac{208}{1000}$
	12	78	$\frac{261}{1000}$	$\frac{204}{1000}$
	12	100	$\frac{175}{1000}$	$\frac{141}{1000}$

L'usage du tableau est manifeste. Si j'ai par exemple une lentille planconvexe possédant une distance focale de 3 pieds et que je désire construire avec cette lentille un télescope qui grossit les diamètres des objets dans le rapport de 1 à 27, le tableau m'apprend qu'il faut prendre le rayon de la surface convexe de la lentille oculaire égal à $\frac{393}{1000}$ ou $\frac{2}{5}$ pouce à peu près et le rayon de la surface concave de cette même lentille à $\frac{247}{1000}$ ou $\frac{1}{4}$ pouce environ.

Mais si avec cette même lentille convexe de 3 pieds je désire construire un télescope qui grossit 40 fois le diamètre des objets et trouver la lentille concave nécessaire à ce but, il faut, puisque le tableau indique ce grossissement pour un télescope de 5 pieds dont les rayons de la lentille concave sont $\frac{331}{1000}$ et $\frac{230}{1000}$, prendre un

Foci distantia lentis majoris plano- convexæ.	Multiplicatio Telescopij secundum diametrum.	Semidiam. superficiei convexæ lentis ocularis in partibus pollicum.	Semidiam. superficiei cavæ lentis ocularis in partibus poll.
pollices { 4	5	$\frac{1564}{1000}$ ¹⁾	$\frac{318}{1000}$ ²⁾
8	9	$\frac{788}{1000}$	$\frac{284}{1000}$
1	12	$\frac{619}{1000}$	$\frac{277}{1000}$
$1\frac{1}{2}$	16	$\frac{519}{1000}$	$\frac{270}{1000}$
2	20	$\frac{452}{1000}$	$\frac{258}{1000}$
$2\frac{1}{2}$	24	$\frac{404}{1000}$	$\frac{245}{1000}$
3	27	$\frac{393}{1000}$	$\frac{247}{1000}$
$3\frac{1}{2}$	30	$\frac{380}{1000}$	$\frac{246}{1000}$
pedes { 4	34	$\frac{350}{1000}$	$\frac{238}{1000}$
5	40	$\frac{331}{1000}$	$\frac{230}{1000}$
6	46	$\frac{313}{1000}$	$\frac{224}{1000}$
8	58	$\frac{283}{1000}$	$\frac{219}{1000}$
10	68	$\frac{272}{1000}$	$\frac{208}{1000}$
12	78	$\frac{261}{1000}$	$\frac{204}{1000}$
12	100	$\frac{175}{1000}$	$\frac{141}{1000}$

Ufus tabellæ manifestus est; ut si habeam lentem planoconvexam cujus foci distantia 3 pedum, cupiamque ex ea telescopium adaptare quod 27^{ies} res visas secundum diametrum multiplicet; docet tabella semidiametrum superficiei convexæ lentis ocularis debere sumi $\frac{393}{1000}$ sive $\frac{2}{5}$ proxime unius pollicis; semidiametrum vero superficiei cavæ ejusdem lentis, $\frac{247}{1000}$ sive proxime $\frac{1}{4}$ pollicis.

Quod si vero eadem lente convexa 3 pedum telescopium parare velim cujus multiplicatio sit quadragcupla, lentemque cavam reperire quæ ad hoc requiritur, quoniam tabella hanc multiplicationem dat telescopio pedum 5, cujus cavæ lentis semidiametri sunt $\frac{331}{1000}$, $\frac{230}{1000}$, oportet facere ut longitudo pedum 5 ad longit.

¹⁾ Lisez $\frac{2614}{1000}$. ²⁾ Lisez $\frac{347}{1000}$.

nombre tel que la longueur de 5 pieds soit à la longueur de 3 pieds comme la fraction $\frac{331}{1000}$ est à ce nombre. On trouve ainsi le nombre $\frac{199}{1000}$ qui représente le rayon de la surface convexe de la lentille oculaire cherchée. En prenant de nouveau un nombre tel que 5 est à 3 comme $\frac{230}{1000}$ est à ce nombre-là, on trouve le nombre $\frac{138}{1000}$.

Il représente le rayon de la surface concave.

Il est suffisamment clair d'après ce qui a été dit plus haut qu'il faut tourner du côté de l'oeil la surface convexe de la lentille oculaire. Il faut avoir soin de placer les axes des deux lentilles exactement sur la même droite et d'amener la pupille de l'oeil au centre de la lentille concave. Pour pouvoir le faire plus facilement, on doit couvrir le reste de la lentille et laisser au centre une ouverture de la grandeur de la pupille ou même un peu plus petite. Car quoique le champ visuel du télescope devienne moins étendu de cette façon, sa clarté ne sera diminuée en aucune façon, attendu que le cône des rayons à l'endroit où se trouve la lentille oculaire est réduit déjà à un si petit diamètre que souvent il ne remplit ni la moitié, ni même le tiers, de la largeur de la pupille, comme on le voit aisément par le calcul. Si, par exemple, dans le télescope de 12 pieds qui donne un grossissement centuple, l'ouverture de la plus grande des deux lentilles est de 3 pouces, ce qui suffit amplement, comme nous l'expliquerons plus loin ¹⁾, la largeur du cône lumineux là où il coupe la lentille oculaire sera seulement la centième partie de 3 pouces, c'est-à-dire, les $\frac{3}{100}$

d'un seul pouce, largeur inférieure au tiers d'une pupille médiocrement ouverte.

L'utilité des lunettes de ce genre, l'avantage qu'elles ont sur celles qu'on a construit ordinairement jusqu'à ce jour à l'aide de lentilles convexes et concaves sera d'abord celui-ci qu'ils rendront la vision plus nette, attendu qu'ils envoient parallèlement à l'oeil les rayons issus des différents points de l'objet, à-peu-près comme le feraient des verres de forme elliptique ou hyperbolique ²⁾; mais surtout que, sans être plus longs que les télescopes ordinaires, ils pourront grossir beaucoup plus les objets, vu que leurs lentilles extérieures souffriront une ouverture plus grande que celles des télescopes ordinaires parce que l'aberration de cette lentille due à la propriété de la figure sphérique est corrigée par la lentille oculaire. Mais il faut savoir surtout que, pour atteindre ce but, il est indispensable que les surfaces de la plus grande lentille, aussi bien que celles de la lentille oculaire, soient parfaitement sphériques. Or, il y a raison de croire que même les surfaces qu'on pense être travaillées avec la plus grande perfection, en sont en réalité bien éloignées, comme nous le ferons voir après plus explicitement ³⁾; de sorte qu'à mon avis il faut avec un nouveau zèle et en se servant de nouveaux instruments, s'appliquer à la construction des lentilles, si nous désirons obtenir des résultats supérieurs à ceux de nos prédécesseurs et faire en sorte que les effets s'accordent avec les démonstrations ⁴⁾.

pedum 3, ita $\frac{331}{1000}$ ad aliud, nempe $\frac{199}{1000}$, quæ erit semidiameter superficiei convexæ lentis ocularis quæsitæ, ac rursus ut 5 ad 3 ita $\frac{230}{1000}$ ad aliud, nempe $\frac{138}{1000}$, quæ erit femid. superficiei cavæ.

Porro convexam lentis ocularis superficiem ad oculum obvertendam ex jam dictis fatis patet. cura autem adhibenda est ut axes utriusque lentis in eandem exacte lineam disponantur, atque oculi pupilla ad punctum medium cavæ admoveatur, quod quo facilius fiat, regendæ sunt reliquæ partes lentis, ac foramen in medio relinquendum ad pupillæ magnitudinem, vel etiam minus aliquanto. Nam licet hoc modo angustius fiat spatium quod conspectu telescopij comprehenditur, claritati tamen nihil decedet, quoniam conus radiorum, eo loco ubi lens ocularis consistit, adeo jam in arctum contrahitur ut nec dimidiam nec sæpe tertiam partem pupillæ latitudinis æquet, ut calculo facile deprehenditur. Si enim ex. gr. in telescopio 12 pedum, cujus multiplicatio centupla, apertura lentis majoris sit 3 pollicum, quæ abunde sufficit, ut insequentibus dicitur ¹⁾, hic jam latitudo coni radiofi, quo loco lenti oculari occurrit, centesima tantum pars est pollicum trium, id est, $\frac{3}{100}$ pollicis unius, quæ latitudo minor est parte tertia pupillæ mediocriter apertæ.

Utilitas autem ac præstantia hujusmodi perspicillorum, præ ijs quæ huc usque ex convexis et cavis lentibus fieri consueverunt, hæc primum erit, quod distinctiorem visionem efficient, quoniam radios à singulis rei visæ punctis manantes parallelos ad oculum mittunt, sicuti fere figuræ ellipticæ aut hyperbolicæ vitra ²⁾; præcipua vero quod, longitudine vulgaribus æqualia, longe magis res visas multiplicare poterunt, eo quod in lente exteriori solito majorem aperturam ferent, quum aberratio ejus lentis a figuræ sphæricæ proprietate profecta, lente oculari corrigatur. Sed ad hæc requiri omnino sciendum ut tam majoris quam ocularis lentis superficies perfectam sphæricæ convexitatis figuram accipiant, a qua multum abesse, etiam illas quæ exquisitissime elaboratæ creduntur, putandum est, ut postea pluribus docebitur ³⁾. adeo ut nova industria novisque machinationibus hac in re incumbendum existimem, si quid præteritis majus consequi cupimus, atque efficere ut cum demonstrationibus effectus consentiant ⁴⁾.

¹⁾ Voir la p. 335 qui suit, où il est dit qu'une ouverture de $2\frac{1}{2}$ pouces suffit pour un grossissement de 125 fois.

²⁾ Voir le „Discours Huictiesme” de la Dioptrique de Descartes, p. 165—196 du T. VI de l'édition d'Adam et Tannery des „Œuvres de Descartes”.

³⁾ On n'en trouve rien dans la „Dioptrique”.

⁴⁾ Comme il était à présumer, Huygens n'a pas manqué de mettre sa découverte à l'épreuve de la pratique. Toutefois, par des circonstances faciles à deviner, ce ne fut que plus de deux années plus tard que des efforts sérieux furent faits dans cette direction. En effet, en septembre 1665, date de l'invention, il était depuis trois mois (voir la p. 375 du T. V) en possession de l'appel de Louis XIV de venir demeurer à Paris. Il n'y donna suite qu'en avril

PROPOSITION X.

Examiner le degré de clarté qu'on peut obtenir avec des télescopes quelconques.

Le grossissement qu'on obtient avec des télescopes composés de deux lentilles convexes est égal au rapport de la distance focale de la lentille extérieure à celle de la lentille intérieure. Il est donc évident qu'on peut donner à cette lentille intérieure ou oculaire des rayons de courbure si petits que les objets considérés, même avec un télescope de petite longueur, paraissent grossis dans un rapport arbitrairement grand. Il en est de même pour les télescopes composés d'une lentille convexe et d'une lentille concave, attendu que le grossissement est égal au rapport de la distance focale de la lentille extérieure à la distance du point de dispersion de la lentille concave. Il y a pourtant deux raisons pour lesquelles il faut dans l'un et l'autre cas observer une certaine mesure. La première, c'est que, lorsque l'ouverture de la lentille extérieure reste la même, le télescope rend les objets d'autant plus obscurs qu'il les grossit davantage. La seconde, c'est qu'il donne aussi des images de moins en moins distinctes; nous traiterons plus loin de ce sujet¹). Mais pour comprendre comment il faut évaluer le degré de l'obscurité, il faut faire attention à l'image qui, comme nous l'avons dit souvent²), se forme au fond de l'oeil et observer qu'elle est d'autant plus lumineuse qu'un plus grand nombre et d'autant plus obscure qu'un plus petit nombre de rayons, issus de l'objet, arrivent à l'oeil pour la former. Par exemple, si je regarde d'abord un objet à l'oeil nu et que je considère ensuite le même objet à travers une ouverture placée fort près de l'oeil et dont le diamètre n'est que la moitié de celui de la pupille et la surface donc quatre fois moindre, l'image formée au fond de l'oeil de l'objet regardé à travers l'ouverture, deviendra aussi quatre fois plus obscure

1666; mais, comme il écrivit à Moray (voir la p. 23 du T. VI), depuis plus de six mois il était „tousjours comme sur son depart”. Ensuite les préoccupations de son installation et de sa nouvelle position retardèrent, sans doute, le moment où enfin, en avril 1668 (voir la p. 209 du T. VI), il pria son frère Constantin de lui procurer des lentilles oculaires construites sur les mesures qu'on retrouve dans la quatrième entrée de la table de la p. 329, laquelle se rapporte à une lunette d'un pied et demi.

De même, le 11 mai de la même année, il communique (p. 214 du T. VI) à son frère les mesures d'un oculaire pour une lunette de $2\frac{2}{3}$ pieds „comme vous en faites”; calculées pour un grossissement de 30; calcul qu'on retrouve, en effet, à la p. 245 du Manuscrit C „Ce composé” lui écrit-il „doibt faire autant que les lentilles hyperboliques. . . C'est pourquoi je ne puis pas déterminer l'ouverture de l'objectif qui peut estre pourra estre 3 ou 4 fois plus grande qu'à l'ordinaire, mais si nous la pouvons seulement faire double ce sera beaucoup gagnè et la clartè sera assez grande pour la multiplication de 30.”

L'essai fait enfin en juin 1668 (p. 220 du T. VI) avec la moitié d'un oculaire des dimensions demandées diminue de beaucoup l'espoir d'un grand succès dont une lettre de quelques jours

[PROPOSITIO X.]

Rationem lucis et obscuritatis in perspicillis quibuscumque examinare.

Quandoquidem ratio incrementi secundum quam species rerum augentur in telescopijs, quæ duabus convexis lentibus constant, est ea quæ foci distantia lentis exterioris ad foci distantiam interioris, manifestum est adeo exigui convexi assumi posse lentem hanc interiorē sive ocularem, ut res visæ, etiam brevi telescopio, quantumlibet auctæ appareant. Eodemque modo se res habet in his quæ ex convexa et cava lente componuntur, quum ratio incrementi sit ea quæ foci distantia lentis exterioris ad distantiam puncti dispersus lentis cavæ. Cur tamen modus utrobique adhibendus sit duplex causa est: una, quod manente eadem apertura lentis exterioris, quanto magis telescopium res visas dilatat tanto quoque obscuriores videri facit. altera quod et minus distinctas exhibet, cujus consideratio ad sequentia ¹⁾ pertinet. Obscuritatis autem ratio quomodo estimanda sit ut intelligatur ad picturam illam attendendum est quæ in fundo oculi sæpe fieri diximus ²⁾, ac tenendum eam tanto lucidiorem aut obscuriorem contingere quanto plures paucioresque radij ad eam formandam ex re visa affluunt. Ut si ex. gr. oculo libero primum rem aliquam intuear, deinde vero trans foramen eandem aspiciam oculo proxime admotum cujus diameter tantum dimidia sit diametri pupillæ, ac proinde capacitas quadruplo minor. fiet in fundo oculi imago rei trans foramen spectatæ

plus tôt (p. 219 du T. VI) témoignait encore. Ce demi oculaire „fait assez bien quand l'ouverture n'est que de la grandeur ordinaire. . . mais en decouvrant tout le verre je vois un peu de couleurs ce qui me fait croire qu'il y a un inconvenient de ce costé là, qui provient de l'angle que font les deux surfaces de l'objectif vers les bords, qui cause necessairement des couleurs, de sorte qu'en faisant des verres hyperboliques l'on trouverait la même chose en les faisant fort grands." Toutefois il prie Constantin d'achever un verre oculaire entier (pp. 221, 222 et 266 du T. VI) et encore en novembre 1668 (p. 299 du T. VI.) il lui envoie les figures de plusieurs oculaires afin de pouvoir examiner à fond l'invention dans laquelle il n'a pas perdu confiance. Ce n'est que le 22 février 1669 qu'il abandonne dans une lettre à son frère Louis (p. 377 du T. VI) tout projet d'essai dans cette direction parce qu'il croit avoir trouvé mieux dans sa nouvelle invention du 1 février, sur laquelle on peut consulter l'Appendice VI, p. 408 du Tome présent; ce qui pourtant ne l'a pas empêché de reprendre encore une fois, vers 1673, la même idée. En effet, on rencontre aux p. 403—404 du Manuscrit D les annotations suivantes, avec les calculs qui y appartiennent: „planoconvexæ foci distantia 6 poll. multiplicatio 20 ad 1. fit semidiam. superficiæ convexæ lentis ocularis $1\frac{1}{3}$ lin. Semidiam. vero superficiæ cavæ ejusdem lentis $\frac{7}{9}$ lin.”; „multiplicatio 12 ad 1. fit semidiam. superficiæ convexæ in oculari lente $3\frac{3}{4}$ lin. semidiam. superficiæ cavæ ejusdem lentis $1\frac{2}{3}$ lin.”

¹⁾ Comparez les p. 387—388 de l'Appendice III.

²⁾ Voir la Prop. XXVI, Part. I, Liv. I, p. 129—135 et ensuite les p. 235—236.

que lorsque je le regardais à l'oeil nu ; parce que la quatrième partie seulement des rayons issus de l'objet traversent l'ouverture et que ceux-ci doivent illuminer sur la rétine le même espace qu' auparavant.

Par suite, si l'on doit construire un télescope qui grossit dix fois le diamètre des objets et qu'on exige que ce télescope forme de tous les objets des images aussi lumineuses que celles qu'on obtient sans lui, je dis que le diamètre de l'ouverture de la lentille extérieure devra, lui aussi, être dix fois plus grand que celui de la pupille, même dans le cas où pas la moindre partie des rayons ne serait détruite par la réflexion due aux lentilles ou par l'opacité du verre. En effet, de même que la surface de l'image formée sur la rétine à l'aide d'un télescope de ce genre est cent fois plus grande que celle qui s'y forme lorsqu'on regarde à l'oeil nu, de même aussi l'ouverture de la lentille extérieure devra embrasser cent fois plus de rayons que la pupille de l'oeil, pour que cette grande image ait le même degré de clarté dans toutes ses parties que la petite image avait dans les parties correspondantes.

Mais il faut savoir qu'une clarté bien plus faible suffit pour les télescopes de forte qu'on regarde comme satisfaisant ceux dont nous nous servons le jour, si les images qu'ils donnent n'ont qu'une dixième partie, ou même moins, de la clarté de celles qu'on obtient en regardant à l'oeil nu ; tandis que les télescopes de plus grandes dimensions que nous n'employons que pour regarder les étoiles, n'exigent qu'une soixantième ou soixante-dixième partie de cette clarté. Je trouve, par exemple, que dans un télescope de 22 pieds ¹⁾ qui grossit cent vingt cinq fois les diamètres des objets, l'ouverture de la lentille extérieure est de deux pouces et d'un tiers, c'est-à-dire quinze fois plus grande environ que la largeur moyenne d'une pupille, tandis qu'elle devrait être cent vingt cinq fois plus grande que cette dernière si la clarté d'une image produite par ce télescope devait être égale à celle qu'on obtient en regardant à l'oeil nu. Il s'ensuit que le télescope considéré ne reçoit que la soixante-dixième partie de la lumière qui serait nécessaire pour cela, attendu que les surfaces des cercles dont les diamètres sont entre eux comme les nombres 15 et 125, ou 3 et 25, sont entre elles à-peu-près dans le rapport 1 : 70. La cause qui fait que nous nous contentons ici d'une si petite fraction de la lumière doit être cherchée dans l'éclat extraordinaire des corps célestes, c'est-à-dire de la Lune et des autres planètes. Eclairés par les rayons du soleil, ils émettent tant de lumière qu'il en faut beaucoup moins pour les contempler aisément et distinctement. De la même manière nous voyons qu'aux jours nuageux il reste assez de lumière pour nous faire apercevoir facilement tous les objets, quoique cette quantité de lumière soit fort petite comparée avec celle que nous envoient les rayons du soleil. Il faut savoir d'ailleurs que l'effet obtenu s'explique aussi en partie par cette circonstance que les yeux réagissent sur une bien plus petite quantité de lumière dans les ténèbres qu'en plein jour et que dans l'obscurité ils peuvent apercevoir des objets pour lesquels ils sont absolument aveuglés lorsqu'ils viennent d'avoir vu la lumière du jour.

quadruplo etiam obscurior quam dum libero oculo spectabatur; quoniam tantum pars quarta radiorum ab re visa manantium foramen ingreditur, quibus spatium idem quod prius in retina collustrari debeat.

Quod si jam telescopium parandum sit, decuplo augens visibilia secundum diametrum, ac postuletur ut æque clare omnia referat atque cum citra telescopium spectantur, dico et diametrum aperturæ lentis exterioris decuplam esse debere ad pupillæ diametrum, idque etiamsi neque ex reflexione lentium, neque ex vitri opacitate pars ulla radiorum interciperetur. Sicut enim superficies picturæ in retina ejusmodi telescopio centupla existit ejus quæ fit nudo oculo spectanti, ita quoque centuplo plus radiorum apertura lentis exterioris quam pupilla oculi comprehendere debet ut magna hæc pictura æque illustris sit omnibus sui partibus ac prius minor illa fuerat.

Sed enim multo minorem claritatem in telescopijs sufficere sciendum est, adeo ut fatis habere existimentur, quibus interdum utimur, si modo decimam partem aut etiam minorem habeant lucis ejus quam nudus oculus percipit. Majora autem, quibus tantum sidera spectamus, non nisi sexagesimam aut septuagesimam requirant. Ita namque exerior in telescopio 22 pedum ¹⁾, quod res visas centies vicefies quinquies ampliores secundum diametrum reddit, aperturam lentis exterioris esse duorum pollicum cum triente, hoc est, circiter quindecuplo majorem quam fit mediocris pupillæ latitudo; cum tamen centies vicefies quinquies eam continere debuerit si lux eadem telescopio atque oculo non armato percipienda sit. Unde sequitur tantum septuagesimam circiter partem ejus quæ ad hoc requiritur luminis dicto telescopio adesse: quia areæ circulatorum, quorum diametri ut 15 ad 125, sive ut 3 ad 25, sunt fere ut 1 ad 70. Causa autem cur tantilla lucis partiumcula hic contenti simus, insignis ille corporum cælestium est splendor, Lunæ nimirum ac reliquorum planetarum. qui cum solis radijs illustrentur, tam intensum lumen vibrant ut longe minori opus sit ad ipsa commode ac distinctè contemplanda. quemadmodum et diebus nubilis abunde lucis superesse videmus ad rerum omnium facilem perceptionem, etsi lux hæc perexigua sit ad eam comparata quam solis radij inferunt. Cæterum aliquid hic etiam conferre sciendum est quod per tenebras multo minori luce oculi quam interdum moveantur, atque illa conspicere valeant ad quæ a diei luce recentes prorsus cæcutiunt.

¹⁾ Il s'agit probablement de la lunette avec laquelle les observations sur l'anneau de Saturne furent faites et qu'on trouve décrite dans le „Systema Saturnium” de 1659. D'après cette description elle avait un tube de 23 pieds, une ouverture de $2\frac{1}{3}$ pouces et multipliait 100 fois; mais avec un oculaire d'une autre façon sa lunette de 22 pieds, bien probablement la même, supportait un grossissement de 127 fois, comme Huygens écrivit à son frère Louis le 5 octobre 1662 (voir la p. 243 du T. IV).

Ensuite il est évident, d'après ce que nous avons dit jusqu'ici, que dans deux télescopes qui doivent donner des images également lumineuses, le diamètre de l'ouverture de l'un d'eux surpassera nécessairement celui de l'autre dans un rapport égal au rapport du grossissement linéaire du premier télescope à celui du second.

Si nous voulons, tandis que l'ouverture du télescope reste la même, substituer à la lentille oculaire une autre qui grossit deux fois plus, il est évident que tous les objets seront vus quatre fois plus obscurs, parce que la même quantité de rayons doit éclairer sur la rétine un espace quatre fois plus grand qu'auparavant. Et de la même manière, l'image sera toujours obscurcie dans un rapport égal au carré de celui qui exprime l'augmentation du grossissement. Il ne faut donc pas à la légère remplacer la lentille oculaire par une lentille plus convexe ou plus concave, mais calculer exactement quel agrandissement l'ouverture de la lentille extérieure peut supporter de manière que le télescope ne donne pas en même temps des images moins lumineuses qu'on ne doive les exiger. Et, en vérité, toute la puissance et l'effet d'un télescope quelconque dépendent à ce point de la grandeur de son ouverture qu'après avoir considéré cette dernière on peut, si elle est petite, dire avec certitude que le télescope a peu de puissance, quel que soit le nombre des autres lentilles et de quelque façon qu'elles soient placées à l'intérieur du tube. En effet, pour qu'un grossissement important soit obtenu avec une clarté suffisante il est nécessaire que beaucoup de rayons soient rassemblés, ce qui est absolument impossible si la lentille extérieure n'a pas une grande ouverture.

Toutefois il en est autrement pour les microscopes : ils peuvent grossir les diamètres soixante ou cent fois ou même davantage, sans que l'image soit obscure, tandis que l'ouverture de la lentille extérieure est petite, même beaucoup plus petite que la pupille. Il en faut chercher la cause uniquement dans la faible distance qui sépare l'objet de la petite lentille. Pour expliquer cela par une figure, soit C [Fig. 35] l'objet placé sous le microscope et K sa lentille la plus basse ou extérieure, AB le diamètre de l'ouverture de cette lentille. Supposons que D et L représentent les autres lentilles ; qu'il y en ait une ou plusieurs, c'est une chose sans importance. EF représente la pupille de l'oeil. Tirons à partir d'un point quelconque de l'objet, tel que C, les droites CA et CB qui interceptent le diamètre AB de l'ouverture ; prolongeons-les jusqu'aux points G et H où elles coupent une droite tirée par la pupille et faisant des angles droits avec l'axe des lentilles ; il apparaît alors que l'ouverture circulaire AB embrasse une quantité de rayons provenant du point C égale à celle qu'embrasserait la pupille de l'oeil si elle avait un diamètre égal à la ligne GH. Par conséquent, si le grossissement de ce microscope serait exprimé par le rapport de GH à EF, diamètre de la pupille, l'objet C paraîtrait aussi lumineux que lorsqu'on le contemple à l'oeil nu et sans lentilles ¹). Mais comme nous pouvons, dans ce cas aussi bien que dans celui des télescopes, nous passer d'une grande partie de la lumière, le grossissement peut même être rendu beaucoup supérieur à celui qu'exprime le rapport GH : EF. Par

Ex his porro quæ diximus hætenus manifesto liquet necesse esse ut in telescopijs duobus quorum æqualis futura sit claritas, diametri aperturarum tanto una aliam superet quanto magis telescopium illud altero res vifas secundum diametrum amplificat.

Manente vero eadem apertura telescopij, si in locum lentis ocularis aliam substituere velimus, quæ duplo majus priori incrementum efficiat; patet quadruplo obscuriora omnia visum iri, eo quod eadem radiorum multitudo spatium in retina prioris quadruplum illustrare jam debeat. atque eadem ratione semper hæc obscuritatis proportio dupla erit proportionis aucti incrementi. Quare non temere lens ocularis convexiore vel magis cava mutanda est, sed diligenter expendendum quale incrementum exterioris lentis apertura perferre valeat, ita ut simul non minori luce quam quæ requiritur præditum sit telescopium. Ac sane in tantum vis omnis atque effectus telescopij cujuslibet ex apertura illius magnitudine pendet, ut hac inspecta, si parva est, etiam exiguæ virtutis telescopium esse, certam ferre sententiam possimus, quotcunque etiam lentes aliæ et quocunque modo intra tubum aptatæ sint. Ut enim insignis habeatur multiplicatio cum sufficienti lumine multos radios colligi necesse est, quod sine magna lentis exterioris apertura nequaquam fieri potest.

Attamen in microscopijs alia ratio est, cum in his exiguo licet lenticulæ exterioris foramine, imo pupillâ longe minori, multiplicatio sexagecupla vel centupla aut major etiam secundum diametrum præstari possit, non deficiente luminis claritate. cujus rei causa non alia est quam rei visæ a lenticula exigua distantia. quod ut figurâ explicemus, esto visibile microscopio subjectum C, lens ejus infima sive exterior K; cujus apertura diameter AB. Reliquæ vero lentes una vel plures, hoc enim nihil refert, sunt D, L. Oculi autem pupilla EF. ductis jam à visibilis puncto aliquo, ut C, rectis CA, CB, diametrum apertura AB intercipientibus, iisdem continuatis usque in G et H, ubi occurrant rectæ per pupillam ductæ, rectosque angulos cum axe lentium facienti: constat jam æque magnam radiorum copiam à puncto C venientium apertura circulari AB comprehendi atque oculi pupilla comprehenderet si diametrum lineæ GH æqualem haberet. Quamobrem si multiplicatio perspicilli hujus fuerit ea quæ GH ad EF pupillæ diametrum, æque illustre apparebit visibile C, atque cum simplici visione absque perspicillo cernitur ¹⁾. Sed cum et hic, ut in telescopijs, parte magna luminis carere possimus, etiam major

[Fig. 35.]



¹⁾ C'est-à-dire, si l'on suppose que dans la fig. 35 l'oeil est éloigné de l'objet d'une distance égale à celle de la vision distincte (consultez la définition du grossissement d'un microscope qu'on trouvera plus loin dans la troisième Partie de la Dioptrique), et que dans la position que l'oeil doit avoir quand on regarde par l'instrument les rayons CA et CB pénétrèrent dans la pupille par suite des réfractions qu'ils subissent.

exemple, si $GH : EF = 20$, le microscope supportera aisément un grossissement linéaire centuple. On peut même remédier à la trop grande obscurité des images en éclairant l'objet plus vivement, ce qui peut être fait de diverses manières.

PROPOSITION XI.

Chercher les diamètres des ouvertures qui conviennent aux lentilles extérieures d'un télescope.

Comme la grandeur de l'ouverture des télescopes est d'une si grande importance que le jugement qu'on porte sur leur puissance et leur qualité est principalement basé là-dessus, et comme cette ouverture ne peut pas être choisie arbitrairement, attendu que si on la prend trop grande la vision distincte est diminuée par la confusion des rayons, tandis qu'une ouverture trop petite donne des images obscures; il faut examiner généralement quelle règle on peut donner pour la grandeur des ouvertures. Mais pourtant il n'est pas précisément notre intention de rechercher à l'aide de ces considérations la plus grande ouverture pour une lentille donnée: en effet, c'est ce que l'expérience peut indiquer le mieux; mais nous nous proposons de faire connaître, étant données l'ouverture et la longueur d'un seul télescope excellent et d'ailleurs quelconque, les ouvertures qui conviennent à d'autres télescopes plus longs ou plus courts. La règle doit nous apprendre la grandeur de l'ouverture pour chaque télescope séparément, de manière que sa puissance ne soit pas inférieure à ce qu'elle doit être eu égard à sa longueur; et cela non seulement pour ceux de 20, de 30 ou de 40 pieds qui ont déjà été construits effectivement, mais aussi pour des télescopes beaucoup plus grands, par exemple de 100 pieds, de 200 pieds ou davantage. Il apparaîtra en même temps de cette façon quels plus grands avantages nous pouvons nous promettre de ces grands télescopes dans la considération des corps célestes; et l'on se sentira encouragé à faire de nouveaux efforts pour pousser les essais plus loin.

Or, comme il y a deux sortes de télescopes, dont les premiers sont composés d'une lentille convexe et d'une lentille concave, et les seconds de lentilles convexes seulement, il faut savoir que ce que nous dirons ici à-propos des rapports des ouvertures ne s'applique qu'aux télescopes de la deuxième espèce. En effet, nous avons fait voir plus haut ¹⁾ comment dans les lunettes composées d'une lentille concave et d'une lentille convexe, la lentille concave peut corriger l'aberration de la lentille convexe, et comment l'ouverture de la lentille convexe peut, par conséquent, être considérablement agrandie de manière à surpasser de beaucoup les limites que nous lui assignons ici. Mais comme une lentille oculaire concave ne peut être tolérée dans les tubes de fort grande longueur, parce qu'un espace trop étroit est embrassé par un télescope de ce genre, nous ne devons attendre un effet considérable dans la considération des corps célestes que des lunettes pourvues de lentilles convexes seulement. C'est donc de l'ouverture extérieure de ce

multo quam pro ratione GH ad EF multiplicatio induci potest. Ut si GH ad EF vigecupla est, facile centuplam multiplicationem secundum diametrum perferet microscopium. Quin imo et obscuritate nimia laboranti remedium adferre licet, validiori luce in rem visam derivata, quod pluribus modis fieri potest.

[PROPOSITIO XI].

Aperturarum amplitudines quæ lentibus telescopijs exterioribus convenient investigare.

Cum aperturæ magnitudo in telescopijs tanti sit momenti, ut efficacia ac bonitas eorum inde præcipue judicetur, cumque apertura illa non pro lubitu constitui possit, quod nimiam faciendo distincta visio radiorum confusione diminuatur; exigua autem obscuritatem pariat. omnino videndum est quænam in his mensura præscribi possit. quod tamen non tam eo pertinet, ut datæ lentis alicujus aperturam maximam hac ratione inquiramus; cum hoc experientia optime docere possit; verum ut unius telescopijs cujusdam optimi apertura ac longitudine data, etiam aliarum longiorum aut breviorum aperturæ cognoscantur; quantæ videlicet in singulis esse debeant; ut pro ratione longitudinis effectus telescopijs non minor debito sequatur; idque non tantum in his quæ jam arte effecta habemus pedum 20, 30 vel 40, sed et in majoribus multo, puta quæ ad 100 vel 200 pedes, aut amplius extendantur: quo simul manifestum fiat quanto plus opis in his ad cælestium contemplationem nobis polliceri possimus, animique addantur ad ulteriora conandum.

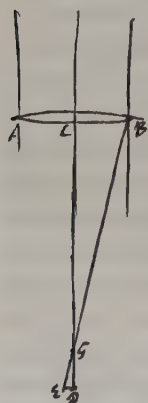
Cum autem duo sint telescopiorum genera, alterum convexa et cava lente constans, alterum solis convexis, tantum ad ea quæ posterioris generis sunt pertinere sciendum quæ de aperturarum rationibus hic dicentur. In illis enim, quæ cava et convexa lente componuntur, ostendimus supra ¹⁾, qua arte lens cava aberrationem convexæ emendare possit; eoque apertura convexæ insigniter deduci, adeo ut limites quos hic ponimus multum excedat. Sed cum lens ocularis cava in prælongis tubis tolerari nequeat, quod nimis angustum spatium telescopio tali comprehendatur, nihil eximium ad fidera spectanda nisi ab illis sperare debemus quæ solis convexis instructa sunt. Itaque de horum telescopiorum exteriori apertura acturi, inprimis picturam illam considerabimus quæ *lente convexa* ²⁾ in loco tenebroso, vulgata jam arte, exhiberi solet, quoniam persimilis est ei quæ in fundo oculi effingitur. Sit igitur convexæ ejusmodi lentis apertura AB [Fig. 36], axis CD,

¹⁾ Voir la Prop. IX, p. 319 du Tome présent.

²⁾ La leçon primitive et la copie de Niquet donnent: „trans lentem convexam”.

dernier genre de lunettes que nous parlerons. Nous considérons d'abord l'image qu'une lentille convexe, par un artifice fort connu, forme dans un endroit obscur attendu qu'elle est fort semblable à l'image formée au fond de l'oeil. Supposons donc que AB [Fig. 36] représente l'ouverture d'une lentille convexe de ce genre, CD son axe et D son foyer, c'est-à-dire, le point où se réunissent les rayons parallèles à l'axe. Soit DG l'aberration du rayon extrême. Prolongeons BG, rayon réfracté correspondant au rayon extrême, jusqu'à ce qu'il rencontre en E un plan parallèle à la lentille AB et passant par le foyer D. Les rayons réfractés provenant des autres rayons parallèles à l'axe s'approchent d'autant plus du foyer D que ceux-ci se trouvent à une plus petite distance de l'axe; il s'ensuit que les extrémités de toute la série de rayons parallèles, c'est-à-dire, de rayons issus d'un seul point de l'objet, occupent sur le plan un petit cercle de rayon DE; plus ce cercle est petit, plus aussi l'image de l'objet formée sur le plan sera nette. Or, comme les images formées par deux lentilles différentes seront également brillantes et également distinctes lorsque les cercles d'aberration que celles-ci produisent seront égaux entre eux; de même aussi des télescopes différents donneront lieu à une vision également distincte, lorsqu'ils produiront sur le fond de l'oeil des images également bien définies, je veux dire des images dans lesquelles les cercles d'aberration ont le même diamètre. Je pense

[Fig. 36.]



qu'il n'existe pas de proposition plus certaine ou plus évidente qui puisse ici servir de base à nos raisonnements. Or, pour qu'on puisse examiner plus facilement la largeur de ces petits cercles formés sur le fond de l'oeil, nous démontrerons d'abord, vu que la lentille oculaire pourrait sembler donner lieu à quelque difficulté :

Que les petits cercles d'aberration, formés au fond d'un oeil qui regarde à travers un télescope, sont produits presque exclusivement par l'aberration de la lentille extérieure, tandis que la lentille oculaire augmente à peine leur diamètre, de sorte que cette dernière lentille peut dans le télescope être considérée comme parfaite, c'est-à-dire, comme si elle rendait exactement parallèles les rayons issus d'un seul point²⁾.

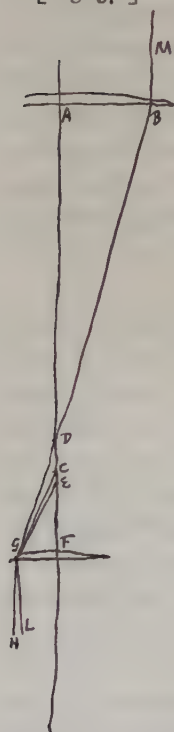
En effet, soit AB [Fig. 37] la lentille extérieure du télescope, et GF la lentille oculaire; les foyers des deux lentilles coïncident au point C. Supposons que MB, le rayon extrême parallèle à l'axe, coupe l'axe au point D, faisant ainsi l'aberration DC, et la lentille GF au point G. Joignons les points C et G.

Si nous supposons maintenant qu'un rayon HG parallèle à l'axe tombe sur la lentille FG, ce rayon rencontrera l'axe non pas au point C, foyer de la lentille GF, mais au point E, situé en-deçà du point C, de telle manière que l'aberration CE fera à l'aberration CD comme CF est à AC. En effet, comme AB et FG sont

¹⁾ Voir, pour la note citée dans la note 1 de la p. 238, la note 1 de la p. 342 qui suit.

focus, seu punctum quo colliguntur radij ad axem paralleli, D. Aberratio autem radij extremi sit DG. et producatur BG refractio ejusdem radij quousque occurrat tabulæ, quæ per focum D lenti AB parallela intelligenda est, in E. Cum itaque radiorum cæterorum axi parallelorum refractiones, quanto quisque axi propinquior fertur, tanto propius concurrant ad focum D, sequitur extremitates totius seriei parallelorum, sive ab uno aliquo rei visæ puncto manantium occupare in tabula circellum cujus semidiam. DE; qui circellus quo minori fuerit magnitudine tanto perfectior erit in tabula rei visæ repræsentatio. Sicut autem æque nitidæ ac distinctæ a duabus diversis lentibus picturæ futuræ sunt quando istos aberrationum circulos æquales facient; ita quoque æque distincta visio diversis contingeret telescopijs, cum et ab illis in fundo oculi picturæ æque terminatæ, hoc est in quibus aberrationum circuli æquali latitudine sint, describentur. Neque enim certius aut evidentius quicquam fundamenti vice hic statui posse existimo. Ut autem minori negotio circellorum istorum in fundo oculi latitudo inquiratur, quoniam lens ocularis difficultatem aliquam adferre videri possit, ostendemus primo,

[Fig. 37.]



Circellos aberrationis, in fundo oculi per telescopium spectantis, fere tantum ab aberratione lentis exterioris oriri, lente oculari vix quicquam eorum latitudinem augente, adeo ut lens hæc in telescopio tanquam perfecta censeretur, hoc est, ac si radios à puncto venientes exacte parallelos redderet²⁾.

Sit enim lens telescopij exterior AB [Fig. 37], ocularis GF, quarum utriusque foci sunt in puncto C. Radius autem extremus axi parallelus MB secet axem in D, faciens aberrationem DC, atque occurrat lenti GF in G; et jungatur CG.

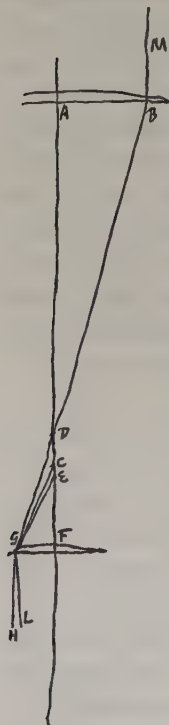
Si jam fingamus radium HG axi parallelum incidere in lentem FG, is non conveniet cum axe in C, foco lentis GF, sed citra punctum C in E, ita ut aberratio CE sit ad aberrationem CD sicut AC ad CF³⁾. Nam cum AB et FG sint portiones similes lentium ejusdem generis, constat utriusque aberrationes radiorum paralle-

²⁾ La démonstration qui va suivre suppose que l'objectif et l'oculaire sont constitués par des lentilles de même espèce; mais il est clair que la proposition reste vraie aussi longtemps que le rapport de l'aberration à l'épaisseur n'est pas trop différente pour les deux lentilles. Toutefois, pour une lentille oculaire convexo-concave ou concavo-convexe, ce rapport pourrait grandir tellement que l'aberration due à la lentille oculaire égalerait celle de l'objectif. Et c'est même sur cette circonstance que la méthode de compensation est fondée qu'on trouve décrite dans la Prop. IX, p. 319—331, comme valable pour la combinaison d'une grande lentille convexe avec un oculaire convexo-concave.

³⁾ Lisez „CF ad AC”.

des parties semblables de deux lentilles de la même espèce, il est établi que les aberrations des deux rayons parallèles qui passent par les points B et G respectivement, sont entre elles comme les distances focales de ces lentilles. C'est pourquoi,

[Fig. 37.]



* 1).

récioproquement, le rayon issu du point E et qui suit la route EG fera réfracté de manière à se mouvoir selon GH parallèle à l'axe. Mais le rayon DG fera réfracté de telle manière en GL, que l'angle HGL deviendra égal à l'angle DGE *. Les deux lentilles ensemble donneront donc au rayon qui devait être parallèle à l'axe, une aberration représentée par l'angle HGL qui est égal à cet angle DGE; tandis que l'aberration de ce rayon n'excéderait pas l'angle DGC, si la lentille FG était telle qu'elle rendait parallèles à l'axe les rayons issus du foyer C. En effet, le rayon CG étant réfracté en GH et le rayon DG, comme auparavant, en GL, l'angle LGH serait alors égal à l'angle DGC. Il apparaît donc que la lentille GF augmente l'aberration du rayon BD d'un angle égal à CGE, lequel est à l'angle DGC à-peu-près comme EC est à CD, ou comme FC est à CA. Ceci fait voir combien cette augmentation due à la lentille oculaire est petite et négligeable, surtout dans les télescopes fort longs qui grossissent les objets cinquante ou cent fois et davantage.

Nous parlerons maintenant des rapports des ouvertures et nous démontrerons la proposition suivante 2):

Dans des télescopes de différentes longueurs il faut, pour qu'ils donnent des objets des images également lumineuses et nettes, que le rapport des distances focales des lentilles extérieures de la même espèce 3) soit égal à la $\frac{4}{3}$ ème puissance du rapport des diamètres des ouvertures de ces mêmes lentilles; en d'autres termes, il faut que les cubes de ces distances focales soient entre eux comme les quatrièmes puissances des diamètres 4).

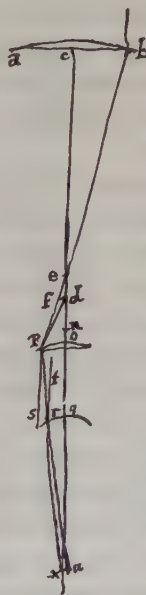
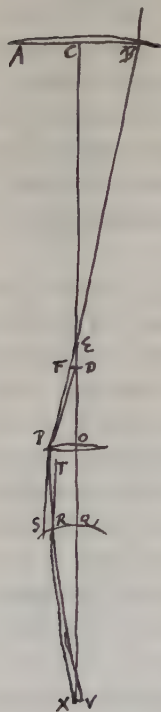
En effet, considérons deux télescopes de longueurs différentes ayant des lentilles extérieures de la même espèce: soit AB [Fig. 38] le diamètre de la lentille extérieure de l'un des deux, ou plutôt de la partie de cette lentille qui n'est pas recouverte, et OP la lentille oculaire; les foyers des deux lentilles coïncident au point D; en effet, cette disposition est nécessaire pour que les rayons issus d'un point lointain arrivent parallèlement à l'oeil après avoir traversé le télescope. Supposons que QR soit la pupille, que le fond de l'oeil se trouve en X et que tous les centres C, O, Q, X se trouvent sur la même droite qui est l'axe du télescope.

1) Le renvoi est resté en blanc. Aussi le théorème en question n'avait pas encore été rédigé

lorum in B et G incidentium esse inter se sicut ipsæ lentium foci distantia. Quamobrem itaque et vice versa radius, ex E incidens secundum EG, flectetur secundum GH axi parallelam. At radius DG ita refringetur in GL, ut angulus HGL fiat æqualis DGE *. Itaque lens utraque simul nunc aberrare faciet radium qui axe parallelus esse debuerat hoc angulo HGL ipsi DGE æquali, qui radius tantum aberraret angulo æquali ipsi DGC si lens FG ejusmodi esset ut radios ex foco C egredientes axi parallelos redderet. Tunc enim radio CG refracto in GH, et radio DG, ut ante, in GL, æquaretur angulus LGH angulo DGC. Patet igitur lentem GF augere aberrationem radij BD angulo æquali CGE, qui est ad angulum DGC proximè ut EC ad CD, sive ut FC ad CA. Unde apparet quam exigua sit hæc additiuncula ab oculari lente profecta, quamque nullius momenti, præsertim in prælongis telescopijs quæ quinquagies vel centies et amplius res visas multiplicant.

[Fig. 38.]

[Fig. 39.]



Nunc ad rationes aperturarum pergemus ostendemusque ²):

In telescopijs diversæ longitudinis ut æque lucidas ac distinctas rerum imagines referant, rationem foci distantiarum lentium exteriorum, ejusdem generis³), sesquitertiam esse debere ejus quæ in diametris aperturarum earundem lentium; sive, cubos dictarum foci distantiarum, eandem habituros rationem quadratoquadrata diametrorum aperturæ⁴).

Sunt enim duo diversæ longitudinis telescopia lentes exteriores ejusdem generis habentia, quorum alterius lens exterior, quatenus adaperata, sit AB [Fig. 38], lens ocularis OP, foci utriusque in idem punctum D compositis; ita enim collocari necesse est ut radij ad oculum paralleli perveniant qui à puncto longinquo ad telescopium feruntur. Sit autem pupilla QR, fundus oculi ad X, centraque omnium C, O, Q, X in eadem recta quæ est axis telescopij. Intelligatur

dans le manuscrit de la „Dioptrique” tel qu’il était en 1666; on le retrouve toutefois dans l’Appendice III au Livre II de la première Partie (p. 238 du Tome présent) et dans la Prop. VI de la troisième Partie.

²) Comparez avec ce qui suit la leçon plus primitive que nous avons reproduite dans l’Appendice III à la Partie présente, à commencer par l’avant-dernier alinéa de la p. 381.

³) Voir la définition de la p. 315. Sur le cas où les lentilles sont d’espèce différente on peut consulter les p. 385—386 de l’Appendice III, mentionné dans la note précédente.

⁴) Comme nous l’avons exposé dans l’„Avertissement”, qu’on trouve au début du Tome présent,

Représentons en outre par BEP le rayon réfracté provenant du rayon extrême qui tombe sur la lentille AB; nous supposons que ce rayon réfracté coupe la lentille oculaire en P et que son aberration soit ED, de sorte que le rayon du petit cercle d'aberration est DF. Joignons les points D et P par une droite, et soit PS une parallèle à l'axe.

Si un rayon DP, provenant du foyer de la lentille oculaire OP, tombe sur cette lentille, il devient parallèle à l'axe de manière à se mouvoir suivant la droite PS; en effet, nous considérons ici la lentille OP comme dénuée d'aberration, comme cela est permis d'après ce que nous avons démontré plus haut. Il en résulte que le rayon EP se mouvra suivant PR de telle sorte que l'angle SPR devient égal à l'angle DPE. Supposons que ce rayon réfracté coupe la pupille en R et tirons la droite RT parallèle à l'axe. Comme la disposition de l'oeil est telle qu'il réunit les rayons parallèles à l'axe, tels que TR, au point X, il s'ensuit qu'il réfractera le rayon PR vers l'intérieur, par exemple vers un point V de la rétine, de sorte que XV y fera le rayon du petit cercle d'aberration. Il apparaît que la grandeur de ce rayon dépend de la grandeur de l'angle que font entre eux au point R à l'intérieur de la pupille les rayons réfractés provenant des rayons PR et TR. Or, cet angle a à l'angle PRT un certain rapport * qui aurait la valeur $\frac{3}{4}$ ²⁾ si le pouvoir réfringent de la cornée pouvait être considéré comme égal à celui de l'eau; mais cette valeur est ici sans importance.

Il faut se figurer ensuite que dans le second télescope [Fig. 39] toutes les mêmes choses soient supposées et les mêmes constructions faites, les points qui correspondent à ceux de la première figure étant indiqués par les mêmes lettres, minuscules cette fois, que dans la première figure. Il est évident que tout ce qui a été dit jusqu'ici à propos du premier télescope, s'applique de même au second. Pour que la vision soit également distincte dans tous les deux, il faut donc que XV soit égal à **xu**, et, par conséquent, que l'angle TRP soit égal à l'angle **trp**. Mais l'angle DPF est égal à l'angle TRP ou RPS, et de même l'angle **dpf** est égal à l'angle **trp**. Il faut donc que les angles DPF et **dpf** soient égaux entre eux. Pour qu'il en soit ainsi, il faudra qu'on ait $PD : DF = \mathbf{pd} : \mathbf{df}$, et, par permutation, $PD : \mathbf{pd} = OD : \mathbf{od}$ (rapport qui doit ici être censé avoir la même valeur) $= DF : \mathbf{df}$.

Prenons un point **n** tel qu'on ait $CD : DO = \mathbf{cd} : \mathbf{dn}$. Si donc, après avoir enlevé la lentille **op**, on plaçait une autre lentille oculaire au point **n**, possédant une distance focale **dn**, les grossissements des deux télescopes seraient les mêmes *, mais celui que donnerait alors le télescope **abop** ⁴⁾ est au grossissement de ce même

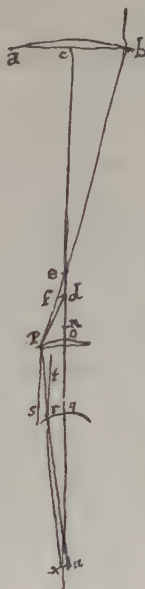
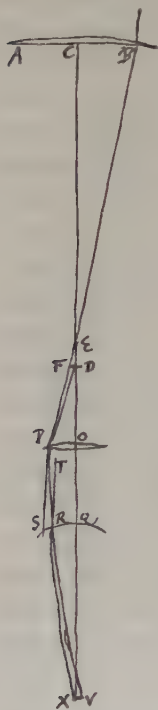
* Prop. V, Part. I,
Liv. II ³⁾.

cette règle a été remplacée plus tard par Huygens par une autre entièrement différente et fondée cette fois sur l'aberration chromatique. Voir encore les notes 6 de la p. 349 et 3 de la p. 350. Ajoutons, qu'au lieu de la démonstration qui va suivre on en trouvera une autre plus algébrique p. 382—383 de l'Appendice III, que nous venons de citer dans la note 2.

porro refractio radij extremi in lentem AB incidentis esse BEP, quæ occurrat lenti oculari in P, cujusque aberratio sit ED, circelli vero aberrationis semidiameter DF. Et jungatur DP, sitque PS axi parallela.

[Fig. 38.]

[Fig. 39.]



Quoniam igitur, si in lentem ocularem OP radius incidat DP, ex foco ejus adveniens, is axi parallelus efficitur, ita ut incedat secundum rectam PS; (nam, ut supra fieri licere ostendimus, lentem OP quasi aberrationis expertem hîc consideramus;) feretur proinde radius EP secundum PR, ut angulus SPR fiat æqualis DPE. Occurrat ergo pupillæ in R et agatur RT axi parallela. Quia ergo oculi ea est dispositio ut radios axi parallelos, qualis TR, cogat ad punctum X, sequitur radium PR interius deflexurum puta ad punctum retinæ V, ita XV illic futura sit semidiameter circelli aberrationis; cujus quidem magnitudinem pendere apparet à magnitudine anguli quem refractiones radiorum PR, TR intra pupillam ad punctum R efficiunt. Hic vero angulus certam proportionem habet ad angulum PRT*, quæ subsesquitercia esset²⁾, si corneæ refractio eadem quæ aquæ ponatur; sed quæcunque sit, nihil hic refert.

*¹⁾.

Porro in telescopio altero [Fig. 39] eadem omnia posita atque effecta intelligantur, literis minoribus ejusdem nominis atque in priore ad puncta correspondentia adscriptis; Et constat eadem omnia, quæ hæcenus dicta sunt, etiam illi telescopio convenire. Requiritur itaque, quo æque distincta utrobique contingat visio, ut XV sit æqualis xu, ac proinde ut angulus TRP sit æqualis trp. Angulo autem TRP five RPS æqualis est DPF, similiterque angulo trp æqualis dpf. Ergo requiritur ut æquales sint anguli DPF, dpf. Quod ut fiat, debet esse ut PD ad DF ita pd ad df; et permutando, ut PD ad pd, five, quæ eadem ratio hic censenda est, OD ad od, ita DF ad df.

Sit ut CD ad DO ita cd ad dn. Quod si igitur, ablata lente op, lens alia ocularis ad n poneretur, foci distantiam habens dn, jam eadem esset utriusque telescopij multiplicatio*; sed ea quam tunc haberet telescopium abop⁴⁾ est ad

* [Prop. V, Part. I, Lib. II.]³⁾

¹⁾ Ici encore le renvoi est laissé en blanc. La proposition dont il s'agit n'avait pas été formulée explicitement par Huygens; mais elle résulte facilement des considérations qui ont amené le théorème mentionné dans la note 1, p. 342. On en trouvera d'ailleurs une démonstration, qu'on doit dater probablement de 1689, dans l'Appendice IX, p. 433.

²⁾ C'est-à-dire, la valeur réciproque de l'indice de réfraction de l'eau, sur lequel on peut consulter la p. 11 du Tome présent.

³⁾ Voir la p. 197 du Tome présent.

⁴⁾ Lisez plutôt abn.

* 1).

télescope dans le cas où la lentille **op** y est placée, comme **od** est à **dn** *. Il paraît donc que le grossissement dû au télescope ABOP est lui aussi au grossissement dû au télescope **abop** muni de la lentille **op** comme **od** est à **dn**. Mais comme on exige que les objets soient vus par les deux télescopes avec le même degré de clarté, il faut que le rapport **od : dn**, c'est-à-dire le rapport des grossissements, soit égal à **CB : cb**, c'est-à-dire au rapport des ouvertures. Puis, en partant de là, nous raisonnerons comme il suit. Le rapport **OD : od** est composé des rapports **OD : dn** et **dn : do**, dont le premier **OD : dn** est égal à **CD : cd**, puisque nous avons choisi le point **n** de telle manière que $CD : DO = cd : dn$; tandis que le second **dn : do** est égal à **cb : CB**, comme nous venons de le faire voir. Le rapport **OD : od** se compose donc des rapports **CD : cd** et **cb : CB**. Or, nous avons montré plus haut que ce même rapport **OD : od** est égal au rapport **DF : df**, dont

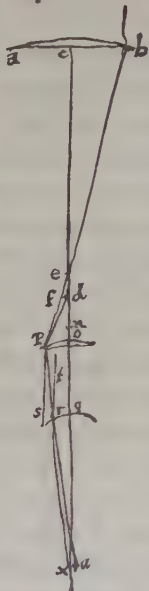
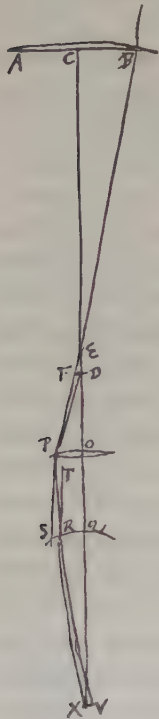
* Prop. VIII 2). il est établi qu'il se compose des rapports $CB^3 : cb^3$ et $cd^2 : CD^2$ *. Le rapport composé des rapports **CD : cd** et **cb : CB** fera donc égal à celui que composent les rapports $CB^3 : cb^3$ et $cd^2 : CD^2$. Multiplions des deux côtés par le rapport $CD^2 : cd^2$. Les deux rapports suivants deviendront donc égaux entre eux: un premier composé des rapports $CD^3 : cd^3$ et **cb : CB**, un second des rapports $CB^3 : cb^3$, $cd^2 : CD^2$ et $CD^2 : cd^2$; le second est donc simplement égal à $CB^3 : cb^3$, vu que les deux derniers rapports se détruisent mutuellement. Multiplions de nouveau des deux côtés par le rapport **CB : cb**. Alors deviendront égaux, un premier rapport composé des rapports $CD^3 : cd^3$, **cb : CB** et **CB : cb** étant donc simplement égal au rapport $CD^3 : cd^3$, et un second qui se compose des rapports $CB^3 : cb^3$ et **CB : cb**, et qui est donc égal au rapport $BC^4 : bc^4$. Comme le cube de **CD** est au cube de **cd**, ainsi est donc la quatrième puissance de **CB** à la quatrième puissance de **cb**. Ce qu'il fallait démontrer.

Il s'enfuit que si le rapport des distances focales **CD** et **cd** est égal à 16 : 1, celui des diamètres des ouvertures **BA** et **ba** fera 8 : 1. Généralement, étant donnés dans un seul télescope quelconque la distance focale de la lentille extérieure et la plus grande ouverture que ce télescope peut supporter, nous trouverons d'après cette règle l'ouverture qui convient à un autre télescope quelconque ayant une lentille extérieure de la même espèce; le plus facile sera de se servir de logarithmes. En effet, si l'on donne numériquement la distance focale **CD** du télescope donné, le diamètre **AB** de son ouverture et la distance focale **cd** du second télescope qu'il s'agit de construire, il faut ajouter au logarithme du nombre **AB** les trois quarts du logarithme de **cd** et retrancher de la somme les trois quarts du logarithme de **CD**: on obtiendra ainsi le logarithme de l'ouverture **ab**.

1) Le renvoi est laissé en blanc. On comprend difficilement pourquoi une autre proposition que la Prop. V, citée à la p. 345, serait nécessaire.

eam quam præstat posita lente **op**, sicut **od** ad **dn***, Ergo patet et multiplicationem * 1).
telescopij **ABOP** ad eam quæ est telescopij **abop** instructi lente **op**, se habere ut

[Fig. 38.] [Fig. 39.]



od ad **dn**. Cum autem æqualis claritas utrinque rebus visis postuletur, oportet ut sit **od** ad **dn** hoc est multiplicatio ad multiplicationem sicut **CB** ad **cb**, apertura ad aperturam, unde jam porro sic argumentabimur. Ratio **OD** ad **od**, componitur ex rationibus **OD** ad **dn** et **dn** ad **do**; quarum **OD** ad **dn** est eadem quæ **CD** ad **cd**; cum fecerimus **CD** ad **DO** ut **cd** ad **dn**; altera vero **dn** ad **do** eadem quæ **cb** ad **CB**, ut modo ostendimus; itaque ratio **OD** ad **od** componitur ex rationibus **CD** ad **cd** et **cb** ad **CB**. Atque eadem ratio **OD** ad **od** æqualis antea ostensa est rationi **DF** ad **df**, quam componi constat ex rationibus cubi **CB** ad cubum **cb** et quadrati **cd** ad qu. **CD***. Ergo ratio

* [Prop. VIII.]²⁾

composita ex **CD** ad **cd** et **cb** ad **CB** æquabitur compositæ ex rationibus cubi **CB** ad cubum **cb** et quadrati **cd** ad qu. **CD**. Addatur utrinque ratio quadrati **CD** ad qu. **cd**. fient igitur æquales inter se, illinc composita ex rationibus cubi **CD** ad cubum **cd** et rectæ **cb** ad **CB**, hinc composita ex rationibus cubi **CB** ad cubum **cb** et quadrati **cd** ad qu. **CD** et quadrati **CD** ad qu. **cd**; hoc est, sola ratio cubi **CB** ad cubum **cb**; quia duæ posteriores sese mutuo tollunt.

Addatur rursus utrinque ratio **CB** ad **cb**; fientque

rationes æquales, illinc, composita ex rationibus cubi **CD** ad cubum **cd**, et rectæ **cb** ad **CB** et **CB** ad **cb**, hoc est sola ratio cubi **CD** ad cubum **cd**. Hinc vero composita ex rationibus cubi **CB** ad cubum **cb**, et rectæ **CB** ad **cb**, quæ duæ rationes constituunt rationem quadratoquadrati **BC** ad qu. qu. **bc**. Sicut igitur cubus **CD** ad cubum **cd** ita est qu. qu. **CB** ad qu. qu. **cb**. quod erat dem.

Hinc sequitur, si ratio foci distantiarum **CD** ad **cd** sit ea quæ 16 ad 1, rationem diametrorum aperturæ **BA** ad **ba** futuram quæ 8 ad 1. In universum vero, data in uno aliquo telescopio foci distantia lentis exterioris, et maxima quam ferre valet apertura, etiam alij cuivis, ejusdem generis lentem exteriorem habenti, debitam aperturam secundum hæc invenimus, et facillime quidem per logarithmos. Si enim dentur numero foci distantia dati telescopij, **CD**, et diameter aperturæ **AB**, itemque foci distantia alterius construendi telescopij **cd**, oportet logarithmo numeri **AB** addere tres quartas logarithmi **cd** et à summa auferre tres quartas logarithmi **CD**; fietque logarithmus aperturæ **ab**.

²⁾ Voir la p. 315 du Tome présent.

Supposons, par exemple, qu'une lentille ayant une distance focale de 12 pieds, supporte dans son télescope une ouverture de deux pouces ¹⁾ et qu'on demande l'ouverture d'une autre lentille ayant une distance focale de 100 pieds. Le logarithme de 100 est 2,00000; en ajoutant les trois quarts de ce logarithme, c'est-à-dire 1,50000, au logarithme de 2, qui est 0,30103, on obtiendra 1,80103. Si l'on en retranche les trois quarts du logarithme de 12, c'est-à-dire 0,80938, il reste 0,99165, logarithme du nombre $\frac{981}{100}$, qui désigne le nombre des pouces du diamètre cherché de l'ouverture, lequel est un peu inférieur à dix, ainsi qu'on voit. Nous avons construit de cette façon le tableau suivant ²⁾ en prenant, comme nous l'avons dit, une ouverture de 2 pouces pour une lentille de 12 pieds, attendu que l'expérience nous a enseigné qu'une bonne lentille, quoique également convexe des deux côtés, peut avoir une ouverture de cette grandeur ³⁾; d'où il résulte qu'une lentille planconvexe ou une lentille à rapport sextuple des rayons de courbure laquelle est supérieure à toutes les autres comme nous l'avons démontré plus haut ⁴⁾, supporte encore plus facilement une pareille ouverture. Si une lentille de cette dernière espèce était donnée et qu'on pouvait être assuré qu'elle était façonnée fort exactement, on pourrait se baser sur elle pour trouver la plus grande ouverture de toutes les autres lentilles de cette espèce. Mais nous avons préféré tenir compte de ce qu'on peut espérer déjà maintenant des efforts des artisans. Dans le même tableau nous avons indiqué quelles sont les lentilles oculaires qui conviennent à chaque grande lentille; pour trouver leurs distances focales, nous admettons qu'une lentille qui a une distance focale de deux pouces peut être combinée proprement avec une grande lentille de 12 pieds, comme l'expérience l'a enseigné ⁵⁾. En se basant là-dessus, on peut calculer la mesure de chacune des autres lentilles oculaires; en effet:

Dans des télescopes de longueurs différentes dont les lentilles extérieures sont de la même espèce, les distances focales des lentilles oculaires doivent être entre elles comme les racines bicarrées des distances focales des grandes lentilles ⁶⁾.

Cela se tire de la manière suivante de ce que nous avons démontré plus haut. Nous y avons montré que les distances focales, OD et **od**, des lentilles oculaires [Fig. 38 et 39] dans les télescopes considérés qui forment à l'intérieur de l'oeil des images également lumineuses et également distinctes quoique non pas également grandes, sont entre elles dans un rapport composé des rapports CD : **cd** et **cb** : **CB** ⁷⁾. Par conséquent, la quatrième puissance du rapport OD : **od** fera aussi

¹⁾ On trouve ici intercalée, mais biffée depuis, la phrase: „talem enim bonæ lenti convenire re ipsa invenimus”.

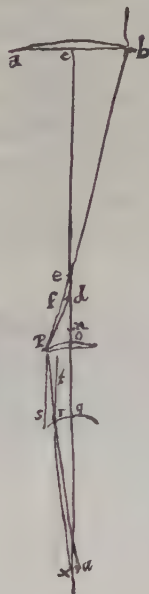
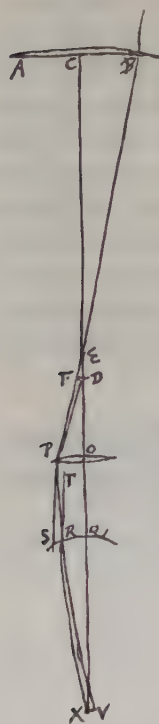
²⁾ Voir les p. 351—353.

³⁾ C'est-à-dire, nonobstant qu'une lentille de ce genre présente une aberration sphérique qui

Ut si lens, cujus foci distantia pedum 12, ferat aperturam in telescopio suo quæ sit pollicum duorum ¹⁾, et quæraturs apertura lentis alius cujus foci distantia pedum 100. Logarithmus 100 est 2,00000 cujus tres quartæ 1,50000 additæ ad logarithmum 2, qui est 0,30103, faciunt 1,80103. Unde si auferantur $\frac{3}{4}$ logarithmi 12, hoc est, 0,80938, reliquum est, 0,99165, logarithmus numeri $\frac{981}{100}$, qui designat

numerum pollicum diametri aperturæ quæsitæ; paulo minorem, ut apparet, denario. Et hoc modo composita est sequens tabella ²⁾, sumtâ, ut jam diximus, aperturâ 2 pollicum in lente pedum 12: quandoquidem bonam lentem eousque

[Fig. 38.] [Fig. 39.]



aperiri posse re ipsa invenimus, etsi utrimque æqualiter convexam ³⁾; ut tanto proinde facilius id laturo sit planoconvexa, vel illa proportionis sexcuplæ, quæ præstare cæteris omnibus supra ostensa fuit ⁴⁾. Quod si quæ hujusmodi daretur, quamque constaret exactissime formatam, posset ab hac omnium aliarum maxima apertura certo definiri. Nos vero, quid jam nunc ab artificum industria sperare liceat, attendimus. In eadem porro tabella et lentes oculares definivimus quæ cuique majori lenti conveniunt; ad quarum foci distantias inveniendas, ponimus eam quæ duos pollices habeat recte aptari cum lente magna pedum 12, sicut experientia comprobatum est ⁵⁾. Hinc vero et reliquæ omnes mensuram suam accipiunt; quandoquidem:

In diversæ longitudinis telescopijs, quibus lentes exteriores ejusdem sunt generis, lentium ocularium foci distantia subquadruplam rationem habere debent ejus quam foci distantia lentium magnarum ⁶⁾.

Quod ex ante demonstratis hoc modo conficitur. Foci distantia lentium ocularium, OD ad **od** [Fig. 38 et 39], in telescopijs ibi propositis, quæ res

vifas æque clare ac distincte, etsi non æque amplas, intra oculum depingunt, rationem compositam habere ostensæ sunt ex rationibus CD ad **cd**, et **cb** ad CB ⁷⁾.

excède celle d'une lentille planconvexe qui tourne sa surface convexe vers les rayons. Comparez le troisième alinéa de la p. 291.

⁴⁾ Voir la p. 291 en bas.

⁵⁾ Voir, entre autres, la p. 130 du T. V.

⁶⁾ Cette règle aussi a été essentiellement modifiée par Huygens pour tenir compte de l'aberration chromatique. Comparez la note 4, p. 343.

⁷⁾ Voir la p. 347 du Tome présent.

composée des quatrièmes puissances des rapports $CD : cd$ et $cb : CB$. De ces deux dernières la quatrième puissance de $CD : cd$ est composée du rapport $CD : cd$ et de la troisième puissance de ce même rapport $CD : cd$. Et l'autre, la quatrième puissance de $cb : CB$, est égale, d'après ce que nous avons démontré ¹⁾, au rapport du cube cd au cube CD . Par conséquent, la quatrième puissance du rapport $OD : od$ fera composée des rapports $CD : cd$, $(CD : cd)^3$ et $(cd : CD)^3$. Les deux derniers rapports se détruisent mutuellement, et il ne reste donc que le rapport $CD : cd$ égal à la quatrième puissance de $OD : od$; c'est pourquoi le rapport $OD : od$ fera réciproquement égal à la racine bicarrée du rapport $CD : cd$. Ce qu'il fallait démontrer.

D'ailleurs les mesures des lentilles oculaires convexes peuvent se tirer de ce qui précède encore d'une autre façon. En effet, de l'ouverture adoptée pour une lentille de 12 pieds on déduit les ouvertures de toutes les autres lentilles semblables; mais comme les ouvertures, ainsi sont entre eux les grossissements des télescopes donnant des images également lumineuses; il en résulte que lorsque les ouvertures sont données et de même aussi le grossissement propre à un télescope de 12 pieds, lequel est de 72 à 1 lorsque la lentille oculaire de ce télescope a une distance focale de 2 pouces, on connaîtra aussi le grossissement d'un autre télescope quelconque. Mais lorsque le grossissement et la distance focale de la grande lentille sont connus, on connaîtra aussi la distance focale de la lentille oculaire, attendu que le rapport des distances focales est égal au grossissement du télescope composé de ces lentilles ³⁾.

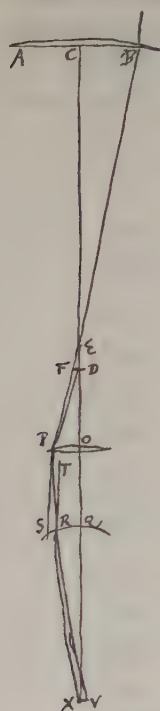
Distance focale de la grande lentille. Pieds.	Diamètre de l'ouverture de la grande lentille. Pouce.	Distance focale de la lentille oculaire. Pouces.	Grossissement linéaire du télescope.
1	$\frac{31}{100}$	$1\frac{9}{100}$	11
2	$\frac{52}{100}$	$1\frac{33}{100}$	18
3	$\frac{70}{100}$	$1\frac{44}{100}$	25

¹⁾ Voir la p. 347 du Tome présent.

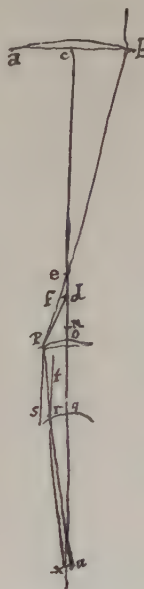
²⁾ Lisez CD .

³⁾ Voici ce que la Correspondance nous apprend sur l'emploi que Huygens a fait du tableau qui suit. Le 30 septembre 1667 il communiqua dans une lettre à son frère Constantyn (T. VI, p. 151) des données pour les lunettes à distances focales de 40, de 60 et de 100 pieds, empruntées évidemment à la deuxième colonne. De même il cita à Colbert, dans une pièce du 9 août 1674 (T. VII, p. 350) intitulée: „De l'effect des Lunettes d'approche”, les grossissements que des lunettes de 12, de 30, de 60, de 80, de 100, de 150, de 300 et de 600 pieds pourraient souffrir d'après le tableau, mais il ajouta déjà alors: „Mais il y a une certaine propriété

[Fig. 38.]



[Fig. 39.]



Itaque et ratio quadruplicata OD ad **od**, componetur ex quadruplicatis rationibus CD ad **cd**, et **cb** ad CB. Harum vero CD ad **cd** quadruplicata componitur ex simplici ratione CD ad **cd** et ex eadem CD ad **cd** triplicata, altera vero **cb** ad CB quadruplicata, eadem ostensa est ¹⁾ quæ cubi **cd** ad cubum CB ²⁾; Ergo ratio quadruplicata OD ad **od** jam componetur ex rationibus CD ad **cd** et ex eadem CD ad **cd** triplicata et ex triplicata **cd** ad CD. quæ duæ posteriores se mutuo tollunt, adeoque superest ratio sola CD ad **cd** æqualis quadruplicatæ OD ad **od**, quare et contra, ratio OD ad **od** subquadrupla erit rationis CD ad **cd**; quod erat ostendendum.

Cæterum alia quoque ratione convexorum ocularium mensuræ ex supra dictis haberi possunt. Cum enim ex constituta apertura in lente 12 pedum, aliarum omnium similium apertura deducantur: Sicuti autem apertura inter se ita et multiplicationes telescopiorum æquali luce gaudentium: datis proinde aperturis, itemque multiplicatione telescopij 12 pedum, quæ est 72 ad 1, cum lens ocularis habeat 2 pollicum foci distantiam, dabitur et multiplicatio alijs cujuslibet. Sed cognita multiplicatione et foci distantia

lentis majoris, noscetur etiam foci distantia lentis ocularis, cum harum sit ratio eadem inter se quæ est multiplicationis telescopij compositi ³⁾.

Foci distantia lentis majoris. Pedes.	Diameter aperturae lentis majoris. Pollices.	Foci distantia lentis ocularis. Pollices.	Multiplicatio Telescopij secundum diametrum.
1	$\frac{31}{100}$	$1\frac{9}{100}$	11
2	$\frac{52}{100}$	$1\frac{33}{100}$	18
3	$\frac{70}{100}$	$1\frac{44}{100}$	25

et défaut dans les refractions, qu'on a remarqué depuis peu" [la dispersion des couleurs] „qui trouble ce raisonnement et fait que les grands verres des lunettes ne peuvent pas souffrir tant d'ouverture qu'on leur donnoit dans le precedent calcul. Et comme la clarté depend de la grandeur de ces ouvertures, elles deviendroient trop obscures si on les vouloit faire grossir suivant la determination de la table susdite". Enfin, le 23 avril 1685 (p. 6 du T. IX) il fait connaître à son frère Constantijn les nouvelles règles qui ont servi à construire le tableau qu'on trouvera plus loin, aux p. 497 et 499 de la troisième Partie.

Distance focale de la grande lentille. Pieds.	Diamètre de l'ouverture de la grande lentille. Pouces.	Distance focale de la lentille oculaire. Pouces.	Grossissement linéaire du télescope.
4	$\frac{88}{100}$	$1\frac{55}{100}$	31
5	$1\frac{4}{100}$	$1\frac{62}{100}$	37
6	$1\frac{19}{100}$	$1\frac{67}{100}$	43
8	$1\frac{48}{100}$	$1\frac{81}{100}$	53
10	$1\frac{74}{100}$	$1\frac{90}{100}$	63
12	2	2	72
15	$2\frac{36}{100}$	$2\frac{11}{100}$	85
20	$2\frac{93}{100}$	$2\frac{28}{100}$	105
25	$3\frac{47}{100}$	$2\frac{40}{100}$	125
30	$3\frac{98}{100}$	$2\frac{51}{100}$	143
35	$4\frac{46}{100}$	$2\frac{60}{100}$	161
40	$4\frac{94}{100}$	$2\frac{64}{100}$	178
45	$5\frac{89}{100}$	$2\frac{77}{100}$	194
50	$5\frac{83}{100}$	$2\frac{84}{100}$	210
60	$6\frac{69}{100}$	$2\frac{98}{100}$	241
70	$7\frac{51}{100}$	$3\frac{11}{100}$	270
80	$8\frac{30}{100}$	$3\frac{21}{100}$	299
90	$9\frac{6}{100}$	$3\frac{31}{100}$	326
100	$9\frac{81}{100}$	$3\frac{49}{100}$	353
150	$13\frac{30}{100}$	$3\frac{73}{100}$	479
200	$16\frac{50}{100}$	$4\frac{4}{100}$	594
250	$19\frac{51}{100}$	$4\frac{27}{100}$	702
300	$22\frac{36}{100}$	$4\frac{47}{100}$	805
400	$27\frac{75}{100}$	$4\frac{80}{100}$	999
500	$32\frac{80}{100}$	$5\frac{7}{100}$	1183
600	$37\frac{61}{100}$	$5\frac{32}{100}$	1354

FIN DE LA DEUXIÈME PARTIE.

Foci distantia lentis majoris. Pedes.	Diameter aperturae lentis majoris. Pollices.	Foci distantia lentis ocularis. Pollices.	Multiplicatio telescopij secundum diametrum.
4	$\frac{88}{100}$	$1\frac{55}{100}$	31
5	$1\frac{4}{100}$	$1\frac{62}{100}$	37
6	$1\frac{19}{100}$	$1\frac{67}{100}$	43
8	$1\frac{48}{100}$	$1\frac{81}{100}$	53
10	$1\frac{74}{100}$	$1\frac{90}{100}$	63
12	2	2	72
15	$2\frac{36}{100}$	$2\frac{11}{100}$	85
20	$2\frac{93}{100}$	$2\frac{28}{100}$	105
25	$3\frac{47}{100}$	$2\frac{40}{100}$	125
30	$3\frac{98}{100}$	$2\frac{31}{100}$	143
35	$4\frac{46}{100}$	$2\frac{60}{100}$	161
40	$4\frac{94}{100}$	$2\frac{64}{100}$	178
45	$5\frac{39}{100}$	$2\frac{77}{100}$	194
50	$5\frac{83}{100}$	$2\frac{84}{100}$	210
60	$6\frac{69}{100}$	$2\frac{98}{100}$	241
70	$7\frac{51}{100}$	$3\frac{11}{100}$	270
80	$8\frac{30}{100}$	$3\frac{21}{100}$	299
90	$9\frac{6}{100}$	$3\frac{31}{100}$	326
100	$9\frac{81}{100}$	$3\frac{49}{100}$	353
150	$13\frac{30}{100}$	$3\frac{73}{100}$	479
200	$16\frac{50}{100}$	$4\frac{4}{100}$	594
250	$19\frac{51}{100}$	$4\frac{27}{100}$	702
300	$22\frac{36}{100}$	$4\frac{47}{100}$	805
400	$27\frac{75}{100}$	$4\frac{80}{100}$	999
500	$32\frac{80}{100}$	$5\frac{7}{100}$	1183
600	$37\frac{61}{100}$	$5\frac{32}{100}$	1354

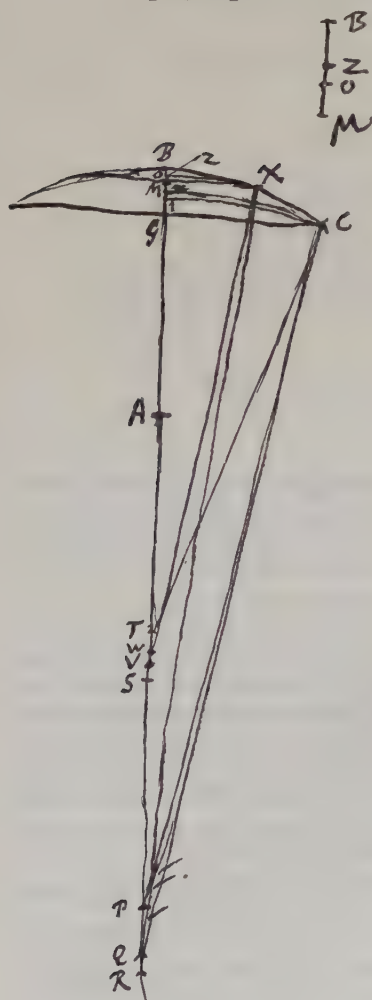
[FINIS PARTIS SECUNDÆ.]

APPENDICE I¹⁾

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE: „DE ABER-
RATIONE RADIORUM A FOCO.”

1665.

[Fig. 1.]



Adversaria ad Dioptricen
spectantia in quibus quæritur
aberratio radiorum a foco²⁾.

§ 1³⁾.

[PREMIÈRE PARTIE.]

Planoconvexa convexo radios excipiente.

$$GS \propto \frac{2}{3}GR^4)$$

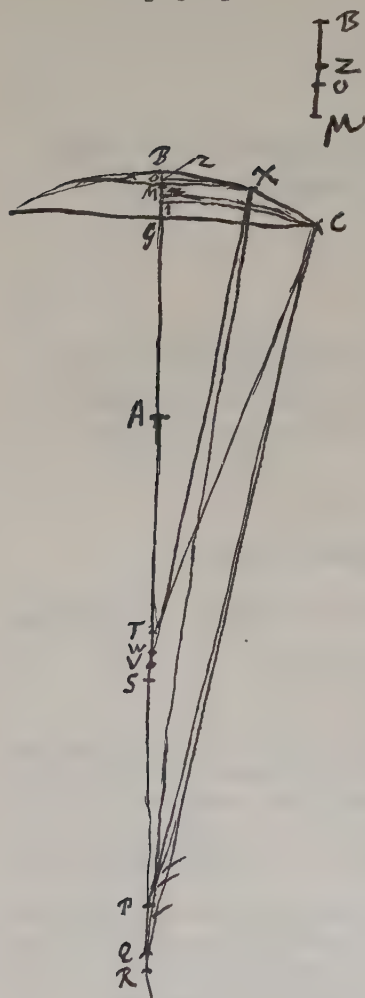
¹⁾ Cet Appendice est emprunté aux p. 11—27 d'un manuscrit contenant 11 feuilles séparées de quatre ou deux pages chacune. Ces pages sont numérotées de 11 à 40 avec intercalation des pp. 19.1, 31.1, 31.2 et 31.3. Le contenu des pages 1—10, qui manquent, nous est inconnu.

²⁾ Ces „Adversaria” donnent la déduction des règles pour le calcul de l'aberration sphérique, communiquées, sans démonstration, aux p. 285—307 du Tome présent. Nous avons ajouté une division en paragraphes.

³⁾ Ce paragraphe se rapporte au cas d'une lentille planoconvexe sur laquelle tombe du côté convexe un faisceau de rayons parallèles à son axe. Dans la première partie l'aberration sphérique des rayons extrêmes est déterminée par un calcul assez embarrassé qui porte les traces d'un premier essai. Aussi Huygens est-il revenu plus d'une fois sur cette détermination; voir le § 6 de l'Appendice V, p. 402—404 et surtout les §§ 2 et 3 de l'Appendice VII, p. 419—420, où la même aberration est calculée d'une façon beaucoup plus concise et plus élégante.

⁴⁾ Dans la figure A représente le centre de courbure de la surface convexe, R le point de concours des rayons parallèles après une première réfraction

[Fig. 1.]



$$PC \propto PI \propto PG + \frac{1}{3} GB^1);$$

$$\left. \begin{aligned} TG + \frac{1}{2} GB \\ \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \propto TM \propto TC^2) \quad m[ult].$$

$$PC \propto PG + \frac{1}{3} GB \propto \frac{3}{2} TG + \frac{3}{4} GB \propto PC^3)$$

$$PG - \frac{5}{12} GB \propto \frac{3}{2} TG$$

$$\frac{2}{3} PG - \frac{5}{18} GB \propto TG$$

$$\text{ex } \frac{2}{3} GR \propto GS$$

$$\frac{2}{3} PR + \frac{5}{18} GB \propto TS^4)$$

$$PC \propto PI \propto PB - \frac{2}{3} BG = \frac{3}{2} AP^5)$$

$$PB \propto \frac{3}{2} AP + \frac{2}{3} BG$$

à cette surface, S le foyer de la lentille. Si donc l'indice de réfraction égale $\frac{3}{2}$, comme Huygens le suppose pour le verre, on a d'après le second alinéa de la p. 83 du Tome présent: $BR = 3 BA$, $GS = \frac{2}{3} GR$.

¹⁾ Ici CP représente la direction du rayon qui, ayant passé par le point C, a subi une première réfraction à la surface convexe, CI et CM des arcs de cercle dont les centres sont respectivement P et W. La relation $PC = PI = PG + \frac{1}{3} GB$ se déduit alors facilement de la Prop. II (p. 275 du Tome présent); puisque, d'après elle, les hauteurs des demi-segments CIG et CBG doivent être inversement proportionnelles aux rayons de courbure PC et AB, où PC est à peu près égal à RB, c'est-à-dire à 3AB.

²⁾ TC représente le rayon qui, après avoir passé par C, a subi les deux réfractions: à la surface convexe et à la surface plane. On a donc $TC = TM = TG + \frac{1}{2} GB$; puisque le rayon de courbure du demi-segment MGC est à peu près le double de celui du demi-segment BGC.

³⁾ On a trouvé $PC = PG + \frac{1}{3} GB$; mais on a de même, d'après la Prop. III, Part. I, Liv. I,

⁴⁾ On a trouvé $PC = PG + \frac{1}{3} GB$; mais on a de même, d'après la Prop. III, Part. I, Liv. I,

$$\text{ex BR} \propto \frac{3}{2} \text{AR}$$

$$\text{PR} \propto \frac{3}{2} \text{PR} - \frac{2}{3} \text{BG}$$

$$\frac{2}{3} \text{BG} \propto \frac{1}{2} \text{PR}$$

$$\frac{4}{3} \text{BG} \propto \text{PR}$$

$$\text{TS} \propto \frac{8}{9} \text{BG} + \frac{5}{18} \text{BG} \propto \frac{7}{6} \text{BG} \text{ } ^6) \text{ convexo exteriore.}$$

Vide calculum pag. 39 ⁷⁾.

[DEUXIÈME PARTIE.] ⁸⁾

$$\text{MV} \propto \frac{2}{3} \text{MR} \text{ } ^9); \text{MX} \propto \frac{1}{2} \text{GC}; \text{BM} \propto \frac{1}{4} \text{BG};$$

$$\text{OM} \propto \frac{1}{3} \text{BM}, \text{ quia } \text{QX} \propto \text{QO} \propto 3 \text{AB} \text{ } ^{10}); \text{OM} \propto \frac{1}{12} \text{BG}.$$

p. 17, $\text{PC} = \nu \cdot \text{TC}$, c'est-à-dire, dans le cas présent: $\text{PC} = \frac{3}{2} (\text{TG} + \frac{1}{2} \text{GB})$.

⁴⁾ D'après cette formule l'aberration TS, qui est la conséquence des réfractions aux deux surfaces de la lentille, sera connue si on connaît l'aberration PR causée par la première réfraction à la surface convexe. Il ne s'agit donc plus maintenant que de calculer PR.

⁵⁾ Voir la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 15, d'après laquelle $\text{PC} = \nu \cdot \text{AP}$.

⁶⁾ Comparez la règle énoncée à la p. 287 du Tome présent.

⁷⁾ Voir l'Appendice V aux p. 402—404, citées déjà dans la note 3 de la p. 355.

⁸⁾ Dans cette deuxième partie Huygens se propose de comparer les aberrations sphériques de deux lentilles planconvexes CBG et XBM qui possèdent des surfaces sphériques de même courbure, mais dont les largeurs GC et MX sont différentes, c'est-à-dire $\text{GC} = 2\text{MX}$.

⁹⁾ Quoique dans les deux parties Huygens se serve de la même figure il attache une signification différente au point M. Ainsi dans cette deuxième partie M est le point d'intersection de la surface plane de rayon $\text{MX} = \frac{1}{2} \text{GC}$ d'une lentille BXM avec l'axe de cette lentille dont

le point V indique le foyer. De cette manière la relation $\text{MV} = \frac{2}{3} \text{MR}$ est analogue à celle

$\text{GS} = \frac{2}{3} \text{GR}$, qu'on trouve au début de la première partie.

¹⁰⁾ C'est-à-dire: par approximation; notons que Q remplace pour la petite lentille le point P de la plus grande, comme M le point G, V le point S et O le point I. De même, dans ce qui suit, W remplace le point T et Z le point M dans sa première signification. Voir d'ailleurs, pour la situation réciproque des points M, O, Z, B la petite figure en haut et à droite de la Fig. 1

$$\left. \begin{aligned} QM^1) + \frac{1}{12}BG &\propto QO; \quad WM + \frac{1}{8}BG \\ &\frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \propto WZ \\ \frac{3}{2} \left. \begin{aligned} &\frac{3}{2} \end{aligned} \right\} m[ult].$$

$$QM + \frac{1}{12}BG \propto \frac{3}{2}WM + \frac{3}{16}BG$$

$$QM - \frac{5}{48}BG \propto \frac{3}{2}WM$$

$$\frac{2}{3}QM - \frac{5}{72}BG \propto WM$$

$$\text{ex } \frac{2}{3}MR \propto MV$$

$$\frac{2}{3}QR + \frac{5}{72}BG \propto WV$$

$$\text{fed } QR \propto \frac{1}{4}PR, \text{ et } \frac{5}{72}BG \propto \frac{1}{4} \text{ de } \frac{5}{18}BG^2).$$

Ergo $WV \propto \frac{1}{4}TS$. hoc nihil opus demonstrare postquam ostensum quod aberratio $TS \propto \frac{7}{6}BG$, et aberratio $WV \propto \frac{7}{6}BM$.

¹⁾ Dans les formules qui suivent Huygens applique à la petite lentille BXM les mêmes raisonnements qui l'ont guidé dans le paragraphe précédent, jusqu'au moment où il est arrivé à la relation; $\frac{2}{3}QR + \frac{5}{72}BG \propto WV$.

²⁾ Dans l'ordre logique des choses Huygens devrait calculer QR de la même manière dont il a calculé PR dans la première partie, mais il aperçoit que la relation $PR = \frac{4}{3}BG$ implique, dans le cas de la petite lentille, la relation $QR = \frac{4}{3}BM$, dont on déduit $QR = \frac{1}{4}PR$, puisque $BM = \frac{1}{4}BG$. En comparant ensuite terme pour terme l'expression qu'il vient de trouver pour WV avec celle pour TS trouvée en premier lieu (p. 356) dans la partie précédente, il lui est facile d'en conclure $WV = \frac{1}{4}TS$; mais il ne manque pas d'observer que ce résultat n'avait pas besoin d'une démonstration élaborée, puisqu'il se déduit immédiatement en appliquant à la petite lentille le résultat obtenu (p. 357) pour la plus grande ainsi qu'il le montre dans la dernière phrase de ce § 1. En même temps il aura entrevu probablement la vérité de la Prop. VI (p. 307 du Tome présent), dont il a prouvé ainsi un cas particulier.

[Fig. 2.]

§ 2³⁾.

[PREMIÈRE PARTIE.]

$$BR \propto \frac{2}{3}AR^4)$$

$$PC \propto PI \propto PB + \frac{3}{2}BG \propto \frac{2}{3}AP^5)$$

$$PB \propto \frac{2}{3}AP - \frac{3}{2}BG$$

$$\text{ex } RB \propto \frac{2}{3}AR$$

$$PR \propto \frac{2}{3}RP + \frac{3}{2}BG$$

$$\frac{1}{3}RP \propto \frac{3}{2}BG$$

$RP \propto \frac{9}{2}BG$ in lente planoconvexa
plano exteriore seu radios excipiente⁶⁾.

[DEUXIÈME PARTIE.]⁷⁾

foraminis diametro subdupla radijs in
planum incidentibus.

$$QX \propto QO \propto QB + \frac{3}{8}BG \propto \frac{2}{3}AQ$$

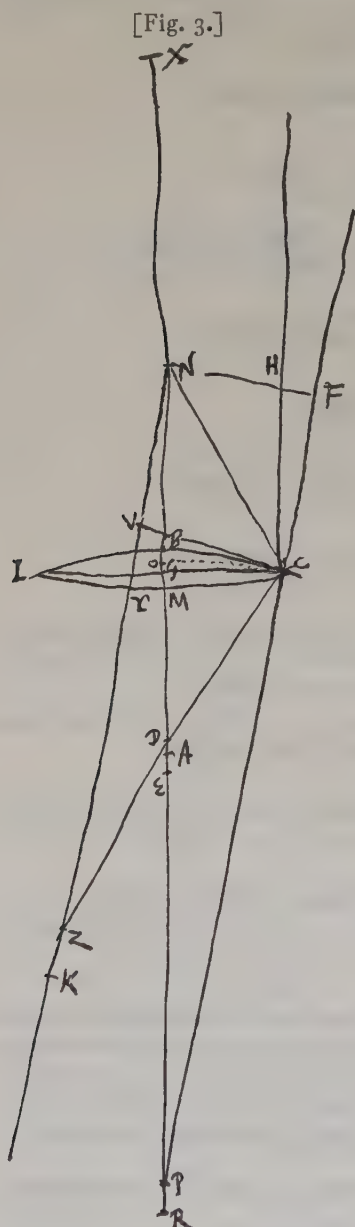
³⁾ Ce paragraphe se rapporte au cas d'une lentille planoconvexe sur le côté plan de laquelle tombe un faisceau de rayons parallèles à son axe. L'arrangement de la page dont nous avons emprunté le § 1 et ce § 2 ne laisse aucun doute que la première partie du § 1 a précédé celle du § 2; mais il en est autrement des deuxièmes parties. Il est probable que celle du § 2 a été rédigée avant celle du § 1 et il est certain qu'elle le fut avant que la dernière phrase du § 1: „hoc nihil”, etc. fut écrite.

⁴⁾ R représente le foyer de la lentille, A le centre de courbure, donc $BR = 2 AB$; comparez Prop. XIV, Part. I, Liv. I, p. 81 du Tome présent.

⁵⁾ CP représente le rayon qui a subi la réfraction en C, CI un arc de cercle dont P est le centre; on a donc $PI = PB + BG + GI = PB + \frac{3}{2}BG$, d'après la Prop. II p. 275, et $PC = \frac{2}{3}AP$, d'après la Prop. III, Part. I, Liv. I, p. 17.

⁶⁾ Comparez la règle de la p. 285 du Tome présent.

⁷⁾ Influence sur l'aberration sphérique d'une diminution de la surface réfringente.



$$QB \propto \frac{2}{3}AQ - \frac{3}{8}BG$$

$$\text{ex } BR \propto \frac{2}{3}AR$$

$$QR \propto \frac{2}{3}QR + \frac{3}{8}BG$$

$$\frac{1}{3}QR \propto \frac{3}{8}BG$$

$$QR \propto \frac{9}{8}BG$$

§ 3¹).

[PREMIÈRE PARTIE.]

$$AB \text{ [Fig. 3]}^2) \propto a; NM \propto n; BG \propto b$$

$$PR \propto \frac{4}{3}b^3); PC \propto PO \propto PB - \frac{2}{3}b^4)$$

$$\text{fed } PB \propto 3a - \frac{4}{3}b$$

$$\frac{2}{3}b$$

$$PC \propto 3a - 2b$$

¹) Ce paragraphe s'occupe du cas d'une lentille à deux surfaces convexes. Dans la première partie l'aberration sphérique d'une telle lentille est exprimée en fonction des rayons de courbure a et n et de l'épaisseur q .

²) Les notations de la figure sont conformes à celles de la Fig. 15, p. 289 du Tome présent, lesquelles sont expliquées dans le texte qui appartient à cette dernière figure. En voici le résumé: N et A sont les centres de courbure des surfaces de la lentille, E est son foyer, R le point de concours des rayons parallèles à l'axe venant du côté N après leur première réfraction à la surface IBC, X celui des rayons parallèles à l'axe venant de l'autre côté après la réfraction à la surface IMC, HC est un des rayons extrêmes parallèles à l'axe, CP la direction qu'il prend après la première réfraction à la surface IBC, CZ celle

après les deux réfractions; NK est parallèle à FCP, NF et VC y sont perpendiculaires; enfin K est le point de concours, après leur réfraction à la surface IMC, des rayons qui se meuvent dans l'intérieur de la lentille dans la direction CP.

³) Voir, p. 357, la première partie du § 1, vers la fin.

⁴) D'après la Prop. II, p. 275, on a $OG = \frac{1}{3}BG$; donc $BO = \frac{2}{3}b$.

$$NM (n) \text{ ad } AB (a) \text{ ut } BG (b) \text{ ad } MG \left(\frac{ab}{n}\right)^5)$$

$$RN \propto 3a + n - b - \frac{ab}{n}$$

$$RP \propto \frac{4}{3}b$$

$$PN \propto 3a + n - \frac{7}{3}b - \frac{ab}{n}$$

$$\text{ratio qu.}^i PC \text{ ad qu.} PN \text{ five qu.}^i CG \text{ ad qu.} CV^6) \propto MG \text{ ad } VY^7)$$

$$\text{qu.} PC (9aa) \text{ ad qu.} PN (9aa + 6an + nn)^8) \text{ ut } MG \left(\frac{ab}{n}\right) \text{ ad } VY \left(\frac{ab}{n} + \frac{2}{3}b + \frac{bn}{9a}\right)$$

$$ZK \propto \frac{9}{2} VY \propto \frac{9}{2} \frac{ab}{n} + 3b + \frac{1}{2} \frac{bn}{a} \text{ vide pag. 11}^9)$$

$$\text{ex KN } 3n$$

$$ZN \propto 3n - \frac{9}{2} \frac{ab}{n} - 3b - \frac{1}{2} \frac{bn}{a}$$

$$PC \propto 3a - 2b$$

$$PC + ZN \propto 3n + 3a - 5b - \frac{9}{2} \frac{ab}{n} - \frac{1}{2} \frac{bn}{a}$$

$$PC + ZN \left(3n + 3a - 5b - \frac{9}{2} \frac{ab}{n} - \frac{1}{2} \frac{bn}{a}\right) \text{ ad } PC (3a - 2b) \text{ ut NP}$$

$$\left(3a + n - \frac{7}{3}b - \frac{ab}{n}\right) \text{ ad PD}$$

$$PD^{10}) \propto \frac{9aa + 3an - 13ab - 2bn + \frac{14}{3}bb - \frac{3aab}{n} + \frac{2abb}{n}}{3a + 3n - 5b - \frac{9}{2} \frac{ab}{n} - \frac{1}{2} \frac{bn}{a}}$$

$$RX \propto BR + MX - BM \propto 3a + 3n - b - \frac{ab}{n}$$

$$RX \left(3n + 3a - b - \frac{ab}{n}\right) \text{ ad } RN \left(3a + n - b - \frac{ab}{n}\right) \text{ ut } RM \left(3a - b - \frac{ab}{n}\right) \text{ ad } RE^{11)}$$

⁵⁾ D'après la même Prop. II.

⁶⁾ Par suite de la similitude des triangles PGC et PFN et puisque FN = VC.

⁷⁾ D'après la Prop. I, p. 273.

⁸⁾ La première approximation est ici suffisante.

⁹⁾ Voir, p. 359, la première partie du § 2, vers la fin.

¹⁰⁾ Nous supprimons quelques calculs.

¹¹⁾ Il s'agit de trouver le foyer E de la lentille d'après la règle donnée dans la Prop. XVI, Part. I, Liv. I, p. 87 du Tome présent.

$$\text{RE}^1) \propto \frac{9aa + 3an - 7ab - \frac{6aab}{n} - bn + \frac{2abb}{n} + bb + \frac{aabb}{nn}}{3a + 3n - b - \frac{ab}{n}}$$

$$\text{RP} \propto \frac{4}{3} b$$

$$\text{PE}^1) \propto \frac{9aa + 3an - 11ab - 5bn - \frac{6aab}{n} + \frac{7}{3}bb + \frac{10}{3}\frac{abb}{n} + \frac{aabb}{nn}}{3a + 3n - b - \frac{ab}{n}} \quad \text{f[ubt].}$$

PE auferenda ex PD reducta utraque sub eundem denomin. ²⁾)

$$\begin{aligned} & 3a + 3n - 5b - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - \frac{1}{2}\frac{bn}{a} \\ & \quad 3a + 3n - b - \frac{ab}{n} \\ & \hline & 9aa + 9an - 15ab - \frac{27}{2}\frac{aab}{n} - \frac{3}{2}bn \\ & \quad + 9an + 9nn - 15bn - \frac{27}{2}ab - \frac{3}{2}\frac{bnn}{a} \\ & \quad - 3ab - 3bn + 5bb + \frac{9}{2}\frac{abb}{n} + \frac{1}{2}\frac{bnn}{a} \\ & \quad - \frac{3aab}{n} - 3ab + \frac{5abb}{n} + \frac{9}{2}\frac{aabb}{nn} + \frac{1}{2}bb \\ & \hline & 9aa + 18an + 9nn - 34\frac{1}{2}ab - 19\frac{1}{2}bn \\ & \quad - 16\frac{1}{2}\frac{aab}{n} - \frac{3}{2}\frac{bnn}{a} \end{aligned}$$

¹⁾ Nous supprimons quelques calculs.

²⁾ Voir les trois multiplications qui suivent. Dans la première le produit des dénominateurs est déterminé; mais dans le résultat les termes sont omis qui contiennent la seconde puissance de b . Huygens aurait pu aller plus loin et omettre tous les termes qui ont b pour facteur, comme il le fera dans la suite. Dans la deuxième multiplication le numérateur de PE est multiplié par le dénominateur de PD; dans la troisième le numérateur de PD par le dénominateur de PE.

$$9aa + 3an - 11ab - 5bn - \frac{6aab}{n} + \frac{7}{3}bb + \frac{10}{3}\frac{abb}{n} + \frac{aabb}{nn}$$

$$3a + 3n - 5b - \frac{9}{2}\frac{ab}{n} - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}$$

multiplicantur hæc ut tantum scribantur in quibus unum b^3).

$$-33aab - 15abn - \frac{18a^3b}{n} - 33abn - 15bnn - 18aab$$

$$-45aab - 15abn - \frac{81a^3b}{2n} - \frac{27}{2}aab - \frac{9}{2}abn - \frac{3}{2}bnn$$

$$-109\frac{1}{2}aab - 67\frac{1}{2}abn - 58\frac{1}{2}\frac{a^3b}{n} - 16\frac{1}{2}bnn$$

$$9aa + 3an - 13ab - 2bn - \frac{3aab}{n}^4)$$

$$3a + 3n - b - \frac{ab}{n}$$

$$-39aab - 6abn - \frac{9a^3b}{n}$$

$$-39abn - 6bnn - 9aab$$

$$-9aab - 3abn$$

$$-\frac{9a^3b}{n} - 3aab$$

$$-60aab - 48abn - 6bnn - \frac{18a^3b}{n}$$

$$ED \quad 49\frac{1}{2}aab + 19\frac{1}{2}abn + 40\frac{1}{2}\frac{a^3b}{n} + 10\frac{1}{2}bnn$$

$$9aa + 18an + 9nn - 19\frac{1}{2}bn - 16\frac{1}{2}\frac{aab}{n} - \frac{3}{2}\frac{bnn}{a} - 34\frac{1}{2}ab \quad \text{bon}$$

³⁾ Les termes qui ne contiennent pas b devront disparaître dans l'expression pour DE, puisque cette grandeur doit s'annuler pour $b = 0$, et ceux qui contiennent bb seront négligeables.

⁴⁾ C'est le numérateur de l'expression pour PD après que les termes qui contiennent bb ont été écartés.

$\frac{33aab + 13abn + 27\frac{a^3b}{n} + 7nmb}{6 \square a + n} \propto \text{DE}^1)$ bon in divisore hoc rursus omisi in quibus b .

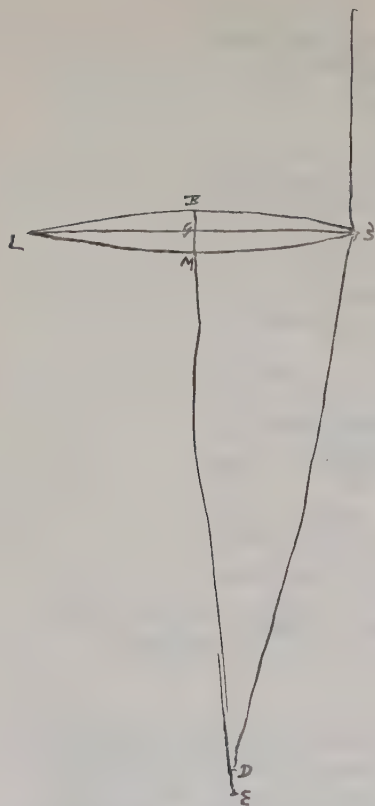
fit $b + \frac{ba}{n} \propto q$ craffitudo totius lentis BM

$$nb + ab \propto nq ; b \propto \frac{nq}{n+a}$$

$$\frac{33aanq + 13annq + 27a^3q + 7n^3q}{6 \text{ cub. } a + n} \propto \text{DE}^2) \text{ bon}$$

dividitur per $a + n$ et fit $\frac{7nnq + 6anq + 27aaq}{6 \square a + n}$. Regula optima³⁾.

[Fig. 4.]



$q \propto \text{BM}$ [Fig. 4].

$a \propto$ radius convexitatis LBS in quam radij incidunt parall.

$n \propto$ radius convexitatis LMS.

E punctum concursus parallelorum. DE spatium in axe intra quod radij omnes paralleli coguntur, quod spatium DE per regulam hanc definitur⁴⁾.

¹⁾ Huygens annota plus tard : „hoc jam dividitur per $an + mn$ ”; ce qu’il a découvert peut-être à propos de la réduction mentionnée dans la note suivante.

²⁾ Plus tard, posant $a + n = v$ et substituant $n = v - a$ dans la formule présente, Huygens a trouvé encore

$$\begin{aligned} & \frac{28aavq - 8avvq + 7v^3q}{6v^3} \propto \\ & \propto \frac{28aaq - 8avq + 7vvq}{6vv} \propto \text{DE}'' \end{aligned}$$

et il applique cette formule aux suppositions $\text{DE} = \frac{6}{5}q$, $5q$ et $\frac{9}{2}q$, trouvant respectivement dans ces

cas : „3,23a $\propto v$ ”, „1,261a $\propto v$ ” et „a $\propto v$ ”.

Le premier résultat est exact; la seconde solution qui appartient au même cas représente une lentille concavo-convexe. Le second résultat, 1,261 a = v, repose sur une erreur de calcul. On trouve $v < a$, ce qui amène une lentille convexo-concave; l’autre solution indiquant une concavo-convexe. À propos du dernier

[DEUXIÈME PARTIE.] ⁵⁾

$$\begin{aligned}
& \frac{33aanq + 13annq + 27a^3q + 7n^3q}{6 \text{ cub. } a + n} \propto \frac{7}{6}q \\
& 33aan + 13ann + 27a^3 + 7n^3 \propto 7 \text{ cub. } a + n \propto 7a^3 + 21aan + 21ann + 7n^3 \\
& 12aan - 8ann + 20a^3 \propto 0 \\
& 3an - 2nn + 5aa \propto 0 \\
& \frac{3}{4} \quad \frac{9}{16}aa \quad \frac{3}{2}an + \frac{5}{2}aa \propto nn \\
& \frac{40}{16}aa \quad \frac{5}{2}a^7) \propto n \text{ lens quæ tantundem valet ac plano-} \\
& \quad \quad \quad \text{convexa convexo exterius locato.} \\
& \sqrt{\frac{49}{16}} \propto \frac{7}{4} \\
& \quad \quad \quad \frac{3}{4} \\
& \quad \quad \quad \frac{10}{4} \frac{5}{2}
\end{aligned}$$

résultat Huygens remarque: „imposs. nisi $a \propto 0$. rectè”; ce qui prouve qu’il ne s’est pas aperçu de la véritable solution $a = \infty$, qui convient au cas de la lentille planconvexe, la seconde solution $v = -\frac{7}{5}a$ appartenant à une concavo-convexe.

³⁾ Comparez la p. 291 du Tome présent.

⁴⁾ À la page du manuscrit qui suit on trouve encore un calcul indépendant du cas $a = n$. Huygens y trouve $DE = \frac{5}{3}BM$ et fait suivre: „hoc idem ex regula pag. 17” [la „Regula optima”] „poterat haberi”.

⁵⁾ Dans cette deuxième partie Huygens calcule le rapport qui doit exister entre les deux rayons de courbure afin que l’aberration sphérique d’une lentille qui est convexe des deux côtés, soit égale à celle d’une lentille planconvexe équivalente, c’est-à-dire d’égale épaisseur, largeur et distance focale, tournant vers les rayons son côté convexe.

⁶⁾ La réduction de cette fraction par la suppression du facteur $(a + n)$ n’avait donc pas encore été accomplie par Huygens, lorsqu’il composa cette partie du § 3.

⁷⁾ Voir le petit calcul à côté.

[TROISIÈME PARTIE.] ¹⁾

$$\frac{33aab + 13abn + 27\frac{a^3b}{n} + 7nmb}{6 \square a + n} \propto DE$$

$$d \text{ foci distantia; } n \propto \frac{ad}{2a-d} \text{ } ^2); a + n \propto \frac{2aa}{2a-d}.$$

$$\frac{33aab + \frac{13aabd}{2a-d} + \frac{54a^3b - 27aadb}{d} + \frac{7aaddb}{4aa - 4ad + dd}}{\frac{24a^4}{4aa - 4ad + dd}} \propto DE$$

$$\frac{\frac{27aab}{d} - 24ab + 7db}{3a} \propto DE \text{ } ^3)$$

$$\frac{27aab - 24adb + 7ddb}{3ad} \propto DE; \frac{2ab}{d} \propto BM \propto q^4); b \propto \frac{dq}{2a};$$

$$\frac{27aq - 24dq + 7\frac{ddq}{a}}{6a} \propto \frac{\frac{9}{2}aaq - 4adq + \frac{7}{6}ddq}{aa} \propto DE$$

per regulam maximi et minimi ⁵⁾. ut DE fit minima; $+ 4adq \propto \frac{7}{3} ddq$;
 $12a \propto 7d$; $a \propto \frac{7}{12} d$; determinatio lentis optimæ ad colligendos radios parallelos.

¹⁾ Dans cette partie Huygens détermine quel doit être le rapport des deux rayons de courbure, afin que l'aberration sphérique devienne un minimum en comparaison avec celle de toute autre lentille possédant la même distance focale, la même largeur et, par conséquent (voir la Prop. III, p. 277), la même épaisseur. À cet effet il commence par introduire la distance focale d dans l'expression pour DE, qu'il a trouvée dans la première partie et dont il n'a pas encore reconnu la réductibilité par le facteur $(a + n)$.

²⁾ Voir le dernier alinéa de la Prop. XVI, Part. I, Liv. I, p. 89, d'après lequel pour une lentille en verre $(a + n) : a = 2n : d$.

³⁾ Nous supprimons quelques calculs.

⁴⁾ On a $nq = (n + a)b$ (voir la p. 364) et $d(n + a) = 2an$ (voir la note 2).

⁵⁾ Il s'agit de la règle de Hudde. Consultez la note 11, p. 166 du Tome présent.

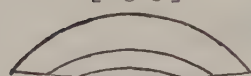
$$n \propto \frac{ad}{2a-d} \propto \frac{7}{2}d$$

$$a \text{ ad } n \text{ ut } \frac{7}{12}d \text{ ad } \frac{7}{2}d, \text{ ut } 1 \text{ ad } 6.$$

Radius convexi objectivi ad radium convexi interioris in lente optima ut 1 ad 6.

εὐρηκα. 6 Aug. 1665.

[Fig. 5.]



Considerandum est poni in his omnibus proportionem refractionis vitri ut 3 ad 2⁶⁾.

Poterat methodus maximi et minimi applicari Regulæ pag. 17, atque inde inveniri hæc definitio lentis optimæ ponendo n incognitam a et q cognitæ⁷⁾.

$$\frac{9}{2}q - 4\frac{dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa} \propto \text{DE bon.}$$

$$\frac{9}{2}q - \frac{4dq}{\frac{7}{12}d} + \frac{\frac{7}{6}ddq}{\frac{49}{144}dd} \propto \text{DE quando } a \propto \frac{7}{12}d$$

$$\frac{15}{14}q \propto \text{DE } ^3) \text{ in lente optima.}$$

[QUATRIÈME PARTIE.]⁸⁾

$$\frac{\frac{9}{2}aaq - 4adq + \frac{7}{6}ddq}{aa} \propto \frac{7}{6}q$$

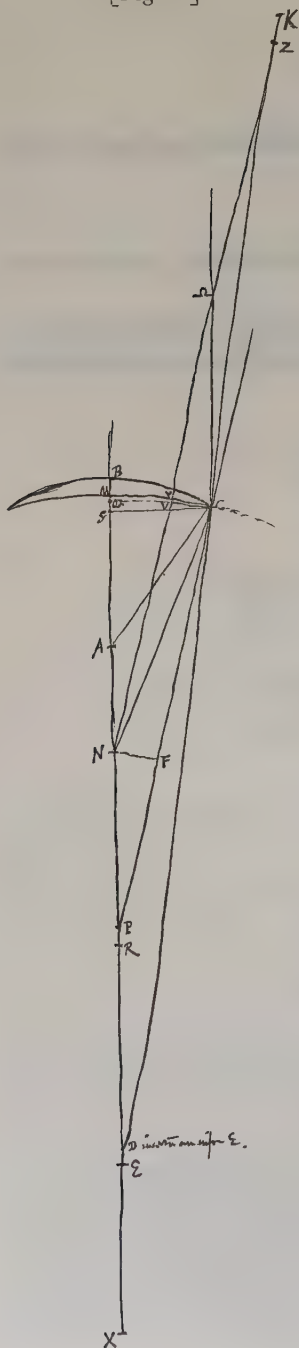
$$27aaq - 24adq + 7ddq \propto 7aaq$$

⁶⁾ Voir la p. 13 du Tome présent.

⁷⁾ Il s'agit de la „Regula optima”, p. 364, d'après laquelle $\text{DE} = \frac{7n^2 + 6an + 27a^2}{6(a+n)^2}q$. Or, le minimum de cette expression pouvait s'obtenir par la règle mentionnée dans la note 5, qui, dans le cas présent, en omettant les constantes 6 et q , conduit à l'équation: $-48a^3n - 40a^2n^2 + 8an^3 = 0$, ou $n^2 - 5an - 6a^2 = 0$; d'où l'on pouvait conclure $n = 6a$.

⁸⁾ Le problème résolu dans la deuxième partie de ce même paragraphe est repris avec la formule nouvelle qui contient la distance focale au lieu du rayon de courbure n .

[Fig. 6.]



$$20aa - 24ad + 7dd \propto 0$$

$$aa \propto \frac{24}{20}ad - \frac{7}{20}dd$$

$$a \propto \frac{7}{10}d^1) \text{ vel } \frac{1}{2}d^2); n \propto \frac{ad}{2a-d} \propto \frac{7}{4}d.$$

§ 4³⁾.

[PREMIÈRE PARTIE.]

$$AB \propto a \text{ [Fig. 6]}; NM \propto n; BG \propto b.$$

$$\frac{33aab - 13abn - \frac{27a^3b}{n} + 7bnn}{6nn - 12an + 6aa} \propto ED^4)$$

vel mutatis signis + et - in numeratore⁵⁾. poterat dividi per $n - a$, et fiebat

¹⁾ Cette première solution amènera $n = \frac{5}{2}a$, comme dans la deuxième partie du paragraphe présent.

²⁾ Inutile de dire que cette seconde solution correspond à la lentille planconvexe, où $n = \infty$.

³⁾ Ce paragraphe traite le cas d'une lentille concavo-convexe tournant vers les rayons sa surface convexe. Dans la première partie il s'agit du calcul de l'aberration sphérique en fonction des rayons de courbure $AB = a$ et $NM = n$ et de l'épaisseur BM de la lentille.

⁴⁾ Nous supprimons les calculs qui ont amené ce résultat. Ils ressemblent tellement à ceux de la première partie du § 3 qu'il nous a paru inutile de les reproduire.

⁵⁾ Comme on le voit par l'annotation „incertum an infra E” qu'on trouve dans la figure 6 près du point E, Huygens a été incertain au début de quel côté du point E, foyer de la lentille, se trouverait le point D, où le rayon ΩC , après les deux réfractions, coupe l'axe BA de la lentille. Toutefois dans ses calculs il a supposé la situation relative de ces deux points telle qu'elle est dans la figure. Il a donc posé $DE = PE - PD$ et c'est de cette manière qu'il a trouvé la valeur de DE. Si, par contre, la supposition contraire était la véritable on devrait changer les signes dans le numérateur.

$$\frac{7bn - 6ab + \frac{27aab}{n}}{6n - 6a} \propto ED^6)$$

$$\text{fit } b - \frac{ba}{n} \propto q^7) \text{ BM}$$

$$nb - ab \propto nq$$

$$b \propto \frac{nq}{n-a}$$

$$\frac{33aanq - 13annq - 27a^3q + 7n^3q}{6 \text{ cub. } n - a} ED$$

$$\text{dividatur per } n-a \text{ et fit } \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \square n - a} \text{ vel } \frac{-27aa + 6an - 7nn}{6 \square n - a} [q] \text{ fed}$$

hoc esse nequit quia $7nn$ major quam $6an$ quia n major quam a . Ergo PD semper auferenda est a PE pag. antecedenti in fine ⁸⁾. Unde liquet semper D cadere supra focum menisci E.

$\frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \square n - a} DE$. Regula ad inveniendam DE ex datis femidiamentris convexæ et concavæ superficiei in menisco.

n radius cavæ superf.ⁱ; a radius convexæ quæ radios parallelos excipit; q crassitudo menisci.

[DEUXIÈME PARTIE.] ⁹⁾

$$\text{foci distantia } d \propto \frac{2an}{n-a}; \quad n \propto \frac{da}{d-2a}; \quad n-a \propto \frac{2aa}{d-2a}$$

$$DE \frac{27aaq - \frac{6aadq}{d-2a} + \frac{7ddaaq}{dd-4ad+4aa}}{\frac{24a^4}{dd-4ad+4aa}}$$

⁶⁾ Cette remarque fut ajoutée plus tard. Dans ce qui suit Huygens va partir de la formule plus compliquée qui précède.

⁷⁾ Dans les calculs que nous avons supprimés Huygens avait trouvé $MG = \frac{ba}{n}$.

⁸⁾ Voir la note 5.

⁹⁾ Dans cette partie Huygens s'efforce à déterminer quel doit être le rapport de n à a pour que l'aberration sphérique devienne un minimum pour une lentille concavo-convexe dont la distance focale et la largeur (et par suite aussi l'épaisseur) sont données. À cet effet il commence par introduire dans la formule la distance focale d au lieu du rayon n .

$$\frac{7}{6} \frac{ddq}{aa} - 4 \frac{dq}{a} + \frac{9}{2} q \text{ vel } \frac{7ddq - 24adq + 27aaq}{6aa} \propto \text{DE. Regula in menisco.}$$

$$\begin{aligned} 14ddq &\propto 24adq^1) & \frac{7}{12} dd &\propto \frac{7}{12} dd & \propto -\frac{7}{2} d &\propto n \text{ impossible} \\ 7d &\propto 12a & d - \frac{7}{6} d &= -\frac{1}{6} d & & \\ -\frac{7}{12} d &\propto a & & & & \end{aligned}$$

hic ergo regula de max. et min. non dat determinationem quia itur ad impossibile²⁾).

[TROISIÈME PARTIE.]³⁾

$$\begin{aligned} \frac{7ddq - 24adq + 27aaq}{6aa} &\propto 100q \\ dd &\propto \frac{24}{7} ad + \frac{573}{7} aa; \quad d \propto 87a^4) \text{ circiter.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7dd &\propto 24ad - 27aa^5) \\ dd &\propto \frac{24}{7} ad - \frac{27}{7} aa \\ \frac{144}{7 \cdot 7} - \frac{189}{7 \cdot 7} &\text{ impoff.} \end{aligned}$$

[Fig. 7.]



$$\begin{aligned} \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \text{ qu. } n - a} &\propto \frac{9}{2} q^6) \\ 27aaq - 6anq + 7nnq &\propto 27nnq - 54anq + 27aaq \\ 48an &\propto 20nn \\ \frac{12}{5} a &\propto n \end{aligned}$$

¹⁾ Application de la règle de Hudde pour les maxima et minima. Comparez la note 5, p. 366.

²⁾ Comparez la note 3 de la p. 295.

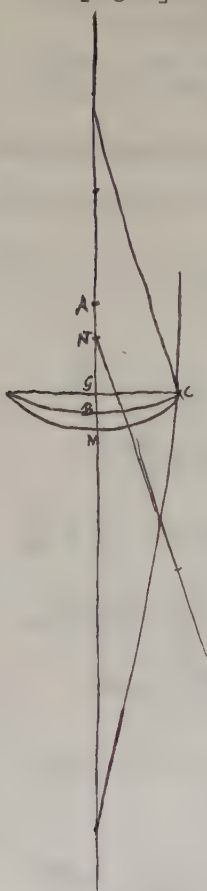
³⁾ Calcul, pour quelques cas spéciaux, de la distance focale pour une aberration de valeur donnée.

⁴⁾ En vérité $d = 11a$ environ.

⁵⁾ Huygens recherche ici si l'aberration sphérique pourrait s'annuler pour un certain rapport entre les deux rayons de courbure.

⁶⁾ Calcul de la forme (Fig. 7) d'une lentille concavo-convexe équivalente sous le rapport de l'aberration à une lentille planconvexe de même épaisseur, largeur et distance focale, tournant le côté plan aux rayons.

[Fig. 8.]

§ 5⁷⁾.

$$AB \text{ [Fig. 8]} \propto a; NM \propto n; \frac{7ddq + 24adq + 27aaq}{6aa} DE$$

$$\frac{2an}{a-n} \propto d; \frac{\frac{28aannq}{aa-2an+nn} + \frac{48aanq}{a-n} + 27aaq}{6aa} DE$$

$$\frac{7nnq - 6anq + 27aaq}{6 \square a-n} DE$$

§ 6⁸⁾.

$$AB \text{ [Fig. 9]} \propto a; NM^9) \propto n; BG \propto b; PR \propto \frac{4}{3} b^{10)}$$

$$MN(n) \text{ ad } AB(a) \text{ ut } BG(b) \text{ ad } M\gamma \left(\frac{ab}{n}\right)^{11)}$$

ut qu. $\delta\gamma$ ad qu. κV five ut qu. CG ad qu. FN five ut qu. PC ad qu. PN ita $M\gamma$ ad YV ¹²⁾.

⁷⁾ Dans ce paragraphe il s'agit du cas d'une lentille concavo-convexe qui tourne sa concavité du côté d'où viennent les rayons de lumière. Ce cas ne se trouve pas traité par Huygens indépendamment des autres, et il semble avoir estimé que pour l'examiner il suffirait de changer a en $-a$ dans la formule qui, dans le cas du § 4, p. 370, donne l'aberration sphérique d'une lentille concavo-convexe en fonction de la distance focale d , de l'épaisseur q et du rayon de courbure a de la surface extérieure convexe. C'est, du moins, d'une formule qu'on peut obtenir de cette manière à l'aide de celle qu'on trouve en haut de la p. 370 qu'il va partir pour en déduire ensuite la formule qui donne l'aberration en fonction des deux rayons de courbure, a et n , et de l'épaisseur q .

⁸⁾ Ce paragraphe traite le cas d'une lentille biconcave.

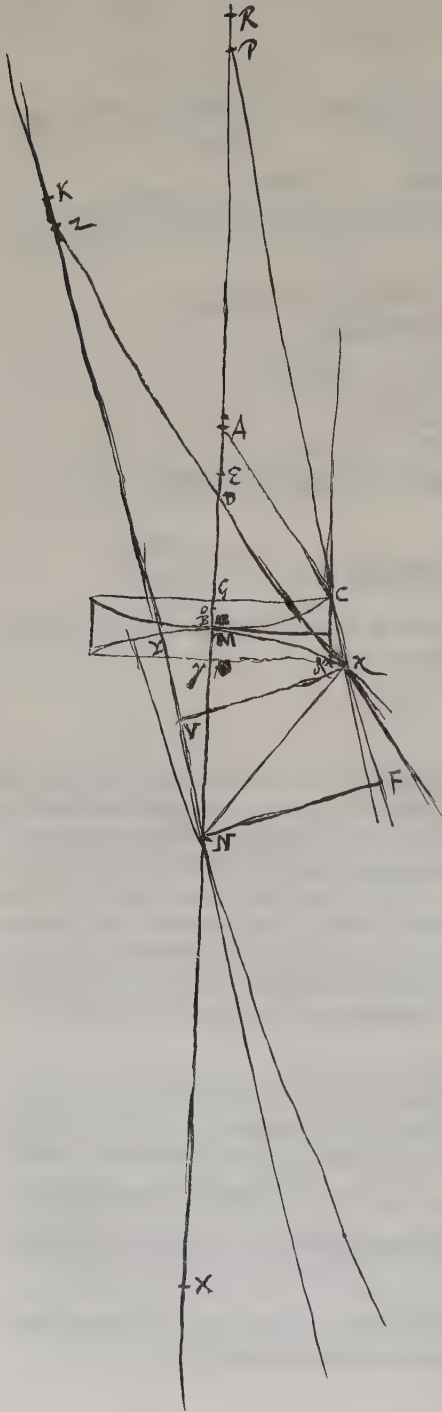
⁹⁾ Les points M et B coïncident; comparez le troisième alinéa des „Definitiones”, p. 277.

¹⁰⁾ R est le point de dispersion des rayons parallèles après leur réfraction à la surface BC ; PCF représente la direction du rayon extrême, parallèle à l'axe, après sa réfraction à cette surface. PR se trouverait égale à $\frac{4}{3}BG = \frac{4}{3}b$ par un calcul tout semblable à celui qu'on rencontre vers la fin de la première partie du § 1 de cet Appendice (p. 357); mais ce calcul manque dans le manuscrit.

¹¹⁾ D'après la Prop. II, p. 275.

¹²⁾ D'après la Prop. I, p. 273. NYZ est parallèle à FCP . YV , à laquelle $V\kappa$ et NF sont perpendiculaires, est considérée comme la hauteur du demi-segment $Y\delta\kappa VY$.

[Fig. 9.]



qu. $P\kappa$ ($9aa$) ad qu. PN ($9aa + 6an + nn$)
five qu. $\kappa\gamma$ ad qu. NF vel κV

ut $M\gamma\left(\frac{ab}{n}\right)$ ad $VY\left(\frac{ab}{n} + \frac{2}{3}b + \frac{bn}{9a}\right)^1$

si fumatur loco $9aa$ verum quadr. $P\kappa$ quæ
inventæ est $3a - b + \frac{ab}{n}$ ut infra patet, fiet
tamen, rejectis bb , $VY \propto \frac{ab}{n} + \frac{2}{3}b + \frac{1}{9}\frac{bn}{a}$
ut hic.

$$3a - \frac{4}{3}b \text{ BP}$$

$$PB \ 3a - \frac{4}{3}b$$

$$b \text{ BG}$$

$$M\gamma \frac{ab}{n}$$

$$3a - \frac{7}{3}b \text{ PG}$$

$$P\gamma \ 3a - \frac{4}{3}b + \frac{ab}{n}$$

$PG \left(3a - \frac{7}{3}b\right)$ ad $PC \left(3a - 2b\right)^2$ ut

$P\gamma \left(3a - \frac{4}{3}b + \frac{ab}{n}\right)$ ad $P\kappa$

$$3a - \frac{4}{3}b + \frac{ab}{n}$$

$$3a - 2b$$

$$\frac{9aa - 4ab + \frac{3aab}{n} - 6ab + \frac{8}{3}bb - \frac{2abb}{n}}{3a - \frac{7}{3}b} P\kappa$$

$$9aa - 10ab + \frac{3aab}{n}$$

$$3a - \frac{7}{3}b$$

$P\kappa$

¹⁾ D'après la Prop. I, p. 273.

²⁾ Voir la première partie du § 3 de l'Appendice I, p. 360.

facta divisione et rejectis bb fit $3a - b + \frac{ab}{n} P\kappa$

$$ZN \propto 3n - \frac{9}{2} \frac{ab}{n} - 3b - \frac{1}{2} \frac{bn}{a} \text{ eadem quæ pag. 14 } ^3)$$

$$P\kappa + ZN \propto 3a + 3n - \frac{7}{2} \frac{ab}{n} - 4b - \frac{1}{2} \frac{bn}{a}$$

$$3a + n \propto RN$$

$$\frac{4}{3}b \propto RP$$

$$3a + n - \frac{4}{3}b \propto PN$$

$$NZ + \kappa P \left(3a + 3n - \frac{7}{2} \frac{ab}{n} - 4b - \frac{1}{2} \frac{bn}{a} \right) \text{ ad } \kappa P \left(3a - b + \frac{ab}{n} \right)$$

$$\text{ut } NP \left(3a + n - \frac{4}{3}b \right) \text{ ad PD } ^4)$$

$$\frac{9aa + 3an - 6ab - nb + \frac{4}{3}bb - \frac{4}{3}\frac{abb}{n} + \frac{3aab}{n}}{3a + 3n - \frac{7}{2}\frac{ab}{n} - 4b - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}} \text{ PD } ^5)$$

$$RX (3a + 3n) \text{ ad } RN (3a + n) \text{ ut } RM (3a) \text{ ad } RE \left(\frac{3aa + an}{a + n} \right) ^6)$$

$$RP \frac{4}{3}b$$

$$PE \frac{3aa + an - \frac{4}{3}ab - \frac{4}{3}bn}{a + n}$$

PE subtrahenda à PD

³⁾ Il s'agit de la première partie du § 3, p. 361, où la même formule est déduite pour le cas analogue d'une lentille biconvexe. Ajoutons, que $ZD\kappa$ représente le rayon extrême, passant par C et parallèle à l'axe, après sa seconde réfraction par la surface $M\delta$, qui est supposée prolongée jusqu' en κ .

⁴⁾ À cause du parallélisme de NZ et de $P\kappa$.

⁵⁾ Nous supprimons le calcul.

⁶⁾ Détermination du foyer E de la lentille d'après la règle de la Prop. XVII, Part. I, Liv. I, p. 91 du Tome présent.

$$-6aab - anb - 6abn - bnn$$

$$+ 3aab + \frac{3a^3b}{n}$$

$$-3aab - anb - 6abn - bnn + \frac{3a^3b}{n} \text{ PD } ^1)$$

$$-19\frac{1}{2}aab - 13\frac{1}{2}abn - 4\frac{1}{2}bnn - 10\frac{1}{2}\frac{a^3b}{n} \text{ PE } ^2)$$

$$\frac{16\frac{1}{2}aab + 6\frac{1}{2}abn + 3\frac{1}{2}bnn + 13\frac{1}{2}\frac{a^3b}{n}}{3aa + 6an + 3nn} \text{ DE}$$

$$\frac{33aab + 13abn + 7bnn + 27\frac{a^3b}{n}}{6aa + 12an + 6nn} \text{ DE eadem omnia quæ in lente duorum convexorum } ^3).$$

$$\text{Et hic quoque craffitudo } q \propto b + \frac{ab}{n}; \frac{nq}{n+a} \propto b$$

$$\text{Ergo et hic } \frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6 \square a + n} \propto \text{DE } ^4)$$

et per regulam de max. et minimis n tanquam incognita habetur.

$$n \propto 6a ^5)$$

¹⁾ C'est le numérateur de la fraction qui représente PD après que cette fraction a été réduite au dénominateur $(a+n)\left(3a + 3n - \frac{7}{2}\frac{ab}{n} - 4b - \frac{1}{2}\frac{bn}{a}\right)$ et que les termes sans b et ceux qui contiennent b^2 ont été omis; comparez la note 3 de la p. 363.

²⁾ Il s'agit du numérateur de PE mis sous le dénominateur mentionné dans la note précédente. Nous avons supprimé le calcul.

³⁾ Comparez la première partie du § 3 de cet Appendice, en haut de la p. 362.

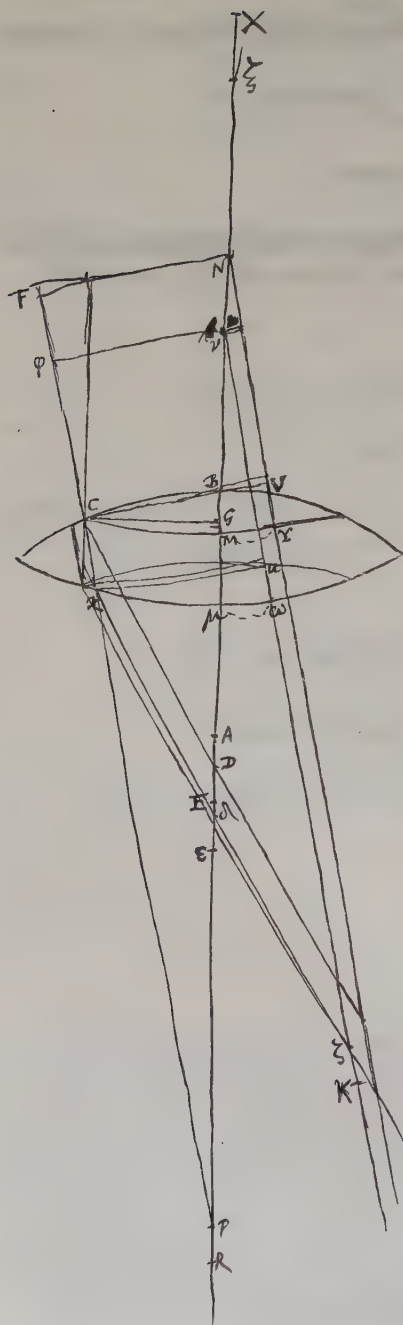
⁴⁾ C'est la „Regula optima” de la p. 362.

⁵⁾ Comparez, dans la troisième partie du § 3, p. 367, la phrase qui commence par les mots „Poterat methodus”. Ici, comme au lieu cité, la remarque en question fut ajoutée après coup, c'est-à-dire, lorsque la déduction qui va suivre avait été écrite.

$\frac{3aa+an}{a+n}$ RE ⁶⁾; ex $3a$; $d \propto \frac{2an}{a+n}$; $ad + nd \propto 2an$ et hic etiam $\frac{ad}{2a-d} \propto n$
 ergo ut illic $\frac{7ddq-24adq+27aaq}{6aa} \propto DE$ unde per reg. de max. et minim.
 $14dd \propto 24ad$; $7d \propto 12a$; $\frac{7}{12}d \propto a$ ergo $\frac{ad}{2a-d}$ five $n \propto \frac{7}{2}d$
 a ad n ut $\frac{7}{12}$ ad $\frac{7}{2}$ ut 1 ad 6.

Ergo lens cava optimè radios parallellos dispergit in usum myopum cujus semidiam. cavitatis quæ radios excipit est ad semidiam. alterius cavitatis ut 1 ad 6.

⁶⁾ Comparez, pour ce qui suit, la troisième partie du § 3, p. 366 et 367.



APPENDICE II¹⁾

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO”.

[1665.]

$$AB \propto a; NM, \nu\mu \propto n; BG \propto b;$$

$$M\mu, N\nu, X\xi \propto e.$$

$$MG \propto \frac{ab}{n} {}^2)$$

¹⁾ La pièce est empruntée à la p. 38 du manuscrit dont il est question dans la note 1 de la p. 355. Elle contient, pour le cas d'une lentille biconvexe, une démonstration inachevée, „calculo analytico”, de la Prop. VII, p. 309, d'après laquelle les aberrations des rayons parallèles à l'axe sont entre elles comme les carrés des distances à l'axe. Comparez la dernière phrase de la p. 313. Ajoutons, que la même page du manuscrit contient pour le cas d'une lentille planconvexe, recevant les rayons sur sa surface convexe, une démonstration de la même proposition qui ne diffère pas sensiblement de celle adoptée dans le texte, p. 311—313, et qu'elle contient de plus quelques calculs analytiques qui se rapportent au même cas.

²⁾ D'après la Prop. II, p. 275.

$$\left. \begin{array}{l} \text{RN}^3) \ 3a + n - b - \frac{ab}{n} \\ \text{RP} \qquad \qquad \frac{4}{3}b^4) \end{array} \right\} [\text{fubtr.}]$$

$$\text{PN} \ 3a + n - \frac{7}{3}b - \frac{ab}{n}$$

$$\nu\text{N} \ e$$

$$\text{P}\nu \ 3a + n - \frac{7}{3}b - \frac{ab}{n} - e$$

qu. PC (qu. $3a - 2b$) ad qu. $\text{P}\nu$ ut MG ad $u\omega$ ⁵⁾

$$u\omega \propto \frac{ab}{n} + \frac{2}{3}b + \frac{1}{9} \frac{nb}{a}$$

$$\left. \begin{array}{l} \xi\nu \propto 3n - \frac{9}{2} \frac{ab}{n} - 3b - \frac{1}{2} \frac{nb}{a}^6) \\ \text{P}\kappa \propto 3a - 2b - e^7) \end{array} \right\} a[\text{dde}]$$

$$\xi\nu + \text{P}\kappa \propto 3a + 3n - 5b - \frac{9}{2} \frac{ab}{n} - \frac{1}{2} \frac{bn}{a} - e$$

³⁾ R est le foyer de la surface CB; s celui de la lentille BC $\kappa\mu\omega$; E celui d'une lentille plus petite BCM dont la surface CM a la même courbure que la surface $\kappa\mu\omega$ de la première lentille. C κ P représente un rayon qui a subi une première réfraction à la surface CB, ayant été auparavant parallèle à l'axe; $\kappa\delta\zeta$ ce même rayon après sa seconde réfraction et CD le chemin qu'il aurait pris par la réfraction de la lentille BCM. Or, d'après la Prop. VI, p. 307, on sait que l'aberration DE du rayon extrême d'une lentille BCM doit être à celle du rayon extrême de la lentille BC $\kappa\mu\omega$ comme les carrés des largeurs de ces lentilles; mais si la Prop. VII, qu'il s'agit de prouver, est vraie, l'aberration δs doit être dans ce même rapport avec l'aberration de la lentille BC $\kappa\mu\omega$. Il faut donc qu'on ait $\delta s = DE$; et réciproquement, pour prouver la Prop. VII, il suffit de démontrer qu'on a $DE = \delta s$, ou, ce qui revient au même, $D\delta = Es$. Il s'agit donc en premier lieu de calculer $D\delta$.

⁴⁾ Voir, p. 357, la première partie du § 1 de l'Appendice I.

⁵⁾ On a, à cause de la similitude des triangles, $\text{PC}^2 : \text{P}\nu^2 = \text{CG}^2 : \nu\varphi^2$; mais $\nu\varphi = \kappa u$, puisque νK est parallèle à $\varphi\text{C}\kappa\text{P}$. De plus on a, d'après la Prop. I, p. 273, $\text{CG}^2 : \kappa u^2 = \text{MG} : u\omega$. Dans le calcul de $u\omega$, PC peut être comptée pour $3a$, puisque les termes qui contiennent b^2 sont négligés dans le résultat. La valeur $3a - 2b$ pour PC se retrouve, p. 360, dans la première partie du § 3 de l'Appendice I.

⁶⁾ On a $\xi\nu = \nu\text{K} - \zeta\text{K}$, où $\zeta\text{K} = \frac{2}{2} u\omega$ d'après le § 2, première partie, de l'Appendice I, p. 359.

⁷⁾ C'est-à-dire, en supposant $\text{C}\kappa = \text{M}\mu = e$, dont elle ne diffère que par des termes du second ordre par rapport à b .

$$P\delta^1) \frac{9aa + 3an - 13ab - 2bn - \frac{3aab}{n} - 6ae - ne}{3a + 3n - 5b - \frac{9ab}{2n} - \frac{1bn}{2a} - e}$$

$$D\delta^2) e - \frac{6nne}{9 \square a + n}^3)$$

¹⁾ On a, à cause du parallélisme de $\nu\xi$ et de $P\kappa$, ($\nu\xi + P\kappa$): $P\kappa = P\nu$: $P\delta$; mais nous supprimons le calcul de $P\delta$.

²⁾ En exécutant la division avec omission des termes avec b^2 , on trouvera $P\delta = \frac{(3a+n)a}{a+n} + \frac{1}{3(a+n)^2} \left\{ \frac{7}{2}a^2b - \frac{17}{2}abn + \frac{21}{2}\frac{a^3b}{n} - 3a^2e - 6aen - \frac{3}{2}bn^2 - en^2 \right\}$; mais PD est égale à ce qu'on obtient en posant $e = 0$ dans l'expression pour $P\delta$. Il en résulte $D\delta = \frac{1}{3(a+n)^2} \times \left\{ 3a^2 + 6an + n^2 \right\} e = e - \frac{2n^2e}{3(a+n)^2}$.

³⁾ Pour achever la démonstration il suffira de calculer $E\epsilon$. Or, d'après la règle énoncée à la p. 87 du Tome présent, on aura $R\xi$: $R\mu = R\nu$: $R\epsilon$, où $\mu\xi = 3n$. Posant donc $B\mu = e_1$ on trouve $R\epsilon = \frac{(3a - e_1)(3a + n - e_1)}{3a + 3n - e_1} = \frac{a(3a + n)}{a + n} - \frac{3a^2 + 6an + n^2}{3(a + n)^2} e_1$; mais posant $BM = e_2$, on trouve de la même façon $RE = \frac{a(3a + n)}{a + n} - \frac{3a^2 + 6an + n^2}{3(a + n)^2} e_2$. Il en résulte $E\epsilon = RE - R\epsilon = \frac{3a^2 + 6an + n^2}{3a^2 + 6an + 3n^2} (e_1 - e_2) = \left(1 - \frac{2n^2}{3(a + n)^2} \right) e = D\delta$; ce qu'il fallait démontrer.

APPENDICE III ¹⁾

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABER-
RATIONE RADIORUM A FOCO”.

[1665.]

In lentibus ejusdem generis, aberrationes radiorum extremorum rationem habent compositam ex ratione quadratorum latitudinum, et ex ea quam habent foci distantia, contrarie sumta. diametri vero circellorum earundem aberrationum, rationem habent compositam ex ratione cuborum latitudinum inter se, et ex ratione quadratorum foci distantiarum contrarie sumta ²⁾).

Lentes duas ejusdem generis esse dicimus cum vel utraque planoconvexæ sint; vel cum ambæ utrinque convexæ vel denique utrinque concavæ [vel utraque] convexoconcavæ, atque ita ut semidiametri utriusque convexi vel concavi utrobique eandem interse rationem fervant. Et hic quidem etiam similiter positas esse consideramus respectu radiorum parallelorum quos excipiunt, ut nempe utriusque lentis superficies convexior ad illos obversa sit vel ab iisdem averfa.

Sunto igitur duæ ejusmodi lentes [Fig. 1 et 2], quarum alterius apertura AB, foci distantia CD, radij extremi refractio BEF, faciens aberrationem ED, semidiametrum vero circelli aberrationis DF. Alterius vero apertura GH, foci dist. KL, radij extremi refractio HIMN, faciens aberrationem ML, semidiametrum vero circelli aberrationis LN.

¹⁾ Cet Appendice, emprunté aux p. 18—26 du Manuscrit C, fait connaître une rédaction plus primitive d'une partie des „Rejecta ex Dioptriciis nostris”; comparez la note 1, p. 314 du Tome présent.

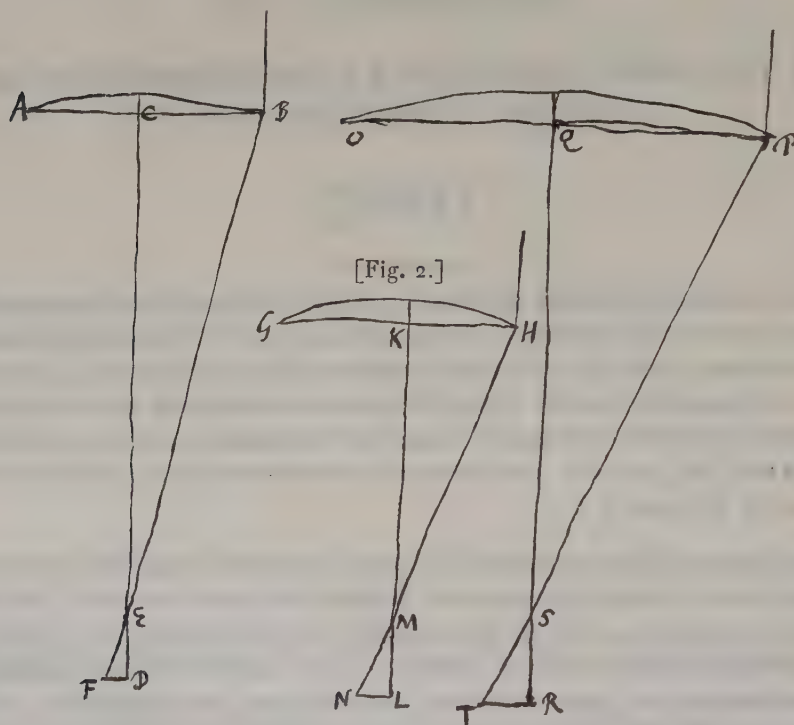
²⁾ Cette proposition et le début de sa démonstration sont presque identiques avec la Prop. VIII, p. 315, et sa démonstration, telles que nous les avons données dans le texte des „Rejecta”, p. 315—317. Plus loin la démonstration prend une allure plus algébrique.

Primo itaque ostendendum aberrationem ED ad ML rationem habere compositam ex ratione qu. AB ad qu. GH et ex ratione KL ad CD.

Sit $CD \propto a$, $CB \propto b$, $KL \propto c$, $KH \propto d$. Et ponatur lens alia OP [Fig. 3] ejusdem generis cum duabus alijs, cujus foci distantia QR sit æqualis CD sive a , aperturæ vero semidiam. QP ad foci distantiam QR, se habeat ut HK ad KL. refractio autem radij extremi in hac lente fit PST faciens aberrationem SR, et semidiam. circelli

[Fig. 1.]

[Fig. 3.]



aberrationis RT. Quia ergo ut LK ad KH, hoc est, ut c ad d ita ponitur RQ sive a ad QP erit hæc $\frac{ad}{c}$. Sicut autem qu. CB ad qu. QP hoc est, sicut bb ad $\frac{ddaa}{cc}$, ita

[* Prop. VI.] ¹⁾ est aberratio ED ad aberrationem SR *. Itaque si ED ponatur $\propto e$, fiet $SR \propto \frac{eddaa}{bbcc}$.

Atqui aberratio SR est ad ML sicut QR ad KL hoc est, sicut a ad c , quoniam arcus superficierum lentium OP et GH sunt partes similes circumferentiæ. Itaque fit aberratio ML $\propto \frac{edda}{bbc}$ ad quam ED, sive e , ita se habere apparet sicut bbc ad

¹⁾ Voir la note 1, p. 316.

dda ; quæ ratio composita est ex ratione qu.ⁱ bb ad qu. dd hoc est qu. CB ad qu. KH , et ex ratione c ad a , hoc est KL ad CD , quod erat primo loco ostendendum.

Nunc porro demonstrabimus circelli aberrationis femidiametros DF ad LN

[Fig. 4.]

[Fig. 5.]

eam habere rationem quæ componitur ex ratione cubi CB ad cubum KH , et ex ratione qu.ⁱ KL ad qu. CD .

Quia ut EC ad CB , five, ob minimam differentiam, ut DC ad CB , hoc est, ut a ad b ita ED , five e , ad DF ; erit proinde $DF \propto \frac{be}{a}$. Similiter quia ut MK ad KH , five, ob minimam differentiam, ut LK ad KH , hoc est, ut c ad d , ita ML , five $\frac{edda}{bbc}$,

ad LN ; erit proinde $LN \propto \frac{ed^3a}{bbcc}$. Erat autem

$DF \propto \frac{be}{a}$. Cujus itaque ratio ad LN five $\frac{ed^3a}{bbcc}$, est ut apparet ea quæ b^3cc ad d^3aa , hoc est, composita ex ratione cubi ex b five CB ad cubum ex d five KH , et ex ratione qu.ⁱex c five KL ad qu. ex a five CD , quod supererat demonstrandum.

His præmissis jam rationem aperturarum in telescopijs diversæ longitudinis inquiremus, ostendemusque quod ad æque clara atque æque distincta efficienda telescopia, ratio foci distantiarum lentium exteriorum ejusdem generis debet esse sesquitertia rationis²⁾ quæ in diametris aperturarum earundem lentium. Sive cubos dictarum foci distantiarum debere esse inter se sicut quadratoquadrata diametrorum aperturæ³⁾.

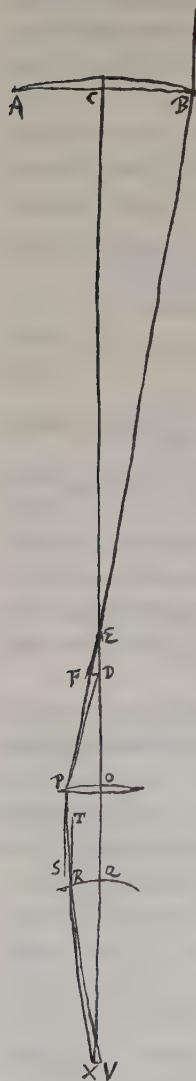
Sunto enim [Fig. 4 et 5] duo diversæ longitudinis telescopia, lentes exteriores ejusdem generis habentia, quorum alterius lens

²⁾ C'est-à-dire, la $\frac{4}{3}$ ^{ième} puissance.

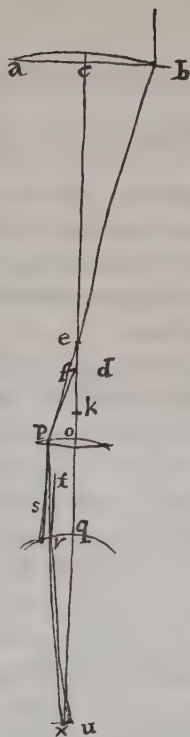
³⁾ On trouvera dans les „Rejecta” une autre leçon de ce théorème et de sa démonstration. Comparez les p. 343—347 du Tome présent.

exterior quatenus adaptata fit AB

[Fig. 4.]



[Fig. 5.]



[Fig. 4], lens ocularis OP, focus utriusque in idem punctum D compositis. ita enim disponi necesse est, ut radij paralleli ad oculum perveniant qui à punctis longinquis ad telescopium feruntur, axi proximi. Sit autem pupilla QR, fundum oculi ad X, centraque omnium C, O, Q, X in eandem rectam quæ axis est telescopij. Intelligatur porro refractio radij extremi in lentem AB incidentis esse BEP, quæ occurrat lenti oculari in P, cujusque aberratio sit ED, circelli vero aberrationis femidiameter DF. et jungatur DP. sitque PS axi parallela.

Quoniam igitur si in lentem ocularem OP radius incidat DP ex foco ejus veniens, is axi parallelus efficitur, ita ut incedat secundum rectam PS (quia nempe, ut supra fieri licere ostendimus ¹), lentem OP quasi aberrationis expertem hic consideramus), feretur proinde radius EP secundum PR, ut ang. SPR fiat æqualis ang.° DPE ²). Occurrat ergo pupillæ in R, et agatur RT axi parallela. Quia ergo oculi ea est dispositio ut radios axi parallelos cogat ad punctum X, ideoque radium TR intro recepturus sit secundum rectam RX, sequitur radium PR intraturum secundum rectam RV, ita ut ang. XRV fiat æqualis TRP ³). Occurrat autem fundo oculi in V, ut nempe circelli aberrationis femidiam. fiat XV.

Porro in telescopio altero [Fig. 5] eadem omnia effecta intelligantur, literis minoribus ejusdem nominis ad puncta adscriptis. Requiritur itaque ad æque distinctam visionem faciendam ut XV sit æqualis xu, quod quidem

¹) Cette démonstration manque dans la leçon que nous suivons ici, mais on la trouve aux p. 341—343 des „Rejecta”.

²) Consultez sur ce théorème la note 1, p. 342.

³) Il n'en est pas ainsi; mais ces angles sont dans un rapport constant. Consultez à ce propos la rédaction postérieure de cet alinéa et de celui qui le précède, laquelle on trouve à la p. 345 du Tome présent.

fieri necesse est si fuerit angulus XRV æqualis xru , quandoquidem profunditas oculi XQ æqualis est xq . Angulo autem XRV æqualis est TRP ³⁾ five RPS et huic æqualis est DPF . Eademque ratione angulo xru æqualis est dpf . Ergo requiratur ut æquales sint anguli DPF , dpf .

In priore figurâ omnia data sint, ut foci distantia $CD \propto a$; semidiam. aperturæ $BC \propto b$. foci distantia $DO \propto d$. In altera autem data duntaxat lentis exterioris foci distantia $cd \propto c$; semidiameter autem aperturæ quæsitæ cb ponatur $\propto x$. Et do , foci distantia lentis ocularis quæ similiter ignota est, $\propto y$. Erit ex propof. præcedenti circelli aberrationis semid. FD ad fd ut b^3cc ad x^3aa ; at quoniam æqualis utriusque telescopij claritas postulatur; hoc est, ut multiplicatio telescopij CDO sit ad multiplicationem telescopij cdo , ut semidiam.

aperturæ CB ad cb , quumque multiplicatio telescopij CDO sit $\frac{a}{d}$, quoniam res visas auget secundum ratione a ad d , hoc est CD ad DO . multiplicatio vero telescopij cdo similiter sit $\frac{c}{y}$. Oportet itaque esse $\frac{a}{d}$ ad $\frac{c}{y}$ sicut CB ad cb , hoc est ut b ad

x ; unde $\frac{ax}{d} \propto \frac{cb}{y}$, ac proinde y five $do \propto \frac{cbd}{ax}$. At vero ut æquales sint anguli

DPF , dpf , necesse est PD ad DF esse sicut pd ad df ; et permutando, PD ad pd , five, quæ ratio eadem hic censenda est, OD ad od , ut DF ad df . Sed ratio DF ad df eadem ostensa est quam b^3cc ad x^3aa ; et ratio OD ad od , ea quæ d ad $\frac{cbd}{ax}$, ergo quum hæ rationes æquales esse debeant, hoc est quantitas b^3cc ad x^3aa

ut d ad $\frac{cbd}{ax}$, fiet $\frac{b^4c^3d}{ax} \propto x^3aad$, ideoque $b^4c^3 \propto x^4a^3$, et $\frac{b^4c^3}{a^3} \propto x^4$, ac tandem

$b\sqrt{\frac{c^3}{a^3}} \propto x$, quare patet, ut a^3 ad c^3 , hoc est, ut cubus CD ad cubum cd

ita esse b^4 ad x^4 , hoc est, ita quadratoquadrati CB ad qu. qu. cb . Atque ex his jam poterimus, datâ telescopij unius foci distantia lentis exterioris, et maximâ quam ferre valet aperturâ, etiam alij ejusdem generis exteriori lenti cujus data sit foci distantia, debitam aperturam invenire, nec tantum si ejusdem generis fuerit, sed et si alterius, ut pluribus de hinc docebitur ⁴⁾. Velut si lens quædam data cujus foci distantia pedum 12, ferat aperturam duorum pollicum, sit autem proposita lens alia cujus foci distantia sexdecuplo major, five pedum 192. Et si quidem fuerit foci distantia lentis unius sexdecupla foci distantia alterius lentis, debebit ratio aperturarum esse octupla, numerorum ratio usus. utendo et in his logarithmorum compendio; si enim in telescopio quodam dentur foci distantia a et aperturæ semidiameter b numeris expressæ, itemque foci distantia lentis exterioris alterius faciendi telescopij $\propto c$, oportet logarithmi numeri b addere tres quartas

⁴⁾ Voir les p. 385—386 qui suivent.

logarithmi c et auferre à summa tres quartas logarithmi a . fietque logarithmus numeri quæsit x qui semidiametrum aperturæ alterius telescopij designat.

Ut si lens cujus foci distantia est pedum 12 ferat aperturam, in telescopio suo, pollicum duorum, quam docet experientia lentem bonam perferre posse ¹⁾, quæriturque apertura lentis aliûs, cujus foci distantia pedum 100. hic numerus a est 12;

b , 1; c , 100. Logarithmus autem numeri 1, qui est 0, additus ad $\frac{3}{4}$ logarithmi

numeri c , hoc est, ad 1,50000 facit 1,50000; unde si auferantur $\frac{3}{4}$ logar. 12, quæ

sunt 0,80938, relinquitur 0,69062, logarithmus numeri 4 $\frac{905}{1000}$. qui itaque est

$\propto x$, designatque numerum pollicum qui deberentur semidiam.^o aperturæ quæsitæ; adeo ut diameter fiat fere 10 poll. Et hoc modo composita est sequens tabella, nisi quod diametros totas aperturarum non numero pollicum sed centesimarum unius pollicis expressimus. Posuimus autem hic rursus ad lentem pedum 12 sive pollicum 144, aperturæ diametrum duorum pollicum sive 20 decimarum, quoniam bonam lentem hanc facile perferre invenimus et fortasse si ad summam perfectionem daretur, majorem ferre posset. Sane quum utrimque convexa illa fuerit non tantam debuit aperturam pati potuisse quantam vel planoconvexa vel illa proportionis sexcuplæ, quam in superioribus omnium præstantissimam esse docuimus ²⁾. Quod si quæ hujusmodi daretur quamque constaret exactissime formatam, posset ab hac omnium aliarum maxima apertura certo definiri; nunc autem quid jam nunc consequi possimus exponimus. Sciendum vero et multiplicationis rationem in telescopio illo lentis 12 pedum fuisse quæ 72 ad 1, cum lens ocularis haberet foci distantiam poll. 2. Cumque rationem aperturæ lentium exteriorum sequatur telescopiorum multiplicatio poterimus hinc suam cuique assignare diversæ longitudinis lentibus quas tabella continet ³⁾.

foci distantia lentis exterioris telescopij. Pedes.	apertura lentis exterioris. Pollices.	apparens incrementum rei visæ, ratione diametri.
1 ⁴⁾	$\frac{31}{100}$ ⁴⁾	11 ⁴⁾

¹⁾ Comparez la note 5 de la p. 349 des „Rejecta”.

²⁾ Voir en bas de la p. 291.

³⁾ Voir à la p. 349 des „Rejecta” une règle plus explicite pour déterminer les distances focales des oculaires quand celles des objectifs sont données.

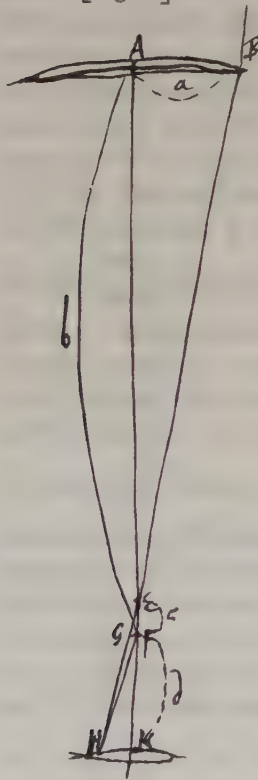
⁴⁾ Pour les autres nombres de cette colonne nous renvoyons à la colonne correspondante de la table qu'on trouve p. 351—353 des „Rejecta”.

Data aberratione duarum diverſi generis lentium quarum foci diſtantiæ æquales, datâque apertura maxima unius, lenteque oculari quæ cum illa teleſcopium efficiat, invenire alterius aperturam maximam, ſimulque lentem ocularem illi conjungendam ut fiat teleſcopium æque clarum et æque diſtinctum priori ⁵⁾.

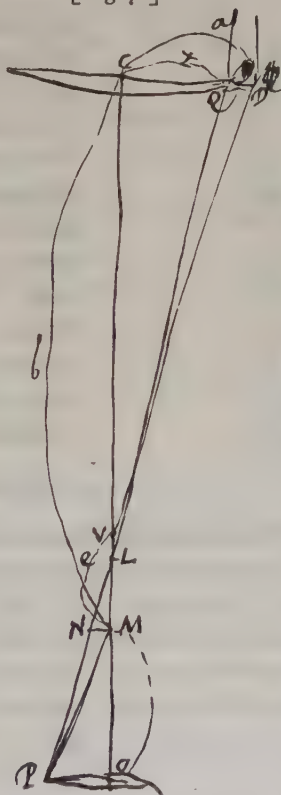
Diverſi generis intelliguntur hic etiam illæ quæ licet utramque ſuperficiem utriusque eandem habeant, non tamen eaſdem exterius converſas habent.

Sunt lentæ teleſcopiorum exteriores diſſimilis generis AB [Fig. 6], CD

[Fig. 6.]



[Fig. 7.]

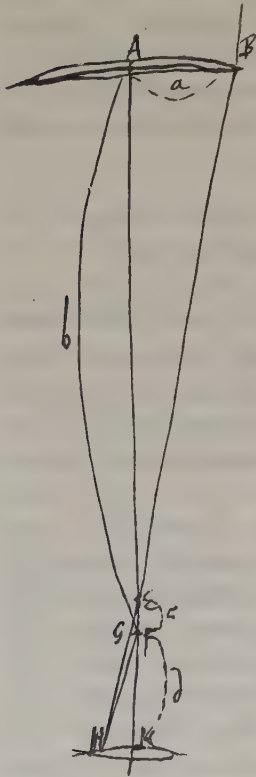


[Fig. 7], quarum foci diſtantiæ æquales AF, CM; aberrationes autem radiorum extremorum inæquales datæ ſint FE, ML, poſitis nempe aperturis æqualibus, quarum ſemidiametri AB, CD. Sitque AB ſemid. aperturæ maximæ quando lentis ocularis foci diſtantiæ eſt FK. Oporteat autem invenire CQ ſemid. aperturæ lentis CD, itemque lentem ocularem OP, hoc eſt foci diſtantiæ ejus OM, ut fiat ex his teleſcopium quo æque lucidæ ac diſtinctæ appareant res viſæ atque eo quod ex lentibus AB, KH componitur. Sit ſemid. aperturæ AB vel CD $\propto a$, foci diſt. AF vel CM $\propto b$; aberratio FE $\propto c$; foci diſtantiæ FK $\propto d$. aberratio MV $\propto e$ quæ omnia data ſunt. Apertura autem quæſita CQ ſit x . foci diſtantiæ MO $\propto y$.

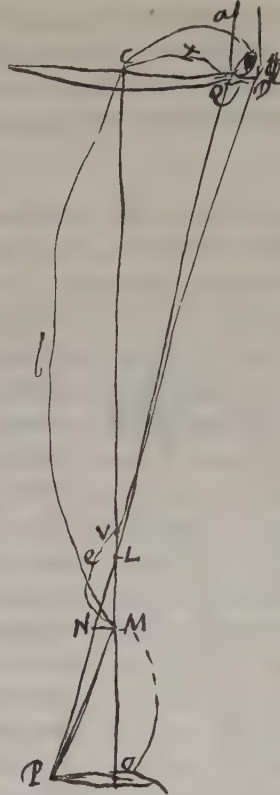
Quoniam ergo multiplicatio teleſcopij AK ad multiplicationem teleſcopij CO debet eſſe ut ſemid. AB ad ſemid. CQ, ut nempe æque lucida ſint teleſcopia; multip.^o autem teleſcopij AK designatur fractione $\frac{b}{d}$; et multip.^o teleſcopij CO

⁵⁾ Cette proposition ne se retrouve pas dans les „Rejecta”, qui ne s’occupent que du cas où les lentilles sont de la même espèce.

[Fig. 6.]



[Fig. 7.]



fractione $\frac{b}{y}$. Erit ergo $\frac{b}{d}$ ad $\frac{b}{y}$ ut AB ad CQ, hoc est, ut a ad x ; unde $\frac{bx}{d} \propto \frac{ba}{y}$. Et $y \propto \frac{da}{x}$.

Porro quia posita semidiam.^o aperturæ CD, aberratio est MV five e , si fiat ut qu. CD ad qu. CQ hoc est ut aa ad xx ita VM five e ad aliam; fiet $\frac{exx}{aa}$ æqualis ML aberrationi radij extremi cum semid. aperturæ est CQ¹⁾. Quod si porro fiat ut LC ad CQ, five (quod idem hic censendum est ob exiguam differentiam), ut MC ad CQ, hoc est ut b ad x ita LM five $\frac{exx}{aa}$ ad aliam, fiet $\frac{ex^3}{aab}$ æqualis MN, semidiametro circelli aberrationis. at in telescopio AK, si fiat ut EA five ut FA ad AB hoc est ut b ad a ita EF five c ad aliam, oritur $\frac{ac}{b}$ æqualis FG

semidiam. circelli aberrationis. Quod si radij extremi refractio BEG continuetur donec occurrat lenti oculari in H, itemque radij extremi refractio QLN continuetur donec occurrat lenti oculari in P, et jungantur FH, MP. Constat angulos FHG, MPN æquales esse debere ut æque distincte utrumque telescopium res visas referat, ut ex dictis in prop. [XI]²⁾ manifestum est. itaque ratio PM ad MN, five, quæ hic pro eadem habenda est, OM ad MN, eadem debet esse quæ HF five KF ad FG. Itaque ut KF ad FG, hoc est ut d ad $\frac{ac}{b}$ ita OM ad MN, hoc est ita $\frac{da}{x}$ ad $\frac{ex^3}{baa}$; ac proinde $\frac{dex^3}{baa} \propto \frac{daac}{bx}$. Unde invenit. $x^4 \propto \frac{ca^4}{e}$; five $x \propto a \sqrt{\frac{c}{e}}$. Hoc est si³⁾.

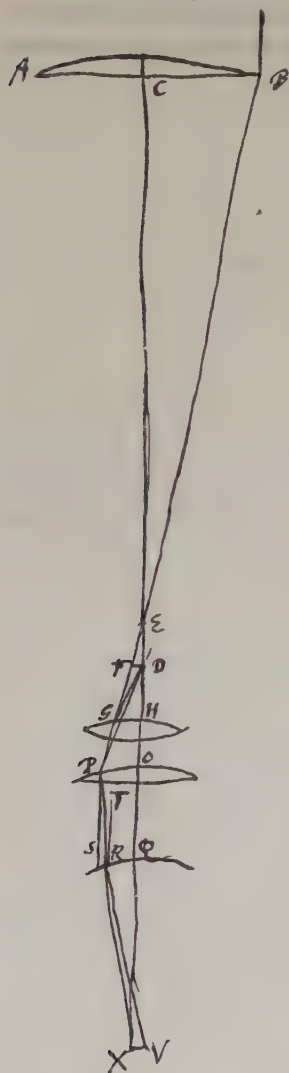
¹⁾ Voir la Prop. VII, p. 309 du Tome présent.

²⁾ Voir à cet effet la p. 345 des „Rejecta”, ou bien la p. 383 de l'Appendice présent.

³⁾ La suite manque, mais on trouve encore à côté les calculs suivants dont le premier se rapporte

Manente in telescopio lentis exterioris apertura, si lens ocularis convexiore mutetur, minus distincta fiet visio⁴⁾.

[Fig. 8.]



Repetatur adhuc fig. propof. [XI]⁵⁾ ubi lens exterior telescopij AB, ocularis PO, sintque omnia similiter ut illic ordinata. Deinde vero pro lente OP substitui intelligatur alia convexior HG, quæ proinde propius accedere debet ad D focum lentis AB, quoniam in idem punctum D etiam focus ipsius lentis HG convenire debet; et occurrat radij extremi refractione BP lenti HG in G: et jungatur DG. Sicut igitur dum aderat lens OP, magni-

à la comparaison de l'„aberratio planoconv. plano extra” à celle „ejusdem plano intra”. Dans ce cas on a donc (voir les pp. 285 et 287) „e ad c ut $\frac{9}{2}$ ad $\frac{7}{6}$, i. e. 54:14”. Il en résulte „a : x = $\sqrt{.} \cdot \sqrt{27} : \sqrt{.} \cdot \sqrt{7}$ ”; ce qui amène le calcul suivant:

„2700.	l. 3.43136	
700.	l. 2.84509	3.43136
	0.58627	0.14657
	0.14657	3.28479
		l. 1927

a ad x ut 2700 ad 1927 prox. 28 ad 20 i. e. 7 ad 5.”

Le second calcul traite l'„aberr. planoconv. plano intra”, comparée à l'„aberr. lentis opt.” (voir les p. 291 et 293).

Ici on a „e ad c ut $\frac{7}{6}$ ad $\frac{15}{14}$ ” et on trouve „a ad x ut prox. 48 ad 47.”

Enfin l'„aberr. æque convexæ” (p. 291) est comparée à l'„aberr. planoconv. plano intra”. Alors „e ad c ut $\frac{5}{3}$ ad $\frac{7}{6}$ ”, ce qui conduit à „a ad x ut prox. 10 ad 9.”

Remarquons qu'on a $a : x = y : d = \frac{b}{d} : \frac{b}{y}$ et que, par suite, le rapport a : x représente en même temps le rapport des grossissements admissibles dans les deux télescopes; c'est-à-dire, si l'on

ne tient compte que de l'aberration sphérique.

⁴⁾ Cette proposition, comme la précédente, n'a jamais fait partie des „Rejecta”.

⁵⁾ Comparez la fig. 38, p. 343 des „Rejecta”, ou bien la fig. 4 de l'Appendice présent, p. 381.

tudo circelli aberrationis in fundo oculi, unde confusa visio nascitur, pendebat à magnitudine anguli DPF ¹⁾; ita nunc admota lente HG eam pendere constat à magn.^e ang.ⁱ DGF ; qui cum major sit quam DPF , etiam circulus aberrationis in fundo oculi major nunc erit, ac proinde major radiorum confusio quod erat ost. Et hæc altera ratio est de qua superius dictum ²⁾ cur non pro lubitu intendi possit telescopij multiplicatio, patet enim hinc si lentem ocularem brevioris foci in locum prioris adhibere velimus, arctandam esse lentis exterioris aperturam ut æque distincta ac prius fiat visio. adeo ut ob hanc causam et ob majus incrementum dupliciter crescat obscuritas.



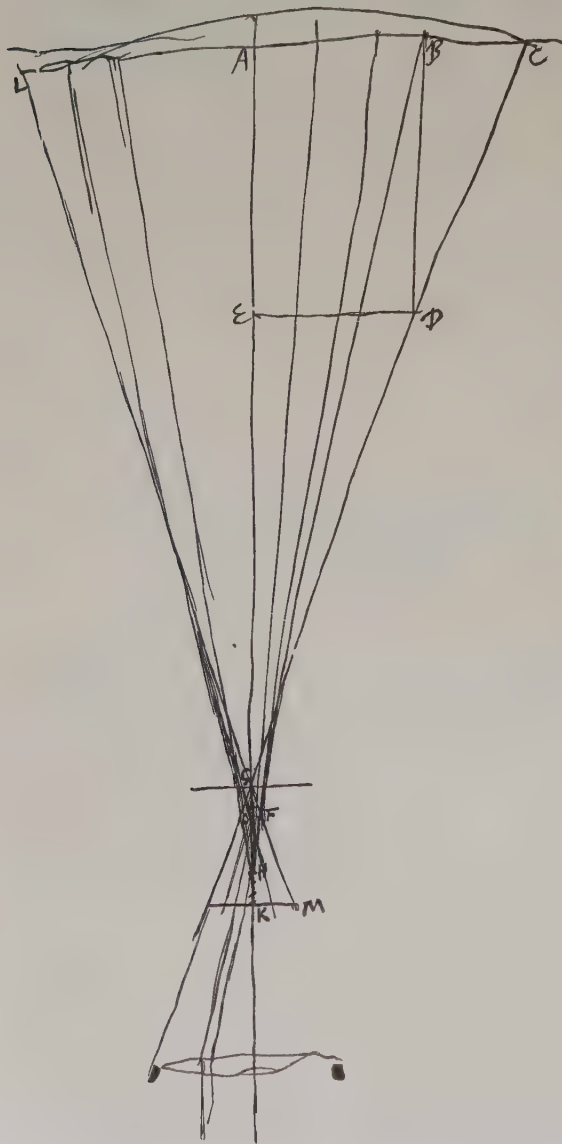
¹⁾ Voir la p. 345 des „Rejecta”, ou bien la p. 383 de l'Appendice présent.

²⁾ Comparez le début de la Prop. X, p. 333.

APPENDICE IV ¹⁾

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABER-
RATIONE RADIORUM A FOCO”.

[1665.]



$AC \propto a$, $AK \propto b$, $AB \propto x$,
 $GK^2) \propto c$. BFH recta. $AL \propto AC$,
LGF recta.

qu. AC (aa) ad qu. AB (xx) ut

$GK (c)$ ad $KH^3) \left(\frac{cxx}{aa} \right)$

oportet GO esse maximam.

¹⁾ L'Appendice présent est emprunté à la p. 27 du Manuscrit C. Il y suit donc immédiatement l'Appendice III. Il contient la détermination du „cercle d'aberration” (ou aberration latérale) tel qu'on le trouve défini souvent dans les traités modernes, c'est-à-dire, de la plus petite section qu'on peut obtenir en coupant par un plan perpendiculaire à l'axe AK le faisceau formé par les rayons de lumière, primitivement parallèles à cet axe, après leur passage par la lentille LAC. En effet, la signification des lignes tracées dans la figure est claire: CG et LG représentent les rayons extrêmes primitivement parallèles à l'axe de la lentille mais réfractés ensuite par la lentille; BH est un autre rayon réfracté; K est le foyer; KM, OF, ED sont perpendiculaires à l'axe; BD y est parallèle. Or, on voit facilement que la section cherchée doit se trouver entre les plans perpendiculaires à l'axe passant par G et par K; mais dans la couche comprise entre ces deux plans on peut distin-

HO ad OG ut AG ad GE ⁴⁾ omiffis minimis.

CG ad GD

CA ad AB

HG ad GO ut CA + AB ad AB.

$$CA + AB (a + x) \text{ ad } AB (x) \text{ ut } HG \left(c - \frac{cxx}{aa} \right) \text{ ad } GO \left(\frac{cx - \frac{cx^3}{aa}}{a + x} \right)$$

$$GO \frac{aacx - cx^3}{a^3 + aax} \propto \text{maximo.}$$

$$\begin{array}{l} a^5cx - 3a^3cx^3 - 2aacx^4 \propto 0^5) \\ \text{[div.] per } aacx \quad a^3 - 3axx - 2x^3 \propto 0 \\ \text{per } a - 2x \quad xx + 2ax + aa \propto 0 \quad a \propto 2x^6) \\ \frac{1}{2}a \propto x \end{array}$$

$$KH \propto \frac{cax}{aa} \propto \frac{1}{4}c; \quad HG \propto \frac{3}{4}c; \quad GO \propto \frac{1}{4}c; \quad OF \propto \frac{1}{4}KM.$$

guer deux espaces, se pénétrant en partie, dont l'un est rempli des parties des rayons situées au-delà de leurs points d'intersection avec l'axe tandis que l'autre est rempli des parties des rayons qui se trouvent en-deça de ces points. Le premier espace est limité par le cône ayant GM pour génératrice et GK pour axe, le second par une surface de révolution qui se rétrécit vers en bas, et le cercle en question sera donné par l'intersection de ces surfaces. Par conséquent, si l'on se figure qu'une ligne parallèle à KM se déplace vers le haut, en partant de la position KM, elle atteindra la position cherchée au point F où MG est coupée pour la première fois par un rayon qui a traversé la lentille entre A et C. Il faut donc chercher le rayon BH pour lequel la distance GO est un maximum; après quoi il sera facile de calculer OF qui se trouve de cette manière être égale au quart de KM, c'est-à-dire au quart du rayon de ce que Huygens dans les „Rejecta” (p. 315—353) appelle le „cercle d'aberration”.

²⁾ C'est donc là l'aberration sphérique du rayon extrême.

³⁾ Voir la Prop. VII, p. 309 du Tome présent.

⁴⁾ On a $\frac{HO}{HA} = \frac{OF}{AB} = \frac{OF}{ED} = \frac{GO}{GE}$, d'où résulte $\frac{HO}{GO} = \frac{HA}{GE}$; c'est-à-dire, „omissis minimis”, HO : OG = AG : GE.

⁵⁾ Huygens applique ici la règle de Hudde pour trouver la valeur maximum d'une fraction algébrique; voir la note 11 de la p. 166 du Tome présent.

⁶⁾ Puisque l'équation qui reste après la division par le facteur $a - 2x$ ne mène pas à une solution utilisable.

APPENDICE V¹⁾

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABER-
RATIONE RADIORUM A FOCO”.

[1665.]

[Recherches de 1665²⁾ sur l'aberration sphérique
longitudinale d'un faisceau de rayons de lumière cor-
respondant à un point donné de l'axe de la lentille.]

§ 1.

[PREMIÈRE PARTIE.]

Determinatio aberrationis superficiei singularis CB,
radiatorum ad π tendentium.

$AB^3) \propto a$; $BG \propto b$; $B\pi \propto d$; $NM \propto n$.

$\pi B (d)$ ad $AB (a)$ ut $BG (b)$ ad $GY^4) \left(\frac{ab}{d} \right) \left\{ a[dde] \right.$
 $\left. \frac{\pi G (d-b)}{\frac{ab}{d} + d-b} \right\}$

$\propto \pi Y \propto \pi C$

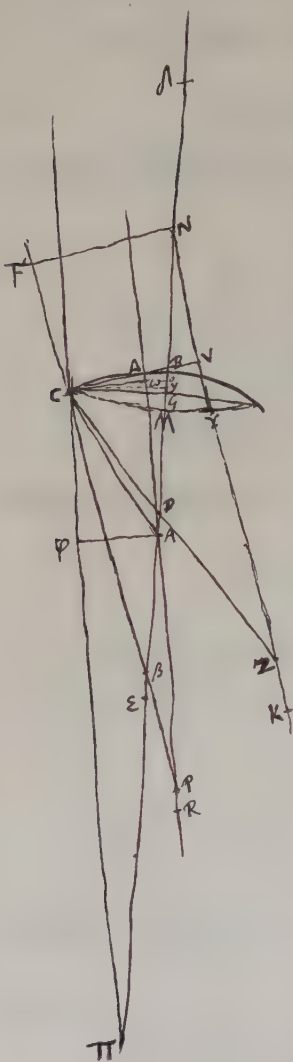
¹⁾ La pièce est empruntée aux p. 28—33 du manuscrit mentionné dans la note 1 de l'Appendice I, p. 355. Nous l'avons divisée en paragraphes.

²⁾ On trouvera d'autres recherches sur le même sujet au § 1 (p. 408) de l'Appendice VI et aux §§ 1 (p. 418), 4 (p. 420) et 6 (p. 424) de l'Appendice VII, de 1669.

³⁾ A et N sont les centres des surfaces convexes de la lentille CΔBYM.

⁴⁾ A cause de la Prop. II, p. 275. On a $\pi Y = \pi C$ et on remplace dans le premier rapport πC par πB .

[Fig. 1.]



qu. πC ad qu. πA ut qu. $CG.$ ad qu. $A\varphi \propto C\omega$ ut BG
ad $\omega \Delta$ ⁵⁾

qu. $\pi C (dd)$ ad qu. $\pi A (dd - 2ad + aa)$ ut $BG (b)$
ad $\Delta\omega \left(b - \frac{2ab}{d} + \frac{aab}{dd} \right)$

$$\frac{4}{3}$$

$\frac{4}{3}b - \frac{8}{3}\frac{ab}{d} + \frac{4}{3}\frac{aab}{dd}$ PR ⁶⁾
ex $RA \propto 2a$ ⁷⁾

$2a - \frac{4}{3}b + \frac{8}{3}\frac{ab}{d} - \frac{4}{3}\frac{aab}{dd}$ PA
 $\frac{ab}{d} + d - b$ Cπ } a[dde].

$2a - \frac{7}{3}b + \frac{11}{3}\frac{ab}{d} + d - \frac{4}{3}\frac{aab}{dd}$ PA + Cπ

PA + Cπ ad Cπ $\left(\frac{ab}{d} + d - b \right)$ ut $\pi A (d - a)$ ad $\pi\beta$ ⁸⁾

$\pi\beta \frac{2ab + dd - db - ad - \frac{aab}{d}}{2a + d - \frac{7}{3}b + \frac{11}{3}\frac{ab}{d} - \frac{4}{3}\frac{aab}{dd}}$ ⁹⁾

$\pi\delta (d + 2a)$ ad $\pi A (d - a)$ ut $\pi B (d)$
ad πE ¹⁰⁾ $\left(\frac{dd - ad}{d + 2a} \right)$

⁵⁾ Voir la Prop. I, p. 273. $\Delta\omega APR$ est parallèle à $C\pi$; $A\varphi$ et $C\omega$ sont perpendiculaires à cette ligne.

⁶⁾ $PR = \frac{4}{3}\Delta\omega$ représente l'aberration sphérique du rayon CP qui provient du rayon tendant vers π , après sa réfraction à la surface CDB , R étant le foyer, par rapport à cette surface, des rayons parallèles à $C\pi$. Comparez la formule $\frac{4}{3}BG = PR$ du § 1 de l'Appendice I, p. 357.

⁷⁾ Voir la Prop. VIII, Part. I, Liv. I, p. 33.

⁸⁾ À cause de la similitude des triangles $PA\beta$ et $C\pi\beta$.

⁹⁾ Nous supprimons quelques calculs.

¹⁰⁾ Détermination, à l'aide de la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41, du point de concours E après la réfraction à la surface CDB des rayons qui correspondent à π . Naturellement la même expression pour πE peut être obtenue en substituant $b = 0$ dans l'expression pour $\pi\beta$.

qu. βC ad qu. βN ut qu. EB (qu. $\frac{3ad}{d+2a}$) ad qu. EN (qu. $\frac{3ad+2an+dn}{d+2a}$)
ut $MG \frac{ab}{n}$ ad VY ⁵⁾).

$$\frac{9baadd + 12baadn + 6baddn + 4baann + 4badnn + bddnn}{9addn} VY$$

$$\frac{9}{2}$$

$$\frac{9baadd + 12baadn + 6baddn + 4baann + 4badnn + bddnn}{2addn} ZK$$

$$\frac{3ad}{d+2a} [EB] \text{ ad } a [AB] \text{ ut } b [BG] \text{ ad } \frac{dab+2aab}{3ad} GO$$
 ⁶⁾

$$\frac{\frac{4}{3}bdd - 6abd + 8aab - \frac{10a^3b}{3d}}{dd + 4ad + 4aa} E\beta$$
 ⁷⁾

³⁾ Dans cette deuxième partie Huygens se propose de calculer l'aberration sphérique de la lentille entière BCMY. À cet effet il tire la droite NK parallèle à CP et calcule la valeur de VY à l'aide de la Prop. I, p. 273 pour en déduire celle de KZ = $\frac{9}{2}$ VY, qui représente l'aberration sphérique du rayon CP par rapport à la surface convexe CMY et qui aurait permis de calculer la valeur de NZ = NK — KZ, puisqu'on a, d'après la Prop IX, Part. I, Liv. I, p. 37, NK = 3n, K étant le foyer des rayons parallèles à CP par rapport à la même surface CMY. Comme il avait trouvé de plus C β et βG il lui était facile de déduire de cette dernière valeur celle de $\beta N = \beta G - GM \left(\frac{ab}{n}\right) + MN(n)$ et de calculer ensuite par la similitude des triangles NDZ et CD β la valeur de ND dont la différence d'avec la distance du point N au foyer de la lentille B Δ CMY (à calculer à l'aide de la Prop. XVI, Part. I, Liv. I, p. 87) ferait enfin connaître l'aberration cherchée. Mais, comme on l'aperçoit, Huygens n'a pas conduit ce calcul par les dernières étapes, probablement à cause de la complication des formules. Voir à ce propos les dernières formules de la note 2 de la p. 396, dans lesquelles il suffit de remplacer d par $-d$ pour trouver le résultat auquel Huygens aurait dû parvenir s'il avait poursuivi les calculs.

⁴⁾ Voir la Prop. II, p. 275.

⁵⁾ On a $\beta C^2 : \beta N^2 = CG^2 : FN^2$, à cause des triangles semblables βCG et βNF ; mais $FN = CV$ et $CG^2 : CV^2 = MG : VY$, d'après la Prop. I, p. 273; donc $\beta C^2 : \beta N^2 = MG : VY$, où l'on peut remplacer βC par EB et βN par EN avec une approximation suffisante.

⁶⁾ Toujours à cause de la Prop. II, p. 275. On a $\beta C = \beta O$; mais approximativement $\beta C = EB$. La valeur de GO va servir plus bas quand il s'agit de calculer βC plus exactement.

⁷⁾ Valeur trouvée plus haut vers la fin de la première partie.

$$\begin{aligned}
\text{ex EB} &\propto \frac{3ad}{d+2a} \propto \frac{3add+6aad}{dd+4ad+4aa} \\
\beta B &\propto \frac{3add+6aad-\frac{4}{3}bdd+6abd-8aab+\frac{10}{3}\frac{a^3b}{d}}{dd+4ad+4aa} \\
\text{fubtr. BG} &\propto b \propto \frac{bdd+4abd+4aab}{dd+4ad+4aa} \\
\beta G &\propto \frac{3add+6aad-\frac{7}{3}bdd+2abd-12aab+\frac{10}{3}\frac{a^3b}{d}}{dd+4ad+4aa} \\
\text{adde GO} &\propto \frac{dab+2aab}{3ad} \propto \frac{d^3ab+4aaddb+12a^3db+2aaddb+8a^4b}{3ad^3+12aadd+12a^3d} \\
\beta O \propto \beta C &\propto \frac{-6abd^3+12aaddb-24a^3bd+9aad^3+18a^3dd+18a^4b^1)}{3ad^3+12aadd+12a^3d}
\end{aligned}$$

¹⁾ Huygens n'a pas poussé plus loin les calculs. Comparez la note 3 de la p. 395.

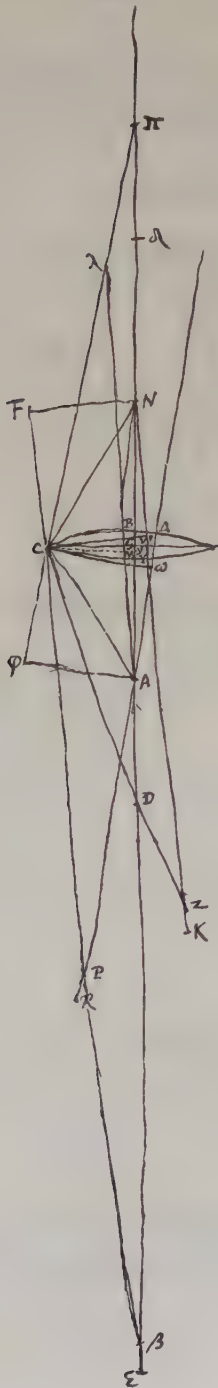
²⁾ Nous supprimons les calculs qui ont amené cette formule parce qu'ils sont analogues à ceux de la première partie du § 1 de cet Appendice. Inutile de dire que les résultats de cette première partie et du paragraphe présent peuvent se déduire l'un de l'autre par un simple changement de signe de la grandeur d .

Quoique la figure indique qu'ici encore c'était l'intention de Huygens de déterminer l'aberration sphérique de la lentille entière, les calculs n'ont pas été poursuivis dans cette direction.

Toutefois, afin de nous en servir dans la suite, nous indiquerons ici le résultat final auquel les calculs auraient dû conduire dans le cas présent. Nous l'empruntons à la formule (293) du § 268, Chapitre XII, p. 388, de l'ouvrage de James P. C. Southall: „The principles and methods of geometrical optics”, New-York, Macmillan, 1910.

À cet effet nous remplaçons les notations de Southall par celles employées ici dans le texte, en représentant de plus par e l'épaisseur de la lentille entière, par d_1 la distance à la lentille du point qui correspond, par rapport à elle, au point π , et enfin par ν l'indice de réfraction. Alors la formule mentionnée nous donne, après une légère réduction, pour l'aberration

[Fig. 2.]



§ 2.

Aberratio superficiei singularis CB, radiorum
a puncto π venientium.

$$AB \propto a; NM \propto n; BG \propto b; MG \propto \frac{ab}{n}; \pi G \propto d;$$

$$\pi A \propto d + a - b$$

$$\frac{6abd + 8aab + \frac{4}{3}bdd + \frac{10}{3}\frac{a^3b}{d}}{dd - 4ad + 4aa} \propto \beta E^2) \text{ bon}$$

sphérique de la lentille entière l'expression suivante :

$$\frac{(\nu - 1)d_1^2 e}{\nu a^2 n^2} \left[\nu^3 a^2 + \nu(2\nu^2 - 2\nu - 1)an + (\nu^3 - 2\nu^2 + 2)n^2 - \frac{\nu(3\nu + 1)a^2 n + (3\nu^2 - 3\nu - 4)an^2}{d} + \frac{(3\nu + 2)a^2 n^2}{d^2} \right], \text{ où}$$

$$d_1 = \frac{and}{(\nu - 1)(a + n)d - an^2}$$

Posant ensuite, avec Huygens, $\nu = \frac{3}{2}$, on trouve pour cette même

$$\text{aberration: } \frac{d_1^2 e}{3a^2 n^2} \left[\frac{27}{8}a^2 + \frac{3}{4}an + \frac{7}{8}n^2 - \frac{33a^2 n - 7an^2}{4d} + \frac{13a^2 n^2}{2d^2} \right], \text{ où } d_1 = \frac{2and}{(a + n)d - 2an^2}.$$

$$P\lambda \text{ ad } \lambda C \propto A\pi (a-d) \text{ ut } C\pi \left(d + \frac{ab}{d} - b\right) \text{ ad } \pi\beta$$

$$\pi\beta \frac{ad + \frac{aab}{d} - 2ab - dd + bd}{3a - d - \frac{7}{2}b + \frac{8ab}{d} - \frac{2baa}{2dd}}$$

$$\pi\delta (3a-d) \text{ ad } \pi A (a-d) \text{ ut } \pi B (d) \text{ ad } \pi E \left(\frac{ad-dd}{3a-d}\right)^6)$$

πE subtr. ex $\pi\beta$ fit βE aberratio.

$$\frac{16\frac{1}{2}abd - 19\frac{1}{2}aab - 4\frac{1}{2}bdd + 7\frac{1}{2}\frac{a^3b}{d}}{9aa - 6ad + dd} \beta E^7). \text{ bon.}$$

si $d \propto \frac{5}{3}a$, casus perfectus, hoc est aberratio nulla⁸⁾.

$$16\frac{1}{2}ad + 7\frac{1}{2}\frac{a^3}{d} \propto 19\frac{1}{2}aa + 4\frac{1}{2}dd$$

$$11ad + 5\frac{a^3}{d} \propto 13aa + 3dd$$

$$\frac{55aa + 3aa \propto 13aa + \frac{75}{9}aa}{165 + 27 \propto 117 + 75}$$

$$192 \propto 192 \text{ bon}$$

4) On a $PR = \frac{9}{2} BG$; comparez la première partie du § 2 de l'Appendice I, p. 359.

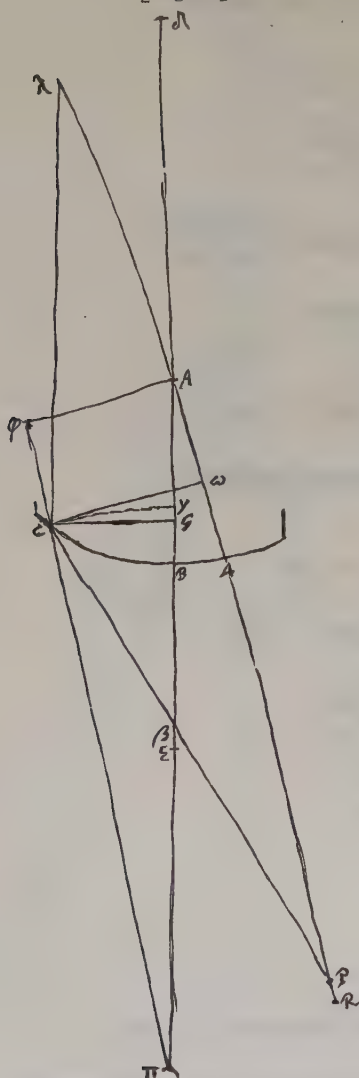
5) Voir la Prop. IX, Part. I, Liv. I, p. 37.

6) Voir la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41; mais il aurait suffi de poser $b = 0$ dans l'expression pour $\pi\beta$.

7) Plus généralement on trouve, en remplaçant dans la formule de la note 1, p. 394, d par $-d$, a par $-a$ et ν par $\frac{1}{\nu}$: $\beta E = \frac{\nu(\nu-1)(d-a)^2((\nu+1)a-\nu d)}{(\nu a - (\nu-1)d)^2 d} b$.

8) Consultez la p. 69 d'après laquelle le „casus perfectus” se présentera quand on aura $\frac{BA}{\pi A} = \nu$ et qu'en même temps le point π se trouve plus éloigné de la surface que le point A. On aura donc ici: $\frac{a}{d-a} = \frac{3}{2}$; c'est-à-dire, $d = \frac{5}{3}a$.

[Fig. 4.]

§ 4¹⁾.

$$AB \propto a; BG \propto b; G\pi \propto d$$

$$\frac{7\frac{1}{2}\frac{a^3b}{d} + 19\frac{1}{2}a^2b + 16\frac{1}{2}abd + 4\frac{1}{2}bdd}{9aa + 6ad + dd} \beta E^2) \text{ bon}$$

si d infinitè magna fit $4\frac{1}{2}$ seu $\frac{9}{2}b \propto \beta E$, ut oportet³⁾.

Et similis expressio βE , hoc est cum iisdem fractionibus, bona est in alio casu pag. 31⁴⁾. quia respondet in casu perfecto⁵⁾. Insuper confirmatur hæc regula calculo pag. 31.2⁶⁾.

¹⁾ Aberration du rayon extrême φC d'un faisceau dirigé vers π avant sa réfraction à la surface CB , où le verre se trouve du côté du centre A . $C\beta P$ est le rayon réfracté, R le foyer d'un faisceau de rayons parallèles à φC , E le point de concours des rayons réfractés du faisceau dirigé vers π .

Sur une autre feuille du manuscrit Huygens traite le cas, qu'on retrouvera encore dans le § 1 de l'Appendice VI, p. 408, où le verre se trouve du côté du point π , qui est, cette fois, l'origine du faisceau; ce qui amène la même formule. En effet, les positions des points E et β restent les mêmes dans les deux cas, le rayon πC suivant maintenant, après sa réfraction, le prolongement de βC .

²⁾ Nous avons supprimé les calculs à cause de leur ressemblance avec ceux du § 3, qui précède. Il est vrai que la signification de la lettre d s'écarte un peu de celle qu'elle a dans ce § 3. Cela entraîne, en effet, quelques changements dans les expressions pendant le calcul mais n'a pas d'influence sur le résultat qui se déduit d'ailleurs

de celui du § 3 en substituant $-d$ à d , et en changeant le signe de l'expression finale.

³⁾ Comparez la première partie du § 2 de l'Appendice I, p. 359.

⁴⁾ C'est le cas du § 3, p. 398.

⁵⁾ Voir la fin du § 3, p. 399.

⁶⁾ Voir le § 7, p. 405, où la formule pour βE est employée à calculer d'une nouvelle façon l'aberration sphérique d'une lentille biconvexe à courbure égale des deux faces pour un faisceau de rayons parallèles. La conformité du résultat obtenu de cette façon avec celui que nous avons indiqué dans la note 4 de la p. 365 est, en effet, une autre preuve de la justesse de cette formule.

§ 5.

Aberratio in superficie plana radiorum exeuntium.

[Fig. 5.]

A est concursus tendentium ad D.

 $DG \propto a$; $AG \propto \frac{2}{3}a^7$; $x \propto AE$ aberratio quæsitæ.

$$EG \propto \frac{2}{3}a - x$$

CI est arcus centro D radio DC. CO est arcus centro A radio AC.

 $2GA \left(\frac{4}{3}a\right)$ ad $GC (d)$ ut $GC (d)$ ad GO proximè $\frac{3dd}{4a}$ } ad[de]

$$GE \frac{2}{3}a - x$$

$$\frac{\frac{3}{4}\frac{dd}{a} + \frac{2}{3}a - x}{EO} \propto EC$$

cenfetur $EO \propto EC$ etfi revera fit $AO \propto AC$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{9\frac{dd}{a} + a - \frac{3}{2}x}{DC^8)}$$

$$\frac{3dd}{4a} GO$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}\frac{dd}{a} GI^9)$$

$$a GD$$

$$DC \propto DI \propto a + \frac{1}{2}\frac{dd}{a} \propto \frac{9}{8}\frac{dd}{a} + a - \frac{3}{2}x DC$$

⁷⁾ Voir la Prop. VII du Liv. I, p. 27 du Tome présent.⁸⁾ $DC = \frac{3}{2} EC$ d'après la Prop. III, Part. I, Liv. I, p. 17.⁹⁾ $GI = \frac{2}{3} GO$ d'après la Prop. II, p. 275, puisque $CD = \frac{3}{2} CE$ ou, par approximation, $= \frac{3}{2} CA$.

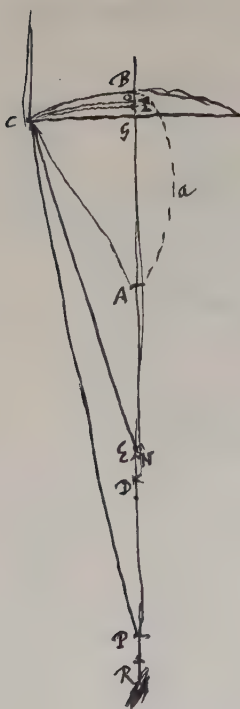
$$\frac{3}{2}x \propto \frac{5}{8} \frac{dd}{a}$$

$$x \propto \frac{5}{12} \frac{dd^1}{a}; \text{GI} \propto \frac{1}{2} \frac{dd}{a}$$

$$x \propto \frac{5}{6} \text{GI}$$

§ 6²).

[Fig. 6.]



[PREMIÈRE PARTIE.]³)

BA⁴) $\propto a$; BG $\propto b$; PR $\propto x$ aberratio
CI est arcus centro R radio RC vel PC.

$$\left. \begin{array}{l} \text{BR} \propto 3a^5 \\ b \end{array} \right\} \text{f[ubtr.]}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3a - b \text{ RG} \\ x \text{ PR} \end{array} \right\} \text{f[ubtr.]}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3a - b - x \text{ PG} \\ \frac{1}{3} b \quad \text{GI}^6 \end{array} \right\} \text{ad[de]}$$

¹) Inutile de dire que cette formule ne représente qu'un cas spécial de la formule du § 4; on l'obtient en remplaçant dans le premier terme du numérateur ab par $\frac{1}{2}CG^2$, en posant ensuite $a = \infty$, et en remplaçant enfin la d du § 4 par la lettre a , qui dans le paragraphe présent représente la même distance. Un autre cas, où un point lumineux se trouve au dehors du milieu réfringent limité par une surface plane sera traité au § 1 de l'Appendice VII, p. 418, d'une manière entièrement différente.

²) La troisième et principale partie du paragraphe présent contient une application des résultats obtenus dans les §§ 1, première partie, et 5, qui précèdent. À l'aide de ces résultats l'aberration d'une lentille planconvexe exposée par sa surface convexe à un faisceau de rayons parallèles à l'axe est calculée d'une façon nouvelle. La première et la deuxième partie contiennent une déduction de cette même aberration d'après les principes déjà appliqués auparavant au § 1 de l'Appendice I, p. 355—357, mais cette fois d'une manière plus algébrique.

³) Cette première partie donne la déduction de l'aberration PR causée par la seule surface convexe.

⁴) A est le centre de la surface CB; R le foyer de cette surface.

⁵) D'après la Prop. VIII, Part. I, Liv. I, p. 33.

⁶) D'après la Prop. II, p. 275.

$$3a - \frac{2}{3}b - x \left\{ \begin{array}{l} \text{PI vel PC} \\ \frac{2}{3} \text{ m[ult.]} \end{array} \right.$$

$$\text{PA } 2a - \frac{4}{9}b - \frac{2}{3}x^7) \propto 2a - x \text{ PA}$$

$$\frac{1}{3}x \propto \frac{4}{9}b$$

$$x \propto \frac{4}{3}b \text{ in superficie singulâri BC.}$$

[DEUXIÈME PARTIE.]

D focus planoconv. DE $\propto x$ aberr.^o

$$\text{GR } \propto 3a - b \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \\ \text{m.} \end{array} \right.$$

$$\text{GD } \propto 2a - \frac{2}{3}b^8) \left\{ \begin{array}{l} x \\ \text{f.} \end{array} \right.$$

$$2a - \frac{2}{3}b - x \text{ EG } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}b \text{ GO}^9) \\ \text{ad.} \end{array} \right.$$

$$2a - \frac{1}{6}b - x \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} \\ \text{m.} \end{array} \right. \text{EO } \propto \text{EC}$$

$$3a - \frac{1}{4}b - \frac{3}{2}x \text{ PC }^{10)}$$

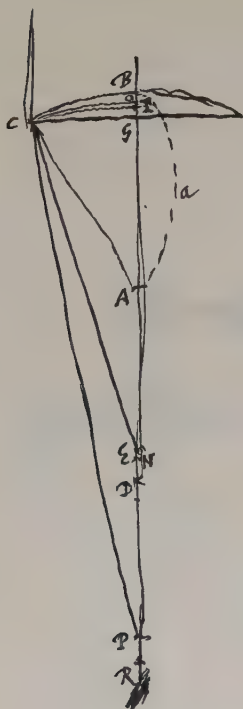
7) D'après la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 15, CP représentant le rayon parallèle à l'axe après sa première réfraction à la surface convexe CB.

8) Comparez la Prop. XIV, Part. I, Liv. I, à la p. 83.

9) DO = DC.

10) D'après la Prop. III, Part. I, Liv. I, p. 17.

[Fig. 6.]



$3a - \frac{2}{3}b - x$ erat PC ¹⁾ sed $x \propto \frac{4}{3}b$, PC $\propto 3a - 2b \propto$

$$\propto 3a - \frac{1}{4}b - \frac{3}{2}x$$

$\frac{3}{2}x \propto \frac{7}{4}b$; $\frac{7}{6}b \propto x$ DE in lente planoconvexa convexo exteriori.

[TROISIÈME PARTIE.]

Si NG ²⁾ ponatur $\propto \frac{2}{3}PG$, fit lineola NE $\propto \frac{5}{6}GI$; est

autem GI $\propto \frac{1}{3}BG$ ³⁾. Ergo NE $\propto \frac{5}{18}BG$.

Sed DG est $\frac{2}{3}RG$ ⁴⁾, et NG $\propto \frac{2}{3}PG$. Ergo DN \propto

$$\propto \frac{2}{3}PR. \text{ Sed } PR \propto \frac{4}{3}BG$$
 ⁵⁾.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ergo DN} \propto \frac{8}{9}BG \\ \text{NE} \propto \frac{5}{18}BG \end{array} \right\} \text{ad.}$$

aberratio DE $\frac{21}{18}$ five $\frac{7}{6}BG$.

¹⁾ Voir la première partie.

²⁾ N est le point de concours après sa sortie de la lentille d'un faisceau qui, dans l'intérieur de la lentille, converge vers P. Or, puisque E est le point où le rayon extrême d'un tel faisceau coupe l'axe après sa réfraction à la surface plane, NE égale l'aberration calculée au § 5 qui précède. On a donc NE $= \frac{5}{6}GI$, en supposant PI = PC, et NG $= \frac{2}{3}PG$.

³⁾ D'après la Prop. II, p. 275, puisqu'on a avec une approximation suffisante PC = 3AB.

⁴⁾ Puisque D, le foyer de la lentille planoconvexe, est le point de concours d'un faisceau qui, dans l'intérieur de la lentille, se dirige vers R.

⁵⁾ Voir la première partie.

⁶⁾ Ce paragraphe contient une déduction nouvelle de l'aberration sphérique d'une lentille biconvexe à courbures égales. Elle est fondée sur l'emploi de la formule du § 4 et doit servir principalement à vérifier la justesse de cette formule. Comparez la p. 400 et surtout la note 6 qu'on y trouve.

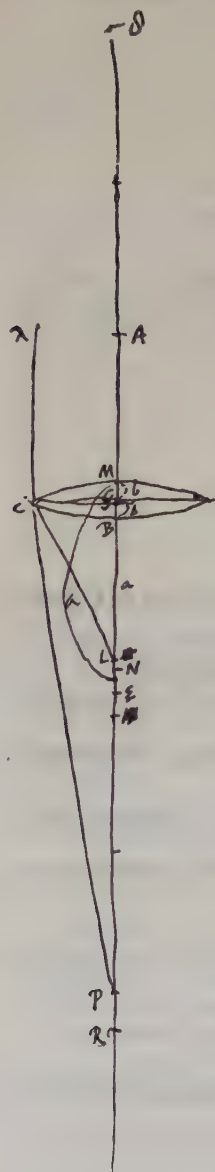
⁷⁾ Voir la première partie, p. 402—403, du § 6, et comparez la troisième partie, p. 404, où le même principe, qui va servir ici, est appliqué à un cas plus simple.

⁸⁾ Il s'agit du § 4, p. 400.

⁹⁾ Voir la note 4 de la p. 365.

¹⁰⁾ A et D sont le centre et le foyer de la surface CB, R est le foyer de la surface CM.

[Fig. 7.]

§ 7⁶).

Lens æqualiter convexa est MCB. focus parall.^m est E. quæritur an per regulas pag. 39⁷) et pag. 31.1⁸) quæ sunt de superficiebus singularibus, inveniri possit aberrationem EL esse $\frac{5}{3}$ MB sicut aliter inventum fuit⁹). Poteft.

AB¹⁰) $\propto a$, BG vel GM $\propto b$. λC axi parallelus. MR, B δ $\propto 3a$.

Vide prius calculum pag. 31.3¹¹).

R δ $(6a - 2b)$ ad RA $(4a - 2b)$ ut RB $(3a - 2b)$ ad RE¹²)

$$\left(\frac{12aa - 14ab + 4bb}{6a - 2b} \right)$$

$$2a - \frac{5}{3}b \text{ RE}^{13})$$

$$\frac{4}{3}b \text{ RP}^{14})$$

$$2a - 3b \text{ PE}$$

P δ $\left(6a - \frac{10}{3}b\right)$ ad PA $\left(4a - \frac{10}{3}b\right)$ ut PB $\left(3a - \frac{10}{3}b\right)$

$$\text{ad PN}^{15}) \left(\frac{12aa - \frac{70}{3}ab + \frac{100}{9}bb}{6a - \frac{10}{3}b} \right)$$

$$2a - \frac{25}{9}b \text{ PN}$$

$$2a - 3b \text{ PE}$$

¹¹) Voir le § 8, p. 406—407, où un autre problème, dont la solution dépend du même principe, est traité plus explicitement.

¹²) Détermination du foyer de la lentille biconvexe par la règle de la p. 87.

¹³) Valeur approximative qu'on obtient en exécutant la division de $12aa - 14ab + 4bb$ par $6a - 2b$.

¹⁴) Voir la première partie du § 6, à la p. 402.

¹⁵) N est le point de concours après sa sortie de la lentille d'un faisceau de rayons dirigés à l'intérieur de la lentille vers le point P. PN est donc déterminée par la règle de la Prop. XX, Part. I, Liv. I, p. 98.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{9}b \text{ NE} \\ \frac{28}{9}b \text{ NL } ^1) \end{array} \right\} \text{ad [de]}$$

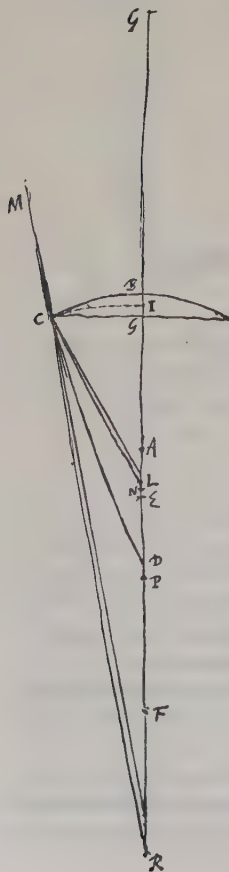
$$\frac{30}{9}b \propto \frac{10}{3}b \propto \text{EL bon}$$

nam aberratio paralleli λ C est $\frac{5}{3}$ MB et $\text{MB} \propto 2b$

$$\text{BE} \propto \text{RB} - \text{RE} \propto 3a - 2b - \frac{12aa - 14ab + 4bb}{6a - 2b} \propto \frac{6aa - 4ab}{6a - 2b} \propto a - \frac{ab}{3a - b}$$

$$\text{BE} \propto a - \frac{1}{6}\text{MB prox. notandum.}$$

[Fig. 8.]



§ 8²).

$a \propto \text{BA}$ femidiam. arcus BC; $\text{BR} \propto 4a$; radius MC tendit ad R; $\text{BG} \propto b$.

$\text{BG}'^3) \propto 2a$; RG' , RB ; RA , RP proportionales⁴).

P est concursus punctum quod faceret superf. convexa BC.

aberratio PD effiet ibi $\propto \frac{1}{8}\text{BG}$, ut ex calculo pag. 28 apparet⁵).

$\text{GE} \propto \frac{2}{3}\text{GP}$ ⁶). E est punctum concursus radorum ad R tendentium per lentem planoconvexam BCG. quæritur aberratio EL.

CI est arcus centro P vel D radio PC vel DC. PC vel DC censetur dupla AB. $\text{GI} \propto \frac{1}{2}\text{BG}$ ⁷) $\propto \frac{1}{2}b$.

Si $\text{GN} \propto \frac{2}{3}\text{GD}$, erit $\text{NL} \propto \frac{5}{6}\text{GI}$ (vide pag. 39 in fine⁸));

hoc est $\text{NL} \propto \frac{5}{12}\text{BG} \propto \frac{5}{12}b$.

N jam consideratur tamquam si effiet punctum concursus axi proximorum tendentium ad D. tunc radij CD⁹) aberratio est NL. quæ ad datam NE additur et facit EL. datur autem EN quia datur PD et PG ideoque et DG, unde et NG. nam ut ex PG datur EG, sic ex DG datur NG.

$$EG \propto \frac{2}{3} GP; NG \propto \frac{2}{3} GD; NE \propto \frac{2}{3} DP \text{ sed } DP \propto \frac{1}{8} b \text{ ut supra.}$$

$$NE \propto \frac{1}{12} b$$

$$NL \propto \frac{5}{12} b$$

$$\text{aberratio EL} \propto \frac{6}{12} \text{ five } \frac{1}{2} b \propto \frac{1}{2} BG^{10}).$$

¹⁾ C'est cette valeur qui est calculée par la formule du § 4 (p. 400) en y substituant $d = 3a - \frac{1}{3} \frac{7}{3} b$ (la GP de la figure présente), ou plutôt $d = 3a$, ce qui revient au même puisqu'on peut négliger le carré de b . De cette manière on trouve l'aberration sphérique LN du rayon extrême CL, relative au point de concours N du faisceau dont il est question dans la note précédente.

²⁾ Ce paragraphe, qui probablement est d'une date postérieure mais que nous donnons ici parce qu'il traite un sujet analogue à celui des autres, contient le calcul de l'aberration sphérique d'un faisceau dirigé vers un point de l'axe d'une lentille planconvexe, la distance de ce point à la surface convexe antérieure étant égale à quatre fois le rayon de courbure de cette surface.

Ajoutons que ce qui suit sert d'introduction à la pièce que nous mentionnerons plus loin dans la dernière note de la p. 467. On le trouve avec cette pièce sur une même feuille, marquée 31.3, du manuscrit cité dans les notes 1 des pp. 355 et 392.

³⁾ Il y a dans la figure un double emploi de la lettre G. Nous indiquerons par G' le point G qui se trouve vers le haut de la figure et qui représente le foyer de la surface CB pour un faisceau de rayons parallèles à l'axe venant de l'intérieur de la lentille.

⁴⁾ Voir la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41. On a donc $RP = 2a$ et, par conséquent, $BP = 2a$.

⁵⁾ Voir la première partie du § 1, p. 394, où l'on lit: „sit $d \propto 4a$; $\beta E \propto \frac{1}{8} b$ ”.

⁶⁾ Par la Prop. VII, Part. I, Liv. I, p. 27.

⁷⁾ Prop. II, p. 275.

⁸⁾ Il s'agit du § 5 de l'Appendice présent; voir les p. 401—402.

⁹⁾ CD représente le rayon MC après sa première réfraction à la surface convexe; CL le même rayon après les deux réfractions.

¹⁰⁾ On arrive au même résultat en substituant $d = -4a$, $n = \infty$, $e = b$, dans les dernières formules de la note 2, p. 396.

APPENDICE VI^a)

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO”.

1669.

[Fig. 1.]

Lens compofita hyperbolicæ
æmula.

εύρηκα 1 Febr. 1669 ²).

§ 1³).

Aberratio superficiei cavæ CBD, radio veniente ex M qui in C refractus tendit per CO, retroque productus, occurrere axi ponitur in N.

A est centr. superficiei CBD. $AL \propto 2AB$.
CG perpend. in BA.

Sit $AB \propto a$, $BG \propto b$, $MB \propto d$.

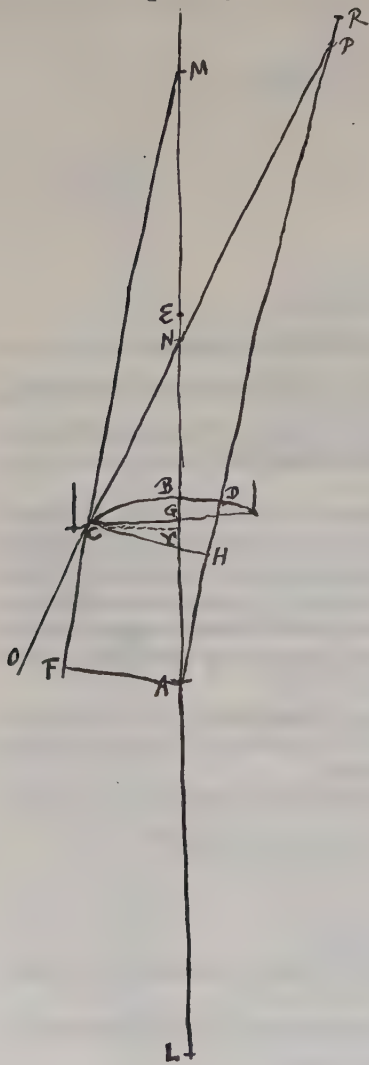
ML ($d + 3a$) ad MA ($a + d$) ut MB (d)
ad ME ($\frac{ad + dd}{3a + d}$). E erit punctum dispersus
radiatorum ex M venientium⁴).

Sit AR parall. CM. Et DR \propto 2 DA \propto 2a.

Item $RP \propto \frac{9}{2} DH^5$), posita CH perpend. in

DA. Erit recta PCO refractio radij MC, secundum examinata in dioptriciis nostris ⁶⁾. Sit AF parall. CH. Et centro M descriptus arcus CY.

MC ($d + \text{minimo}$) ad AB (a) ut BG (b)

$$\text{ad GY} \left(\frac{ab}{d} \right)^7)$$
$$\frac{\text{MG } (d+b)}{a} [\text{dde}]$$


$$MY \propto MC \propto d + b + \frac{ab}{d}$$

ut qu. MC ($dd + \text{minimo}$) ad qu. MA ($dd + 2ad + aa$) sive ut qu. CG ad qu. AF vel CH ita BG (b) ad DH ($\frac{bdd + 2abd + baa}{dd}$)⁸).

- ¹) La pièce est empruntée aux p. 144—148 du Manuscrit D. Elle se rapporte à l'invention du 1 févr. 1669 qui consiste à compenser l'aberration sphérique d'une lentille convexe par l'adjonction d'une lentille concave, les deux lentilles constituant ensemble l'objectif d'une lunette.
- ²) Nous reproduisons encore, dans cette note, une annotation qu'on trouve sur une des feuilles du manuscrit dont nous avons tiré l'Appendice V, p. 392. On y voit reproduite l'invention

*Unus composita aequipollens
Hyperbolicus.
25.10.*

18. 10. 1669.

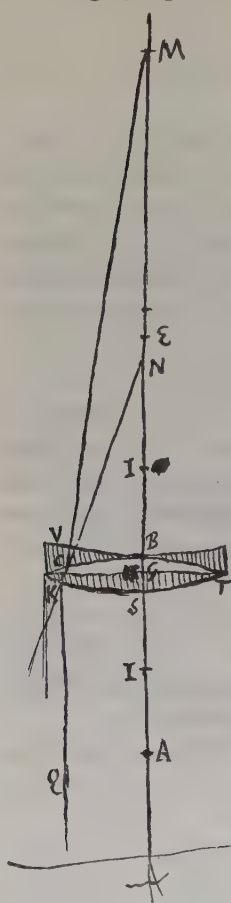
*Hoc inutile
est inveniendum
propter Aberrationem
non Newtonianam
sed quæ colorum
inducitur.*

dont il s'agira dans la suite; mais l'„*Εὐρηκα*” a été biffé et un postscriptum y est ajouté, qui déclare l'invention inutile à cause de l'aberration Newtonienne des couleurs. Les chiffres 25.10, s'ils désignent une date, doivent indiquer le 25 octobre 1673; puisqu'avant cette année Huygens n'avait pas encore attaché une telle importance aux recherches de Newton sur cette aberration, desquelles il avait eu connaissance en 1672 (voir les pp. 156, 186 et 243 du T. VII). Ajoutons, que probablement la nouvelle invention n'a jamais été mise en exécution. Comme nous l'avons dit vers la fin de la note 4 de la p. 331, elle détermina Huygens à suspendre

les efforts qu'il faisait pour réaliser l'invention de septembre 1665 (voir la note 4 de la p. 303) qui lui semblait être inférieure à l'autre; mais les difficultés de la nouvelle entreprise n'étaient pas moindres et c'est peut-être à propos d'elle qu'il écrivit à Oldenburg le 26 juin 1669 (T, VI, p. 460): „Je ne scay qui vous a pu mander que j'avois entrepris quelque chose de considerable en cette matiere. Il est vray que je fais travailler depuis quelques semaines mais je ne me propose encore rien si non de faire des verres exactement spheriques sans que le poliment en gaste la figure.” C'était bien là, en effet, la première condition pour la réalisation pratique de la nouvelle idée.

- ³) Nous avons ajouté une division en paragraphes. Ce premier paragraphe traite l'aberration sphérique des rayons partant d'un point situé à l'intérieur d'une surface concave.
- ⁴) Voir la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41.
- ⁵) Voir la première partie du § 2 de l'Appendice I, p. 359. Le point R représente le point de concours, après leur réfraction, des rayons parallèles à FCM.
- ⁶) Voir la p. 285 du Tome présent.
- ⁷) D'après la Prop. II, p. 275.
- ⁸) D'après la Prop. I, p. 273.

[Fig. 2.]



* per [Prop. XIV, Part. I, Lib. I] dioptr. ²⁾).

Porro quia foci distantia lentis convexæ KST eâdem manente, itemque lentis latitudine, eadem quoque semper est crassitudo (quid vocetur crassitudo, in dioptr.) ¹⁾ intelligatur primum lens KST planoconvexa; quia igitur proportio refractionis ponitur 3 ad 2, erit ut 2 ad 3 ita foci distantia $EB \propto 2x$ ad ipsam $EB +$ radio convexi KST *, hoc est ad $3x$; unde ablata $EB \propto 2x$, erit radius convexi KST $\propto x$; diameter vero $2x$. Quia autem arcuum CBT, KST eadem subtensa CT, erunt sinus versi BG ad GS reciproce ut diametri ³⁾ itaque ut $2x$ ad $2a$ ita $BG \propto b$ ad $GS \propto \frac{ab}{x}$; Itaque etiam si non planoconvexa sed alia statuatur lens KST, tamen ejus crassitudo erit eadem $\frac{ab}{x}$ ⁴⁾.

Quia vero aberratio EN erat

$$\frac{16\frac{1}{2}abd + 19\frac{1}{2}aab + 4\frac{1}{2}bdd + 7\frac{1}{2}\frac{ba^3}{d}}{\square 3a + d} \text{ substituto ubique in}$$

locum d valore ejus $\frac{3ax}{a-x}$, fit

$$EN \propto \frac{49\frac{1}{2}aaxb}{a-x} + 19\frac{1}{2}aab + \frac{40\frac{1}{2}aaxxb}{\square a-x} + \frac{7\frac{1}{2}a^3b - 7\frac{1}{2}aaxb}{3x}$$

$$\frac{9a^4}{\square a-x}$$

$$EN^5) \propto \frac{18abxx + 8bx^3 + 12aaxb + \frac{5}{2}a^3b}{9aax} \propto \frac{7}{6} \frac{ab}{x}$$

Ponatur jam KST lens convexa cujus aberratio æquatur $\frac{7}{6}$ suæ crassitudinis $\frac{ab}{x}$ ⁶⁾. Ergo $\frac{7}{6} \frac{ab}{x}$ æquari debet aberrationi EN.

¹⁾ Voir les définitions de la p. 277 et la Prop. III de la même page.

²⁾ Voir la p. 81 du Tome présent.

³⁾ Comparez la Prop. II, p. 275.

⁴⁾ À cause de la Prop. III, p. 277.

⁵⁾ Nous supprimons quelques calculs.

⁶⁾ Voir la règle de la p. 287.

$$18axx + 8x^3 + 12aax + \frac{5}{2}aab^7) \propto \frac{21}{2}aab^7)$$

$$18axx + 8x^3 + 12aax - 8aab^7) \propto 0$$

$$4x^3 + 9axx + 6aax - 4aab^7) \propto 0$$

fit x proximè $\propto \frac{2}{5}a$, five accuratius $\frac{100}{254}a$.

Diximus autem x esse radium convexi KST. Ergo is est ad radium cavi CBT ut 2 ad 5 proximè. Altera vero superficies lentis KST debet esse plana. Lentis vero cavæ superficies altera VB radium habere $MB \propto d \propto \frac{3ax}{a-x}$, quod æquabitur hic $2a^8$), eademque erit foci distantia lentis compositæ ex duabus VBC, KST, quæ Hyperbolicæ aut Ellipticæ perfectionem æmulabitur.

Rad. cavæ 1; alterius cavæ $\frac{300}{154}$; convexæ $\frac{100}{254}$; plano.

vel 5133 Rad. cavæ; 10000 alter. cavæ; 2021 conv.; plana; 4042 foci dist. lentis convexæ.

Rad. alterius cavæ semper æqualis est foci distantia lentis ex duabus compositæ 9).

§ 3 10).

Ponamus rursus lentem KST esse optimam illam cujus superficies utraque convexa, sed KST descripta sit radio qui sit $\frac{1}{6}$ radij superficiei alterius KGT 11).

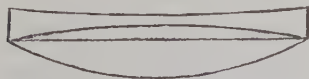
Cujus lentis aberratio est $\frac{15}{14}$ suæ crassitudinis ergo ponendum

$$\text{EN} \frac{18abxx + 8bx^3 + 12aax + \frac{5}{2}a^3b}{9aax} \propto \frac{15}{14} \frac{ab}{x}$$

7) Lisez a^3 pour aab .

8) C'est-à-dire en posant $x = \frac{2}{5}a$; pour la valeur plus exacte, $x = \frac{100}{254}a$, on trouve $\frac{300}{154}a$.

9) Voici le dessin, fait évidemment avec beaucoup de soin par Huygens, d'un objectif composé de ce genre. Nous l'avons reproduit en grandeur naturelle. On le trouve dans le manuscrit mentionné dans la note 1 de l'Appendice I, p. 355.



10) Cas de la lentille d'aberration minimum.

11) Voir la p. 291 en bas.

vel ad faciliorem calculum, ponendo $x \propto z - \frac{3}{4}a$, erit æquatio resolvenda hujusmodi

$$\frac{\frac{8}{9}z^3 - \frac{1}{6}aaz + \frac{1}{36}a^3}{a^3} \propto \frac{15}{14}$$

quæ ad quamlibet lentem accommodata est, ita ut tantum proportionem aberrationis, ut hic, ab una parte æquationis ponere opus sit, ab altera vero semper eadem quantitates quæ hic habeantur.

$$32z^3 - 6aaz - \frac{526}{14}a^3 \propto 0$$

$$z^3 - \frac{3}{16}aaz - \frac{263}{224}a^3 \propto 0 \quad \text{fit } y \propto 4z$$

$$\text{I. 4. 16.} \quad \text{64.}$$

$$y^3 - 3aay - 75\frac{1}{7}a^3 \propto 0 \quad \text{fit } y \propto \frac{444}{100}a^1). \text{ Ergo } z \propto \frac{111}{100}a;$$

$$\text{fed } x = z - \frac{3}{4}a. \text{ Ergo } x \propto \frac{9}{25}a \text{ et } 2x \text{ foci dist. } \propto \frac{18}{25}a. d \propto \frac{3ax}{a-x} \propto \frac{27}{16}a.$$

Radij convexæ lentis sunt $\frac{21}{50}a^2$), et hujus sexcuplus.

Radius cavi VB, eademque foci distantia compositæ.

Rad. superf. cavæ 1; alterius cavæ $\frac{27}{16}$; convexæ min. $\frac{21}{50}$; conv. maj. $\frac{126}{50}$.

vel 593 Rad. cavæ superf.; 1000 alterius cavæ et longitudo telesc.; 249 conv. minoris; 1493 conv. majoris; 427 foci dist. convexæ lentis.

¹⁾ Lisez plutôt $\frac{445}{100}a$.

²⁾ Si l'on appelle R le plus petit des rayons de courbure, la distance focale se trouve égale à $\frac{12}{7}R$. On a donc $\frac{12}{7}R = \frac{18}{25}a$; c'est-à-dire, $R = \frac{21}{50}a$.

[Fig. 3.]

§ 4³⁾.

Sit jam lens KST [Fig. 3] æqualiter utrimque convexa, cujus aberratio est $\frac{5}{3}$ crassitudinis⁴⁾.

$$\text{Ergo } \frac{\frac{8}{9}z^3 - \frac{1}{6}aaz + \frac{1}{36}a^3}{a^3} \propto \frac{5}{3}$$

$$z^3 - \frac{3}{16}aaz - \frac{59}{32}a^3 \propto 0 \quad y \propto 4z$$

$$\text{I. 4. 16.} \quad 64.$$

$$y^3 - 3aay - 118a^3 \propto 0 \quad \text{fit } y \propto \frac{51}{10}a \text{ prox.}$$

$$\text{Ergo } z \propto \frac{51}{40}a. \text{ Ergo } x \propto z - \frac{3}{4}a \propto \frac{21}{40}a. \text{ Et } 2x \propto \frac{21}{20}a.$$

$$\text{vel accuratius } z \propto \frac{511}{400}. \text{ Et } d \propto \frac{3ax}{a-x} \propto \frac{63}{19}a \propto 3\frac{1}{3}a \text{ ferè.}$$

Quum $2x$ fit foci distantia lentis convexæ, sitque æqualiter utrimque convexa, erit radius utriusque superficiæ KST, KBT $2x$ hoc est $\frac{21}{20}a$. At radius cavi interioris CB est a . Ergo proportio eorum ut 21 ad 20, ideoque cavum convexo fere convenit. at in totum convenire non posset, quia sic duæ superficies istæ inter se conjunctæ nihil plane efficerent, eoque aberratio convexi KST non corrigeretur. Hæc vero parva superficierum diversitas eam corrigit, nam calculus recte se habet. Superficies VB cava habebit radium MB $\propto d \propto 3\frac{1}{3}a$ fere.

§ 5⁵⁾.

Si KST ponatur lens planoconvexa, sed ita ut plana superficies radios parallelos excipiat, cujus aberratio est $\frac{9}{2}$ crassitudinis.

Ponendo

³⁾ Cas d'une lentille biconvexe à courbures égales.

⁴⁾ Comparez la p. 291 du Tome présent.

⁵⁾ Ce paragraphe contient, outre la solution évidente, mais inutile, du cas de la lentille planoconvexe qui tourne son côté plan vers les rayons, une discussion des résultats obtenus pour les autres cas.

$$\frac{\frac{8}{9}z^3 - \frac{1}{6}aaz + \frac{1}{36}a^3}{a^3} \propto \frac{9}{2}$$

$$\text{fit } 32z^3 - 6aaz - 161a^3 \propto 0$$

quod dividi potest per $z - \frac{7}{4}a$, fit enim $92aa + 56az + 32zz$. Unde liquet tunc z esse $\frac{7}{4}a$. Et $x \propto z - \frac{3}{4}a \propto a$.

Tunc autem x est radius convexi, adeo ut tunc cavum exacte aptetur convexo. sed foci distantia lentis ita compositæ d quæ est $\frac{3ax}{a-x}$ fit $\frac{3aa}{a-a}$, hoc est infinitæ extensionis, adeo ut plane inutilis sit lens ejusmodi, et revera vitro plano æquipollet.

Optima autem est compositio lentis proportionis sexcuplæ de qua paulo ante, quia minus longe abscedit focus compositæ. nam cum foci distantia lentis hujus convexæ fit $\frac{18}{25}a$, fit foci distantia compositæ ex illa et cava $\frac{27}{16}$, adeo ut illa fit ad hanc ut 1 ad $2\frac{1}{3}$ fere.

Parum autem huic cedit compositio planoconvexæ, convexo ad radios parallelos converfo. nam cum foci distantia ejus sit prox. $\frac{4}{5}a$, fit foci distantia MB $\propto 2a$, inter quæ proportio est quæ 1 ad $2\frac{1}{2}$.

Huic planoconvexæ æquipollentem invenimus ¹⁾ in dioptr. aliam inæqualiter convexam cujus superficierum radij ut 5 ad 2, cujus nempe aberratio erit $\frac{7}{6}$ crassitudinis, convexo minore ad radios obverfo. quæ itaque lens cum eadem cava componi poterit, eruntque radij $\frac{70}{127}$ et $\frac{175}{127}$ qualium cavi est 1, et altera $\frac{300}{154}$.

5133 Rad. cavæ superf. 10000 alter. cavæ. 2829 conv. min. 7073 conv. maj. 4042 foci dist. convexæ lentis.

¹⁾ Voir l'avant-dernier alinéa de la p. 291.

Lens e duabus compofita hyperbolicam aemulatur²⁾.

a	b	c	d	e	h	i	l	m	n	o	p	r	s	t	u	y
5	2	2	1	4	1	2	3	3	1	3	2	2	3	2	4	1

6 febr. 1669 miſſum anagr. ad. Soc. Reg. Angl. ³⁾

²⁾ Primitivement l'anagramme fut rédigé comme ſuit: Lens e duabus compoſita hyperbolicam æmulatur, altera planoconvexa altera cava utrimque. Semidiametri ſuperficierum ſunt proximè duo, quinque, decem.

³⁾ Voir la p. 355 du T. VI.

ÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABER- RATIONE RADIORUM A FOCO”.

[Fig. 1.]

Aberratio superficiei planæ radiorum ex
puncto extrinsecus occurrentium.

Quia LT ad TM⁴⁾ ut 3 ad 2 hoc est ut VG ad GM, vel
ut VS ad SM, (divisa nempe VM in X ut fit VX ad XM
ut 3 ad 2, factoque semicirculo XSG)⁵⁾ Est igitur VS parall.
LT. Ergo ut TM ad ML ita TS ad aberrationem VL. Sed
TM ad ML ut 2 ad 1 proxime. Ergo et LV $\propto \frac{1}{2}$ TS
five $\propto \frac{1}{2}$ GK.

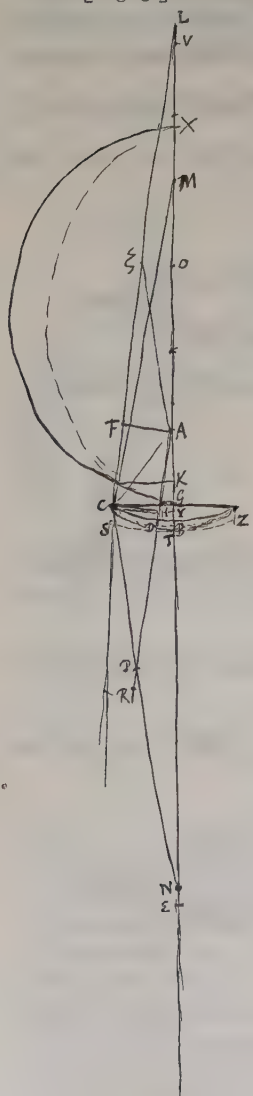
$$\text{MG} \propto d, \text{MV} \propto \frac{1}{2}d, \text{MX} \propto \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}d \propto \frac{1}{5}d, \text{GX} \propto \frac{6}{5}d.$$

⁵⁾ Voir le Lemme 5, p. 31.

$$\left. \begin{array}{l} \text{PB } 3a - \frac{4}{3}b \\ \text{BO } \frac{2}{3}b \end{array} \right\} f[\text{ubt.}] \quad \left. \begin{array}{l} 2a - \frac{11}{6}b \text{ GS} \\ \text{ex } 2a - \frac{2}{3}b \text{ GE} \propto \frac{2}{3} \text{GR}^1) \end{array} \right\} f.$$

$$\text{PO vel PC } 3a - 2b \quad \frac{7}{6}b \text{ SE aberratio.}$$

[Fig. 3.]



§ 4.

Aberratio lentis planoconvexæ radorum a puncto venientium in superficiem planam.

$AB \propto a$; $BG \propto b$; $MG \propto d$, M punctum radians; $MV \propto \frac{1}{2}d^2$, V punctum disp. superf. ei planæ CG; $MX \propto \frac{2}{5}MV \propto \frac{1}{5}d^2$; $BO \propto 3a^3$.

$$\frac{1}{2} XG \left(\frac{3}{5}d \right) \text{ ad } AB (a) \text{ ut } BG (b) \text{ ad } GK \left(\frac{5}{3} \frac{ab}{d} \right)^4)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6} \frac{ab}{d} \propto \text{LV aberratio}$$

superf. ei planæ, vid. pag. preced. ²⁾ } a[dde].

$$\frac{3}{2}d \propto \text{VG}$$

$$\frac{3}{2}d + \frac{5}{6} \frac{ab}{d} \text{ LG}$$

$LC \propto LG + \text{min.} \left(\frac{3}{2}d + \text{minima} \right) \text{ ad } AB (a) \text{ ut } BG b$

$$\text{ad } GY \left(\frac{ab}{\frac{3}{2}d} \right)^5) \left. \vphantom{\frac{ab}{\frac{3}{2}d}} \right\} a.$$

$$\text{LG} \left(\frac{3}{2}d + \frac{5}{6} \frac{ab}{d} \right)$$

¹⁾ Puisque E représente le foyer de la lentille BCG, on a, d'après la Prop. XIV, Part. I, Liv. I (voir la p. 83), $GE = \frac{2}{3}GR$, où $GR = 3a - b$.

²⁾ Voir le § I, p. 418.

³⁾ O est le point de concours des rayons parallèles à l'axe venant du côté du point N après leur réfraction à la surface CBZ; voir la Prop. VIII, Part. I, Liv. I, p. 33.

$$\frac{\frac{3}{2}dd + \frac{3}{2}ab}{d} LY \propto LC$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{2}d + \frac{5ab}{6d} LG \\ a-b AG \end{array} \right\} f.$$

$$\frac{\frac{3}{2}d + \frac{5ab}{6d} - a + b}{1} LA$$

qu. LC $\left(\frac{9}{4}dd + \text{minim.}\right)$ ad qu. LA $\left(\frac{9}{4}dd - 3ad + aa\right)$ five ut qu. CG ad qu. AF⁶⁾ vel CH⁷⁾ ita BG (b) ad DH⁸⁾.

Hic minimum primi termini negligitur rectè, quia tertius terminus b minimus est. nam etsi non negligeretur, id in quarto termino DH inconsiderabile augmentum efficeret.

$$b - \frac{4}{3} \frac{ab}{d} + \frac{4}{9} \frac{aab}{dd} DH$$

$$\frac{\frac{9}{2}}{2}$$

$$AP \text{ parall. LC. } \left. \begin{array}{l} \frac{\frac{9}{2}b - \frac{6ab}{d} + \frac{2aab}{dd}}{\text{ex } 3a \text{ AR}} PR^9 \end{array} \right\} f.$$

$$A\zeta \text{ parall. CP. } \left. \begin{array}{l} 3a - \frac{9}{2}b + \frac{6ab}{d} - \frac{2aab}{dd} PA \propto C\zeta \\ \text{ex } \frac{\frac{3}{2}d + \frac{3}{2}\frac{ab}{d}}{1} LC \end{array} \right\} f.$$

$$\frac{\frac{3}{2}d - \frac{9}{2}\frac{ab}{d} - 3a + \frac{9}{2}b + \frac{2aab}{dd}}{1} L\zeta$$

$$L\zeta \left(\frac{3}{2}d - \frac{9}{2}\frac{ab}{d} - 3a + \frac{9}{2}b + \frac{2aab}{dd}\right) \text{ ad LA } \left(\frac{3}{2}d + \frac{5}{6}\frac{ab}{d} - a + b\right)$$

$$\text{ut LC } \left(\frac{3}{2}d + \frac{3}{2}\frac{ab}{d}\right) \text{ ad LN.}$$

⁴⁾ Par la Prop. II, p. 275.

⁵⁾ Toujours à cause de la Prop. II, p. 275. LC prolongée représente le rayon MC après sa réfraction par la surface plane; LY = LC.

⁶⁾ À cause de la similitude des triangles LCG et LAF.

⁷⁾ AP est une parallèle à LC.

⁸⁾ Prop. I, p. 273.

⁹⁾ PR = $\frac{9}{2}$ DH d'après le § 2 (première Partie) de l'Appendice I, p. 359. R représente le foyer de la surface CB pour des rayons parallèles à LC; CP donne la direction du rayon MC après les deux réfractions par les surfaces plane et sphérique de la lentille.

Hic nihil omittendum ex minimis primi et secundi et tertij termini, quia quartus est magnus.

$$\begin{array}{r}
 \frac{\frac{9}{4}dd + \frac{7}{2}ab - \frac{3}{2}ad + \frac{3}{2}db - \frac{3}{2}\frac{aab}{d}}{\frac{3}{2}d - \frac{9}{2}\frac{ab}{d} - 3a + \frac{9}{2}b + \frac{2aab}{dd}} \text{ LN } ^1) \\
 \text{VO} \left(\frac{3}{2}d + b - 3a \right) \text{ ad VA} \left(\frac{3}{2}d + b - a \right) \text{ ut VB} \left(\frac{3}{2}d + b \right) \text{ ad VE} ^2) \\
 \text{Hic rursus nihil omittendum quia quartus terminus est magnus.} \\
 \left. \begin{array}{r}
 \frac{\frac{9}{4}dd + 3bd + bb - \frac{3}{2}ad - ab}{\frac{3}{2}d + b - 3a} \text{ VE } ^1) \\
 \frac{\frac{5}{6}\frac{ab}{d}}{\frac{3}{2}d + b - 3a} \text{ VL} \\
 \frac{\frac{1}{4}ab - \frac{5}{2}\frac{aab}{d} + 3bd + \frac{9}{4}dd - \frac{3}{2}ad}{\frac{3}{2}d + b - 3a} \text{ LE} \\
 \frac{-24\frac{3}{4}adb + 19\frac{1}{2}aab + \frac{81}{8}ddb}{\frac{9}{4}dd - 9ad + 9aa} \text{ NE } ^1)
 \end{array} \right\} \text{ f.} \\
 \text{ex LE}
 \end{array}$$

ut auferatur LN ex LE alternis multiplicantur numeratores et divifores, et differentia productorum dividitur per productum denominatorum, in quo minima negliguntur quia NE est minima. Sed et in illa productorum differentia negliguntur in quibus bb , quia hæ quantitates respectu cæterarum, in quibus tantum b sunt minimæ. Tollunt porro se mutuo omnes, in quibus nullum b , necessario.

$$\frac{52aab - 66adb + 27ddb}{6 \text{ qu. } (d - 2a)} \propto \text{NE } ^3). \text{ Regula aberr. is}$$

§ 5⁴).

Ex aberratione cognita lentis planoconvexæ radorum a puncto venientium alia methodus suppetit lentem compositam perfectam construendi. Oportet enim tantum cavoconvexam adjungere STZ [Fig 3], quæ radios parallelos excipiens inflectit quasi venirent a puncto E, habeatque aberrationem æqualem aberrationi lentis planoconvexæ radorum ex puncto M venientium quam invenimus. Ex. gr.

¹) Nous supprimons quelques calculs.

²) Prop. XII, Part. I, Liv I, p. 41. E est donc le point correspondant au point M par rapport à la lentille, eu égard à son épaisseur.

fit MB dupla foci dist.æ lentis CGB. Erit BE ipfi MB æqualis ⁵⁾. Debebitque crassitudo cavæ lentis CST esse dimidia crassitudinis BG ut radios parallelos dispergat quasi ex E veniant, ut facile est probare ⁶⁾. Atqui lentis CGB aberratio tunc invenitur noncupla proximè suæ crassitudinis ⁷⁾. Ergo aberratio cavæ debet esse octodecupla suæ crassitudinis. Unde per regulam aberrationis menisci cavi ⁸⁾ invenitur proportio radiorum ad describendas superficies CT et ST, debere esse proximè ut 303 ad 155 ⁹⁾. foci distantia autem sive potius puncti dispersus datur BE $\propto 4a$. Unde ipfi radij inveniuntur per regulam in dioptr. traditam ¹⁰⁾, quia ut diff. radiorum ad alterutrum ita duplum reliqui ad distantiam puncti dispersus. hic fiunt $\frac{296}{303}a$ et $\frac{296}{155}a$ ¹¹⁾.

$$18q \propto \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6qu. a - n} \text{ aberr. menisci cavi.}$$

$$108nnq - 216anq + 108aaq \propto 27aaq - 6anq + 7nnq$$

$$101nnq - 210anq + 81aaq \propto 0$$

$$nn \propto \frac{210}{101}an - \frac{81}{101}aa$$

$$n \propto \frac{155}{303}a$$

$$\text{Sit } d^{12)} \propto 2\frac{1}{2}a \text{ sive } \frac{5}{2}a.$$

$$\frac{223}{6}b \propto \text{NE}$$

[Fig. 4.]



- ³⁾ On arrive au même résultat en substituant $a = \infty$, $n = a$, $e = b$, dans les dernières formules de la note 2, p. 396.
- ⁴⁾ Calcul des dimensions de la lentille convexo-concave auxiliaire par laquelle on peut compenser, en la plaçant devant la lentille planconvexe, l'aberration sphérique causée par cette dernière.
- ⁵⁾ Puisque les points M et E se correspondent par rapport à la lentille CGB.
- ⁶⁾ Voir la Prop. III, p. 277 et surtout la note 4 de la même page. Avec une légère modification dans la démonstration cette Prop. aurait pu être généralisée comme suit: que les épaisseurs de deux lentilles quelconques dont les largeurs sont égales seront inversement proportionnelles aux distances focales. Or, dans le cas présent la distance focale BE de la lentille concave est supposée égale au double de celle de la lentille convexe CBG; il faut donc que son épaisseur soit égale à la moitié de celle de cette dernière lentille.
- ⁷⁾ D'après la Prop. XIV, Part. I, Liv. I, p. 81 la distance focale de la lentille planconvexe égale $2a$; on a donc $d = 4a$ et la dernière formule du paragraphe précédent donne $\text{NE} = \frac{1}{9}b$.
- ⁸⁾ Voir la p. 305 du Tome présent.
- ⁹⁾ Lisez „155 ad 303” et comparez les calculs qui suivent, où, d'ailleurs, a n'indique plus le rayon de la lentille planconvexe mais bien celui de la surface convexe de la lentille auxiliaire.
- ¹⁰⁾ Voir la Prop. XVII, Part. I, Liv. I, p. 89; toutefois la règle appliquée ici n'est pas formulée dans la démonstration de la Prop.; mais elle est analogue à celle qu'on trouve à la même page dans les dernières lignes de la Prop. XVI.
- ¹¹⁾ La fig. 4, dessinée soigneusement, représente probablement le cas traité jusqu'ici.
- ¹²⁾ Il s'agit de l'application des formules à une autre supposition.

$$\begin{aligned}
10a \text{ ad } 2a \text{ ut } b \text{ ad } \frac{1}{5}b^1) & \quad \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \text{ qu. } a - n} \propto \frac{1115}{6} q \\
27aa - 6an + 7nn & \propto 1115aa - 2230an + 1115an \\
0 & \propto 1088aa - 2224an + 1108nn \\
aa & \propto \frac{2224}{1088}an - \frac{1108}{1088}nn \\
aa & \propto \frac{556}{272}an - \frac{277}{272}nn \\
a & \propto \frac{322}{272}n.
\end{aligned}$$

Radij: plana; 10000 conv.; 7764 cav. auxil.^æ 9191 conv. auxil.^æ; 25000 foci dist. compositæ²). bon.

§ 6³).

Aberratio in lente aequaliter convexa cum radius a puncto venit, distante duabus femidiametris convexi.

Fit aberratio $\frac{9}{2}$ crassitudinis. ut debebat ex eo quod sint quasi duæ planoconvexæ,

¹) On a avec une approximation suffisante $VE [Fig. 3] = \left(\frac{9}{4}d^2 - \frac{3}{2}ad\right) : \left(\frac{3}{2}d - 3a\right) = (9d^2 - 6ad) : (6d - 12a)$ et $VB = \frac{3}{2}d$; donc $BE = 12ad : (6d - 12a)$ et, dans le cas présent, $BE = 10a$; ce qui représente, par conséquent, la distance focale qu'on doit donner à la lentille auxiliaire, $2a$ étant celle de la lentille planconvexe; en appliquant ensuite la règle de la note 6, p. 423, on trouve pour l'épaisseur q de la lentille auxiliaire la valeur $\frac{1}{5}b$.

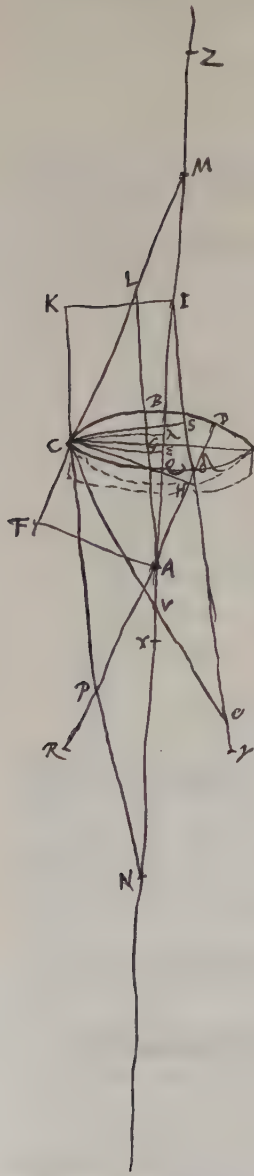
On en conclut $NE = \frac{223}{6}b = \frac{1115}{6}q$; ce qui amène l'équation qui suit dans le texte, dans laquelle a reprend la signification mentionnée dans la note 9 de la page précédente.

²) En appliquant la règle citée dans la note 10, p. 423, on trouve pour les rayons des surfaces sphériques de la lentille auxiliaire les valeurs $\frac{250}{272}a$ et $\frac{250}{322}a$, où a représente le rayon de courbure de la lentille planconvexe; de plus on a $2\frac{1}{2}a$ pour la distance focale de la lentille composée ($2a$ pour celle de la planconvexe); ce qui conduit, en effet, aux nombres proportionnels du texte.

Consultez encore sur ce système de lentilles l'Appendice VIII qui suit, où Huygens s'est appliqué à calculer les aberrations exactes de deux lentilles de dimensions données d'un tel système pour vérifier si la compensation obtenue à l'aide des formules approximatives serait satisfaisante.

³) Dans le manuscrit ce paragraphe est précédé d'un calcul par lequel Huygens a voulu déterminer l'aberration sphérique d'une lentille symétrique biconvexe pour un faisceau de rayons émanant d'un point quelconque de l'axe; mais il n'a pas achevé ce calcul, évidemment à cause de la complication croissante des formes algébriques.

[Fig. 5.]



in quibus singulis aberratio parallelorum planam incidentium est $\frac{9}{2}$ crassitudinis ⁴⁾.

$$AB \propto IQ \propto a; BG \propto GQ \propto b;$$

$$MB \propto 2a, M \text{ punctum radians. } QY \propto 2a.$$

$$\left. \begin{array}{l} MC (2a) \text{ ad } AB (a) \text{ ut } BG (b) \text{ ad } GE \left(\frac{1}{2}b\right)^{5)} \\ MG (2a+b) \end{array} \right\} a[\text{dde}]$$

$$ME \propto 2a + \frac{3}{2}b \propto MC$$

$$\text{qu. } MC (4aa + \text{min}) \text{ ad qu. } MA (9aa) \text{ five ut qu. } CG \\ \text{ad qu. } AF [\text{five } CH] \text{ ita } BG (b) \text{ ad } DH \left(\frac{9}{4}b\right)^{6)}$$

$$\frac{4}{3}{}^{7)}$$

$$\left. \begin{array}{l} PR \propto 3b \\ \text{ex } AR \propto 2a \end{array} \right\} f[\text{ubt.}].$$

$$AP \propto 2a - 3b \propto LC^{8)}$$

$$\text{ex } 2a + \frac{3}{2}b \propto MC$$

$$\frac{9}{2}b \propto ML$$

$$ML \left(\frac{9}{2}b\right) \text{ ad } MA (3a) \text{ ut } MC \left(2a + \frac{3}{2}b\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ad } MN \left(\frac{4}{3}\frac{a^2}{b} + a\right) \\ MG \ 2a + b \end{array} \right\} f.$$

⁴⁾ La phrase en italiques a été ajoutée après coup. En effet, puisque M constitue le foyer de la surface convexe CBD pour des rayons ayant la direction NM, il est clair que les rayons qui émanent du point M seront par première approximation parallèles entre eux à l'intérieur de la lentille et que, par conséquent, on aura

deux fois l'aberration $\frac{9}{2}BG$ (voir la p. 285).

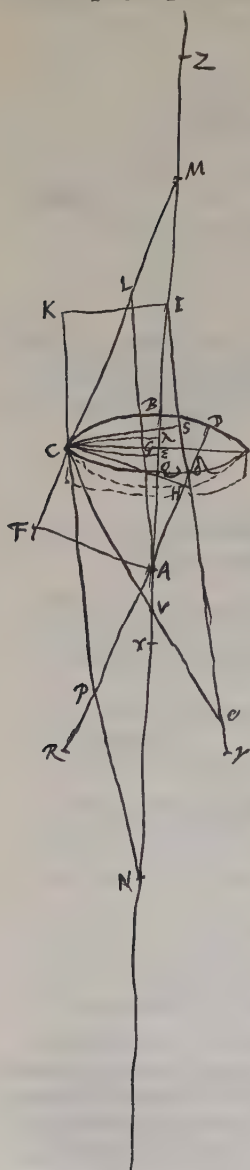
⁵⁾ Prop. II, p. 275.

⁶⁾ Prop. I, p. 273.

⁷⁾ Voir le § 2, p. 419. PC est donc le rayon extrême après la première réfraction.

⁸⁾ AL est tirée parallèlement à PC.

[Fig. 5.]



$$\left. \begin{array}{l} \text{NG } \frac{4aa}{3b} - a - b \propto \text{NC}^{1)} \\ \text{GI } a - b \end{array} \right\} a.$$

$$\text{NI } \frac{4aa}{3b} - 2b^{2)}$$

$$\text{utqu NC } \left(\frac{16a^4}{9bb} - \frac{8a^3}{3b} - \frac{5aa}{3} \right) \text{ ad qu. NI } \left(\frac{16a^4}{9bb} - \frac{16aa}{3} \right)$$

$$\text{vel qu. CG ad qu. IK vel CS ita GQ}(b) \text{ ad Sd } \left(b + \frac{3bb}{2a} \right)^{3)}$$

$$\frac{9}{2}$$

$$\text{O} \gamma \frac{9}{2} b + \frac{27bb^4}{4a}$$

$$\text{ex I} \gamma 3a$$

$$\text{IO } 3a - \frac{9}{2} b - \frac{27bb}{4a} \left\} a.$$

$$\text{NC } \frac{4aa}{3b} - a - b \left\} a.$$

$$\text{NC} + \text{IO } \frac{4aa}{3b} + 2a - \frac{11}{2} b$$

$$\text{NC} + \text{IO } \left(\frac{4aa}{3b} + 2a - \frac{11}{2} b \right) \text{ ad IO } \left(3a - \frac{9}{2} b \right)$$

$$\text{ut NI } \left(\frac{4aa}{3b} - 2b \right)$$

$$\text{ad IV } \frac{12a^3 - 18aab}{4aa + 6ab}^{5)}$$

$$\text{ex IY } 3a^{6)}$$

$$\frac{36aab}{4aa} \propto 9b \propto \text{VY aberratio. bon.}$$

$$\text{Ergo aberratio VY æquatur } 4\frac{1}{2} \text{ crassitudinis BQ.}$$

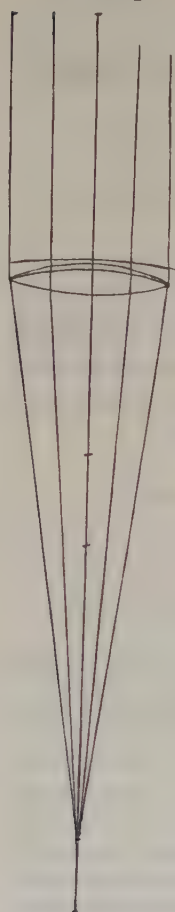
¹⁾ C'est-à-dire, par approximation en négligeant un terme proportionnel à b ; ce qui n'importe pas pour la proportion qui va suivre.

²⁾ Pour $b = 0$ on trouve $\text{NI} = \infty$; ce qui est conforme à la circonstance que M est le foyer de la surface CBD et que, par conséquent, le faisceau de rayons issu de M formera à l'intérieur de la lentille par première approximation un faisceau de rayons parallèles.

³⁾ Prop. I, p. 273.

⁴⁾ γ est le foyer de la surface Cd pour des rayons parallèles à IH à l'intérieur de la lentille,

[Fig. 6.]

§ 7⁷⁾:

$$\frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6 \square a - n} \propto 9q$$

$$27aa - 6an + 7nn \propto 54aa - 108an + 54nn$$

$$102an - 27aa - 47nn \propto 0$$

$$27aa \propto 102an - 47nn$$

$$aa \propto \frac{34}{9} an - \frac{47}{27} nn$$

$$a \propto \frac{175}{54} n.$$

Radij { 10000 convexi
idem convexi alterius
6920 cavi auxiliariæ
23972 convexi auxil.
20000 longit.^o telesc.^{ij} feu foci distantia compo-
sitæ lentis⁸⁾.



voir la Prop. IX, Part. I, Liv. I, p. 35. $O\gamma = \frac{9}{2} S\delta$, d'après le § 2 (première partie) de l'Appendice I, p. 359. CO est donc le rayon extrême après les deux réfractions par les surfaces de la lentille.

⁵⁾ À cause de la similitude des triangles IVO et NVC.

⁶⁾ Y est l'image de M; c'est-à-dire le foyer des rayons qui sont parallèles à l'axe à l'intérieur de la lentille.

⁷⁾ Dans ce paragraphe il s'agit de compenser l'aberration d'une lentille biconvexe symétrique par une lentille convexo-concave placée au-devant d'elle. En effet, il est clair que pour qu'on puisse obtenir la compensation désirée en se servant des calculs qui précèdent, il faut en premier lieu que la distance focale de la lentille auxiliaire soit égale à QY [Fig. 5], c'est-à-dire à $2a$. Or, a est la distance focale de la lentille biconvexe symétrique; l'épaisseur q de la lentille auxiliaire devra donc égaler la moitié de BQ (voir la note 6, p. 423) et son aberration sphérique devra être $\frac{9}{2} BQ = 9q$.

⁸⁾ Soit encore a le rayon $AB=IQ$; on trouvera alors, par la règle mentionnée à la p. 423, pour les rayons de la lentille auxiliaire $\frac{121}{175}a$ et $\frac{121}{54}a$, ce qui donne, au lieu des nombres du texte, la proportion suivante 10000 : 6914 : 22407 : 20000.

APPENDICE VIII¹⁾

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO”.

[Fig. 1.]

[1669.]

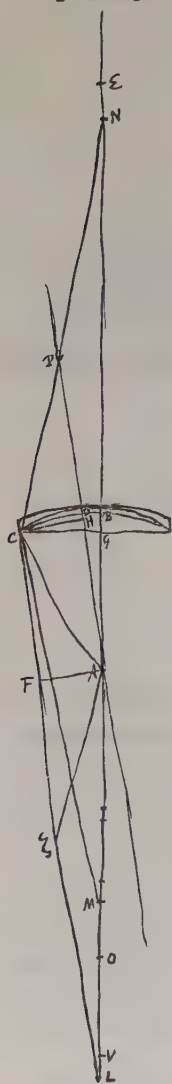
§ 1.

Volui examinare quantum aberratio a puncto venientium in superficiem planam planoconvexæ lentis accurate supputata differret ab eadem aberratione per regulam pag. 7 inventam²⁾.

Punctum radians est M. Cava lens hic nihil ad rem³⁾.

AC, AB 72 poll. $\propto a$; CG 5 poll.; GM \propto 180 poll.⁴⁾

qu.AC — qu.CG \propto qu.AG; AB — AG \propto BG; qu.CG + qu.GM \propto qu.CM; $\frac{9}{4}$ qu.CM \propto qu.CL⁵⁾; qu.CL — qu.CG \propto qu.GL; GL + GB \propto LB; LB — BA \propto LA; LC ad CG



¹⁾ La pièce est empruntée aux pp. 162—167; 177—180 et 182 du Manuscrit D. Elle suit donc de bien près, dans ce manuscrit, l'Appendice VII et doit avoir été composée quelques jours ou quelques semaines plus tard. Nous l'avons divisée en paragraphes dont le premier se rapporte aux p. 162—167, le second aux p. 177—180 et le troisième à la p. 182.

²⁾ Il s'agit du § 4 (p. 420—422) de l'Appendice VII qui précède. Aussi la figure présente correspond-elle à la fig. 3 de la p. 420 et les lettres ont-elles la même signification.

³⁾ Huygens se propose donc de calculer, pour un exemple numérique, la différence qu'il y a entre la vraie aberration NE du rayon extrême d'un faisceau émanant du point M et tombant sur le côté plan d'une lentille planoconvexe et celle qu'on obtient par l'application de la règle de la p. 422. À cet effet il commence par calculer la position exacte du point N où le rayon extrême coupe l'axe après avoir subi les réfractions à la surface plane et à la surface courbe de la lentille en question.

⁴⁾ À propos des dimensions choisies on peut remarquer que le diamètre de 10 pouces de la grande lentille excède plus de quatre fois celle qui d'après la table de la p. 353 correspond à la distance focale du système composé, laquelle est de 15 pieds suivant les nombres proportionnels qu'on trouve, p. 424, à la fin du § 5 de l'Appendice VII.

⁵⁾ LC représente la direction du rayon MC après la première réfraction à la surface plane. Huygens applique donc ici la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 15.

ut LA ad AF \propto CH. Sit CH $\propto p$ fit AP $\propto \frac{3}{5}\sqrt{9aa-9pp} + \frac{3}{5}\sqrt{4aa-9pp}$ ⁶⁾ \propto C ξ ; CL—C ξ \propto ξ L; ξ L ad LA ut CL ad LN; LN—LB \propto BN⁷⁾.

GV $\propto \frac{3}{2}$ GM⁸⁾; VG—GA \propto VA; AO \propto 2AB⁹⁾; VA—AO \propto VO; VA + AB \propto VB; VO ad VA ut VB ad VE; VE—VB \propto BE¹⁰⁾; BE—BN \propto NE.

Aberratio $37\frac{1}{6}$ [\times BG] ex regula¹¹⁾; $36\frac{4}{5}$ [\times BG] accurata¹²⁾; $\frac{11}{30}$ [\times BG] differentia¹³⁾.

§ 2¹⁴⁾.

10000 ad 9191 ut 72,00000 ad 66[,]1752
10000 ad 7764 ut 72,00000 ad 55[,]9008¹⁵⁾

⁶⁾ C'est la formule déduite à la p. 285. En effet, on peut considérer LC comme un rayon parallèle à l'axe d'une lentille dont la moitié est représentée par la figure CHD.

⁷⁾ En exécutant les calculs indiqués, que nous ne reproduisons pas, Huygens trouve BN = 711,75429.

⁸⁾ Par la Prop. V, Part. I, Liv. I, p. 23.

⁹⁾ Huygens prépare l'application de la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41. O est le point de concours de rayons venant de la direction EB et réfractés à la surface CB.

¹⁰⁾ E est donc le point correspondant au point M par rapport à la lentille planconvexe. Huygens trouve BE = 718,15187 et il en déduit (voir la note 7) NE = 6,39758.

¹¹⁾ Voir la règle de la p. 422, où l'on a maintenant $d = \frac{5}{2}a$, $b = BG$.

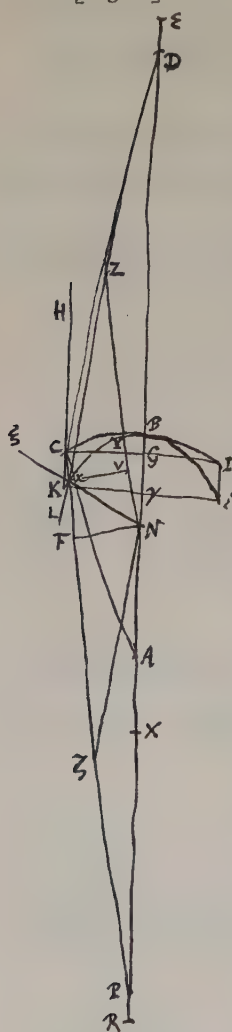
¹²⁾ Dans le cours du calcul Huygens a trouvé BG = 0,17382, mais NE = 6,39758 (voir la note 10); il en déduit par division NE = 36,80 BG.

¹³⁾ Peut-être parce que la différence ne lui semblait pas sans importance, Huygens a essayé encore de prendre en considération quelques termes contenant bb qu'il avait écrits, mais biffés, dans les calculs qui accompagnent le texte du § 4, p. 420, de l'Appendice précédent; mais nous supprimons ces calculs numériques.

¹⁴⁾ Dans ce paragraphe Huygens va calculer l'aberration sphérique exacte de la lentille auxiliaire, trouvée capable, d'après les calculs de la p. 424 du § 5 de l'Appendice précédent, à compenser en première approximation l'aberration sphérique de la lentille planconvexe dont il est question dans le § 1 qui précède.

¹⁵⁾ Comparez les nombres proportionnels de la p. 424. Le rayon de courbure de la surface convexe de la lentille planconvexe y est représenté par le nombre 10000. Or, dans le paragraphe précédent ce rayon égalait 72 pouces, il s'agit donc de trouver les rayons de courbure de la lentille auxiliaire à l'aide des nombres proportionnels correspondants. Mais on pourrait s'étonner que Huygens, n'ayant calculé ces nombres proportionnels que jusqu'à quatre chiffres, va pousser ici et plus loin les calculs, que nous avons supprimés, jusqu'à six chiffres et plus encore. Toutefois ce procédé se laisse justifier jusqu'à un certain point et on peut même dire que Huygens aurait dû l'appliquer d'une manière plus suivie (comparez la note 11 de la p. 431). En effet, en partant des nombres proportionnels 9191 et 7764, on peut calculer

[Fig. 2.]



$$AB \propto a \propto 66[.]17520; NB \propto n \propto 55[.]90080; CG \propto b \propto 5[.]0000^1)$$

Ex datis $AB \propto a$, $CG \propto b$ datur AG , itemque $AP \propto \frac{4}{5}\sqrt{aa-bb} + \frac{4}{5}\sqrt{\frac{2}{4}aa-bb^2}$. Sed $\frac{3}{2}AP \propto CP^3)$. datur vero et $AR \propto 2AB^4)$. Ergo et $PR \propto AR - AP$. Est vero $BR \propto 3AB$; $BR - BN \propto NR$; $NR - PR \propto PN$; ut PC ad CG ita PN ad NF ; qu. $N\kappa$ (feu $NB \propto n$) — qu. $NF \propto \kappa F$; ut PC ad PG (quæ data est propter datas AB , AG) ita PN ad PF ; $PF + \kappa F \propto P\kappa$. Ex datis $NY \propto NB$ et $\kappa V \propto NF$, quæ dicatur p , datur NZ five $\kappa\zeta \propto \frac{3}{5}\sqrt{9nm - 9pp} + \frac{3}{5}\sqrt{4nm - 9pp^5}$. $P\kappa - \kappa\zeta \propto \zeta P$; ut ζP ad PN ita κP ad PD ; $DP + PR \propto DR$; $BX \propto 3BN^6)$; $RX \propto RB - BX$; RX ad XB ut RB ad $BE^7)$; $BE + BR \propto RE$; $RE - RD \propto DE$, quæ est aberratio quæfita.

l'aberration DE en trois ou quatre chiffres, mais pour cela il est nécessaire d'en avoir un plus grand nombre dans les valeurs de BE et de ED, dont la différence donnera DE. Il faut donc faire le calcul comme si les longueurs de AB et de NB fussent connues en six ou sept chiffres. Bien entendu, les derniers chiffres dans les nombres qu'on trouve pour BE et BD dépendront aussi bien des chiffres qu'on a ajoutés, en poussant les opérations arithmétiques du calcul de AB et NB plus loin que de raison, que de ceux dont on est sûr, mais l'influence des premiers disparaîtra dans le résultat de la soustraction finale.

¹⁾ Puisque les valeurs de CG doivent se correspondre dans les deux lentilles.

²⁾ Voir la p. 287. $C\kappa P$ est la direction du rayon HC après la réfraction à la surface CB.

³⁾ Par la Prop. II, Part. I, Liv. I, p. 14.

⁴⁾ R est le foyer de la surface CB pour les rayons ayant la direction EB.

⁵⁾ Voir la p. 285. $DZ\kappa$ représente la direction du rayon $C\kappa P$ après la nouvelle réfraction à la surface κY ; NYZ est tirée parallèle à $PF\kappa C$; $N\zeta$ à $DZ\kappa$.

⁶⁾ Préparation à l'application de la Prop. XII, Part. I, Liv. I, p. 41 pour trouver le point E correspondant à R par rapport à la surface κBi ; X est le point de dispersion des rayons arrivant dans la direction RB après leur réfraction à la surface κBi .

⁷⁾ Lisez „RX ad XN ($\propto 2BN$) ut RB ad BE”; proportion qu'on déduit facilement de celle ($RX : RB = RN : RE$) qu'on obtient par l'application de la proposition citée dans la note précédente.

⁸⁾ Lisez „ $\frac{2}{3} \sin.CAG \propto \sin.ACP$.”

[Aliter.]

$AC \propto AB$ ad CG ut Rad. tabularum ad Sin. $\angle CAG$ vel CAP ; $\frac{3}{2} \text{Sin. } CAG \propto \text{Sin. } ACP$ ⁸⁾. $\angle CAG - \angle ACP \propto \angle APC$; Sin. APC ad AC ut Sin. ACP ad AP ; $AP + AN \propto PN$; $N\kappa$ ad Sin. $NP\kappa$ five APC ut NP ad Sin. $N\kappa P$; unde $\angle N\kappa P$; $\frac{3}{2} \text{Sin. } N\kappa P \propto \text{Sin. } \kappa D$, five $N\kappa D$; $\angle N\kappa P + NP\kappa \propto \angle \kappa ND$; $2 \text{ recti} - \angle \kappa NB - \angle N\kappa D \propto \kappa DN$; Sin. κDN ad κN ut Sin. $N\kappa D$ ad ND ; $ND - NB \propto BD$; $BR \propto 3AB$; $BX \propto 3BN$; $BR - BX \propto RX$; RX ad XN ut RB ad BE ⁹⁾; $BE - BD \propto ED$.

$$\begin{array}{r}
 720[,] 09005 \text{ BE }^{10)} \\
 713[,] 34224 \text{ BD }^{10)} \\
 \hline
 6[,] 64781 \text{ DE} \\
 6[,] 39758^{11)} \\
 \hline
 [0,] 25023
 \end{array}$$

⁹⁾ Comparez la note 7, p. 430.

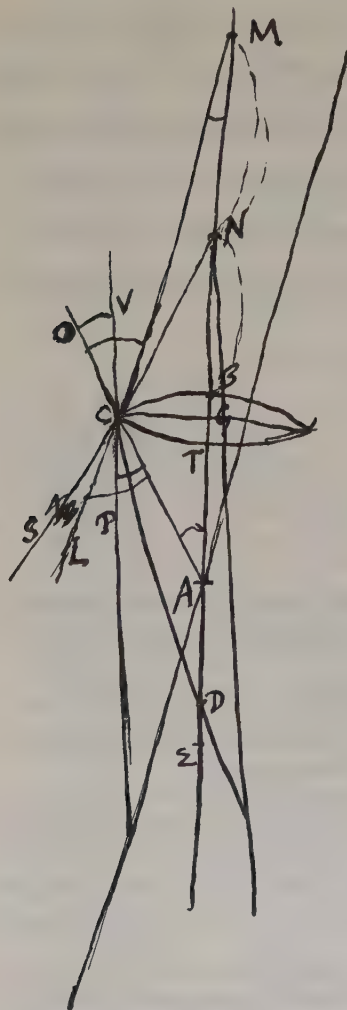
¹⁰⁾ Les calculs, que nous avons supprimés, ont été exécutés d'après la deuxième méthode, indiquée dans le „Aliter”. Ils amènent successivement: $CAG = 4^\circ 20' \frac{1}{3}''$; $ACP = 2^\circ 53' 14''$;

$APC = 1^\circ 26' 46'' \frac{1}{3}$; $AP = 132,08267$; $NP = 142,35707$; $N\kappa P = 3^\circ 41' 5''$; $N\kappa D = 174^\circ 28' 4''$; $\kappa ND = 5^\circ 7' 51''$; $\kappa DN = 24' 5''$; $ND = 769,24304$; $BD = 713,34224$. Et ensuite $BR = 198,52560$; $B\kappa = 167,70240$; $RX = 30,82320$; $BE = 720,09005$.

¹¹⁾ C'est la valeur trouvée au paragraphe précédent pour l'aberration de la lentille planconvexe (voir la note 10 de la p. 429), laquelle, si l'on désire une compensation à peu près parfaite, devrait égaler la valeur de DE trouvée ici. Comme la différence excède considérablement l'épaisseur de la lentille planconvexe, mentionnée dans la note 12 de la p. 429, et que l'aberration d'une telle lentille, employée sans lentille auxiliaire, n'est que $\frac{7}{6}$ fois cette

épaisseur, le résultat a dû paraître très peu satisfaisant à Huygens. Mais en réalité la compensation est un peu meilleure. En effet, il est clair que le calcul de Huygens, par lequel il n'a trouvé la valeur de l'angle κDN qu'en secondes entières, c'est à dire à peine en quatre chiffres, ne permet pas de calculer avec une approximation suffisante la petite différence entre BE et BD . C'est pourquoi nous avons refait les calculs, qui nous ont donné successivement $CAG = 4^\circ 19' 59'',62$; $ACP = 2^\circ 53' 14'',23$; $APC = 1^\circ 26' 45'',39$; $AP = 132,0981$; $NP = 142,3725$; $N\kappa P = 3^\circ 41' 5'',23$; $N\kappa D = 174^\circ 28' 4'',94$; $\kappa DN = 24' 4'',44$; $ND = 769,536$; $BD = 713,635$; ce qui amène $DE = 6,455$. Par conséquent, la différence entre l'aberration, que nous avons calculée ici, du rayon extrême de la lentille auxiliaire, et celle 6,398, que nous avons vérifiée et trouvée exacte, du rayon extrême de la lentille planconvexe se réduit à 0,057; ce qui est un peu moins que le tiers de l'épaisseur de la lentille planconvexe, c'est-à-dire, que les cinq douzièmes de l'épaisseur d'une lentille qui posséderait la même distance focale que le système composé formé par la lentille planconvexe et la lentille auxiliaire.

[Fig. 3.]

§ 3 ¹⁾.

NC, NT, AC, AB 10000000

ut 72 ad 5 ²⁾ ita AC ad CG \propto fin. \angle CAG ³⁾;
 AG \propto f. compl. \angle CAG; AM⁴⁾ — AG \propto GM;
 \angle CAG + CMG ⁵⁾ \propto \angle OCM; $\frac{2}{3}$ fin. OCM \propto
 f. ACP ⁶⁾ five OCV; \angle OCM — OCV \propto ACL —
 — ACP \propto VCM; \angle CNG — CMN \propto MCN;
 MCN + VCM \propto VCN; $\frac{3}{2}$ fin. VCN \propto fin. SCD ⁷⁾
 vel fin. NCD; 180° — NCD — CND \propto CDN;
 f. CDN ad CN ut fin. NCD ad ND; TE ⁸⁾ \propto 2AB
 vel 2NT ⁹⁾.

¹⁾ Ce paragraphe fait connaître la méthode pour calculer exactement l'aberration sphérique du rayon MC qui tombe sur une lentille biconvexe symétrique en partant d'un point M situé sur l'axe de la lentille à une distance donnée. Il est évident que ce calcul devait servir pour vérifier par un exemple numérique jusqu'à quel point on pouvait réussir à compenser l'aberration sphérique d'une telle lentille de la manière décrite aux §§ 6 et 7, p. 424—427, de l'Appendice précédent. Mais ce calcul n'a pas été entrepris.

²⁾ Ces nombres indiquent les dimensions à choisir pour la lentille biconvexe. Comparez, à la p. 428, celles de la lentille planconvexe du § 1.

³⁾ C'est-à-dire, dans une table où le rayon du cercle est représenté par 10000000.

⁴⁾ AM est supposée donnée.

⁵⁾ \angle CMG se calcule facilement puisque MG et CG sont connues.

⁶⁾ VCP est la direction du rayon MC après sa réfraction à la surface CB.

⁷⁾ CD est la direction du rayon VCP après la réfraction à la surface CT.

⁸⁾ E est l'image de M dans la supposition faite au § 6 de l'Appendice précédent, d'après laquelle MB = 2AB. Alors, comme nous l'avons remarqué dans la note 4 de la p. 425, les rayons qui émanent de M peuvent être considérés à l'intérieur de la lentille comme parallèles à l'axe et ils se réuniront donc de nouveau après la sortie de la lentille dans un point E pour lequel TE = MB = 2AB = 2NT.

⁹⁾ TE est donc connue, mais TD = ND — NT de même; donc aussi DE, c'est-à-dire, l'aberration cherchée.

APPENDICE IX ¹⁾

À LA DEUXIÈME PARTIE DE LA DIOPTRIQUE „DE ABERRATIONE RADIORUM A FOCO”.

[1689.]



R concursus parallelorum. DR ad DO ut DC ad DP ²⁾. Ostendendum angulum DNR ad MNP feu NPC ut 3 ad 2. ut CR ad RO ³⁾.

SNR ad SDR ut DR ad RO ⁴⁾.

Sed SDR \propto NDO ad NPO ut OP ad OD h. e. ut RC ad DR ⁵⁾.

SNR ad NPO \propto MNV ut RC ad RO puto per Euclid. ex aequo in perturb. ⁶⁾

Est autem NM quæ parall. OC refraçtio radij RN quia C centrum sphaer. superficiei ON. Ergo cum ang. SNR ad PNM ut RC ad RO erit NP refraçtio radij DN, ex theoremate etc. ⁷⁾

¹⁾ On peut considérer cette pièce, empruntée à la p. 48 verso du Manuscrit G, comme constituant une démonstration de la proposition mentionnée dans la note 1 de la p. 345, d'après laquelle il existe un rapport constant entre les angles après et avant la réfraction compris entre deux rayons qui s'écartent peu de la normale à la surface réfringente et qui passent par un même point de cette surface.

²⁾ D'après la Prop. XII, Part I, Liv. I, de la p. 41, les points D et P sont donc des points correspondants par rapport à la surface réfringente NO.

³⁾ Comparez, à la p. 37, la Prop. IX, Part. I, Liv. I. CR : RO représente l'indice de réfraction qui pour le verre est pris égal, comme partout, à 3 : 2.

⁴⁾ Parce qu'on a par approximation $\angle SNR = \angle SOR$ et que le rapport des petits angles SOR et SDR peut être égalé à celui de leur tangentes.

⁵⁾ Proportion qui se déduit de celle qui se trouve plus haut dans l'énoncé.

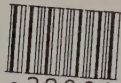
⁶⁾ Voir la note 22 de la p. 304 du T XI.

⁷⁾ Il s'agit de la proposition, citée dans la note 2.

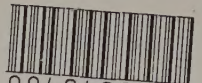
VOIR AU FASCICULE II LES TABLES SUIVANTES:

- I. PIÈCES ET MÉMOIRES.
- II. PERSONNES MENTIONNÉES.
- III. OUVRAGES CITÉS.
- IV. MATIÈRES TRAITÉES.
ADDITIONS ET CORRECTIONS.
SOMMAIRE.

Q113. H9 V13-1



a39001



004849876b



